Análisis I: Funciones reales de variable real. Características de una función

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

1.º Bachillerato

Contenidos

Análisis I:

Funciones reales de variable real. Características de una función

1. Datos y funciones

Vivimos en una sociedad en la que la información, gracias a redes sociales y a internet, circula con mucha rapidez. A veces, con tanta que es difícil saber si es cierta o no.

Cuando nos disponemos a contrastar una información, no solo nos fijamos en las fuentes (si son fiables o no), también es bueno recurrir a los datos si los hubiera.

El problema con el que nos podemos encontrar es si somos capaces de tratar los datos y sacar el máximo provecho de ellos.

Veamos algunos titulares de periódicos:

≡ EL PAÍS ESPAÑA

ANDALUCÍA CATALUÑA C. VALENCIANA GALICIA MADRID PAÍS VASCO MÁS COMUNIDADES TITULARES »

CONSUMO DE ALCOHOL ›

Borrachos y en urgencias a los 13 años

Al menos 5.000 menores fueron atendidos por abuso de alcohol en urgencias en 2015. "Es solo la punta del iceberg de un problema que se agrava", advierten desde Sanidad

Captura de pantalla del elpais.com del 20/11/2016

≡ EL PAÍS ESPAÑA

ANDALUCÍA CATALUÑA C. VALENCIANA GALICIA MADRID PAÍS VASCO MÁS COMUNIDADES TITULARES »

"El puntillo", el estado que buscan los jóvenes cuando consumen alcohol

La ingesta excesiva entre los 16 y los 27 años está asociada a la capacidad para controlar sus efectos y no a la cantidad, según la FAD

Captura de pantalla elpais.com del 30/03/2017

¿Estamos ante una situación alarmista o es un problema social real? Veamos si tu opinión cambia cuando manejemos datos.

1.1 Datos: Tablas y gráficas

Datos para contrastar la información

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/XC7kQoeTy1E

Vídeo de FAD alojado en Youtube

Para contrastar las noticias anteriores, hemos recurrido a la encuesta sobre uso de drogas en enseñanzas secundarias en España llevada a cabo por el Ministerio de Sanidad, Servicios Sociales e Igualdad en el año 2014, y hemos sacado la siguiente tabla:

0	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014
Alguna vez en la vida	84,1	84,2	86	78	76,6	82	79,6	81,2	75,1	83,9	78,9
Últimos 12 meses	82,7	82,4	83,8	77,3	75,6	81	74,9	72,9	73,6	81,9	76,8
Últimos 30 días	75,1	66,7	68,1	60,2	56	65,6	58	58,5	63	74,0	68,2
Borracheras últimos 30 días	16,1	15,3	16,5	21,7	20,2	28	25,6	29,1	35,6	30,8	22,2
Binge drinking últimos 30 días								41,4	36,7	41,8	32,2

En ella se relaciona el año con el tipo de consumo y el porcentaje del total de jóvenes entre 14 y 18 años que practican esa modalidad de consumo.

Por ejemplo:

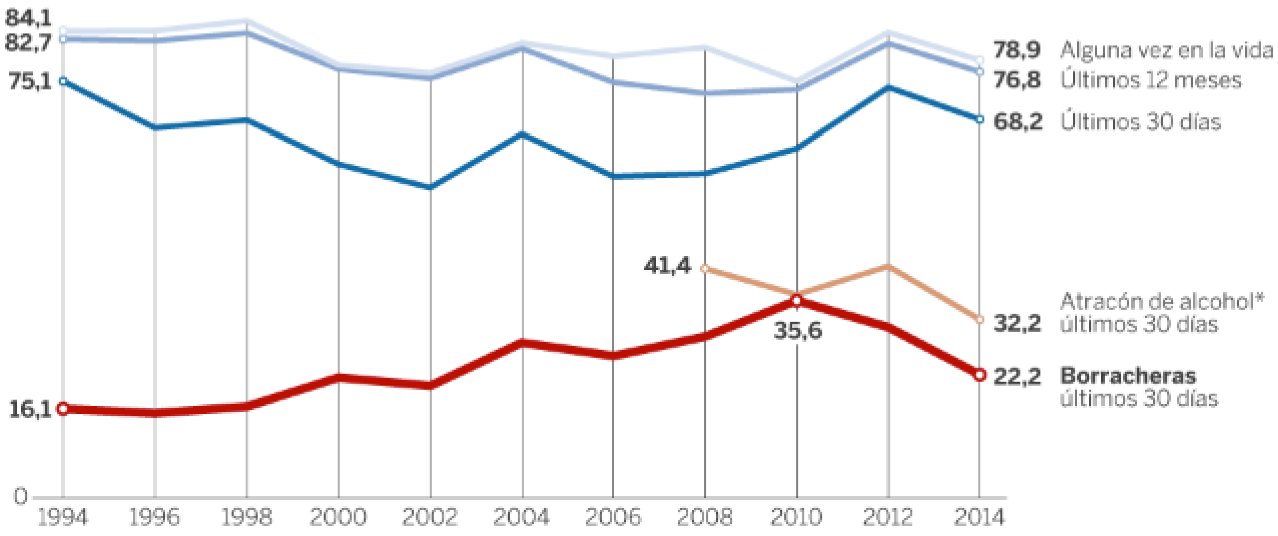
	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014
Alguna vez en la vida	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	82	79,6	81,2	75,1	83,9	78,9
Últimos 12 meses	82,7	82,4	83,8	77,3	75,6	81	74,9	72,9	73,6	81,9	76,8
Últimos 30 días	75,1	66,7	68,1	60,2	56	65,6	58	58,5	63	74,0	68,2
Borracheras últimos 30 días	16,1	15,3	16,5	21,7	20,2	28	25,6	29,1	35,6	30,8	22,2
Binge drinking últimos 30 días								41,4	36,7	41,8	32,2

En 2004, el 82 % de los jóvenes entre 14 y 18 años habían consumido alcohol una vez en la vida.

Si prestas atención, llegarás a la conclusión de que no son los peores datos de los últimos 20 años, y que se ha producido un descenso del consumo intensivo (según el propio estudio). Pero no hay que perder de vista que el 68,2 % de los jóvenes de entre 14 y 18 años han consumido alcohol en los últimos 30 días.

Es decir, aunque no es una situación que se agrava, sí debe ser tratado como un problema social.

La situación reflejada en la tabla anterior puede representarse mediante un gráfico:



Ambos métodos aportan la misma información, pero ¿cuál te resulta más atractivo?

Tablas de datos

En muchas ocasiones tendremos conjuntos de datos que nos vengan dados de diferentes formas: expresión verbal, una fórmula o ecuación... Organizar estos datos en una tabla nos facilitará su interpretación y su representación gráfica.
En la siguiente escena puedes practicar cómo conocida la expresión verbal asociada a una situación, puedes construir una tabla de valores:

https://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_1eso_tablas_y_graficas-JS/1q11_ejercicios_resueltos_3a.htm

Representación de datos: El plano cartesiano

En el Nivel I ya estudiamos el plano cartesiano como un sistema para representar y localizar puntos en el plano.
El mismo plano cartesiano nos va a ayudar a representar puntos y gráficos que nos ayuden a recoger y manejar la información correctamente, pasando primero por la construcción de tablas. Pero repasemos antes qué es el plano cartesiano y cómo se representan puntos en él.

Importante

El plano cartesiano está formado por dos rectas perpendiculares entre sí, llamadas ejes, que se cortan en un punto, llamado el origen de coordenadas. El eje horizontal o eje de abscisas, lo denotamos como OX y el eje vertical, también llamado eje de ordenadas lo llamamos OY.

Cualquier punto P del plano viene determinado por dos coordenadas (x,y):

- La primera coordenada o abscisa de un punto nos indica la distancia a la que dicho punto se encuentra del eje vertical.
- La segunda coordenada u ordenada indica la distancia a la que se encuentra el punto del eje horizontal.

https://www.geogebra.org/material/iframe/id/EWwUPkaT/width/513/height/381/border/888888/smb/false/stb/false/stbh/false/ai/false/asb/false/sri/false/rc/false/ld/false/sdz/false

Escena de elaboración propia en geogebra.org. Licencia CC

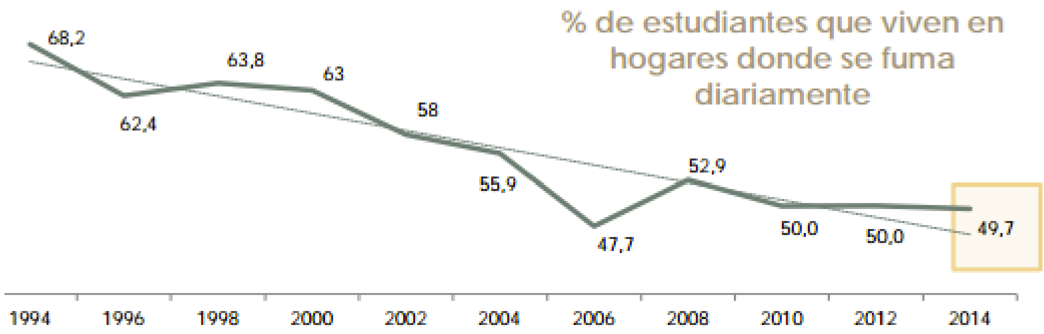
Pincha en la siguiente imagen para practicar cómo pasar de la tabla al gráfico:

http://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_1eso_tablas_y_graficas-JS/1q11_ejercicios_resueltos_3b.htm

Escena de Josep Maria Navarro Canut en Proyecto Descartes. Licencia CC

Caso práctico

Observa el siguiente gráfico:



Construye una tabla que recoja la información que aparece en él.

Año	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014
Porcentaje de hogares fumadores en los que viven estudiantes	68,2	62,4	63,8	63	58	55,9	47,7	52,9	50,0	50,0	49,7

Para saber más

Representar puntos en Geogebra

Geogebra es un programa de matemáticas interactivo y muy sencillo de usar. Es gratuito y se puede manejar desde tu navegador, y no es necesario instalarlo. Te recomendamos que lo pruebes para representar puntos. Accede a él pinchando en el siguiente **enlace**.

Además, te dejamos el siguiente tutorial que te puede ser de gran ayuda para esos primeros pasos:

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/OgcWS4_n3fY?rel=0

Geogebra: Primeros pasos

Vídeo de elaboración propia alojado en Youtube

1.2 Relación funcional

En nuestro día a día tomamos muchas decisiones que terminan repercutiendo en otras aspectos de nuestro vida. Pongamos algún ejemplo:

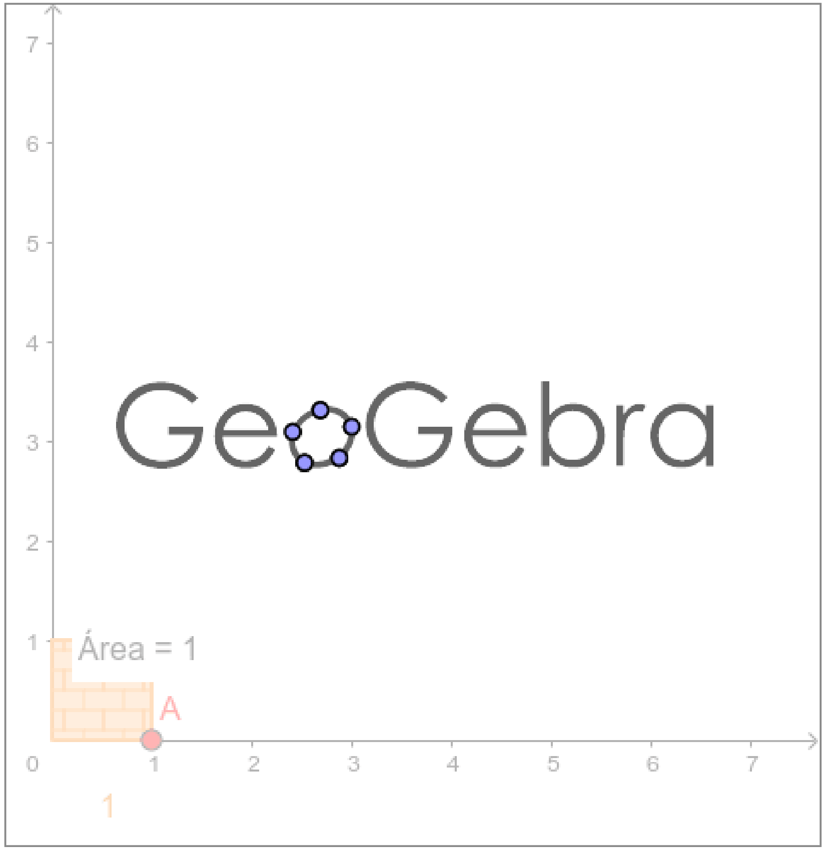
- La ingesta de calorías diarias es normal que influya en el peso de una persona.
- Las horas que pasamos al día haciendo deporte estará relacionado con nuestro índice de masa corporal.

Si te fijas, todas estas situaciones son susceptibles de ser plasmadas mediante números (son magnitudes) y existe una **relación** entre ellas. A estas magnitudes las llamamos variables, y a la relación **función**.

Ejemplo:

Vamos a construir un muro, y la única condición es que sea cuadrado y que el lado no mida más de 7 metros; si queremos calcular el área del muro, esta solo dependerá del lado (cambia la longitud del lado arrastrando el punto rojo):

https://www.geogebra.org/material/iframe/id/CFB3NfcZ/width/410/height/424/border/888888/smb/false/stb/false/stbh/false/ai/false/asb/false/sri/false/rc/false/ld/false/sdz/false/ctl/fa



Escena de elaboración propia en geogebra.org. Licencia CC

Tendríamos una relación entre la variable x, longitud del lado, y la variable y, área del cuadrado.

Importante

Entre dos variables x e y, se dice que existe una relación funcional cuando a cada elemento del primer conjunto le corresponde **un único** elemento del segundo conjunto. A esta relación se le denomina función y se representa como $y=f(x)$

Reflexiona

¿Existe entonces una relación funcional entre la longitud del lado de un cuadrado y su área?

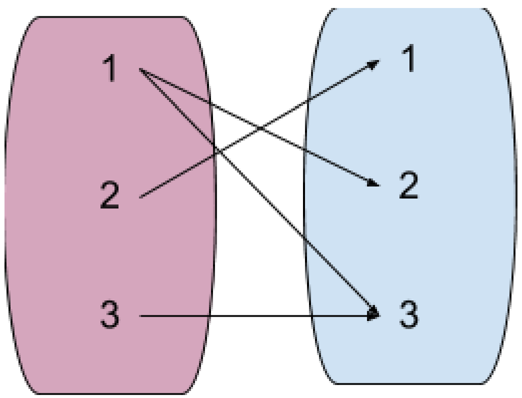
Sí, ya que cada medida del lado de un cuadrado determina siempre un área y esta área es única. Si llamamos A la función área, y l a la longitud del lado podíamos expresar la relación funcional de la siguiente forma:

$A(l)=l^2$

Observa, que no siempre tenemos que recurrir a las letras x, y, o f para expresar una relación funcional

Comprueba lo aprendido

Observa las siguientes imágenes:



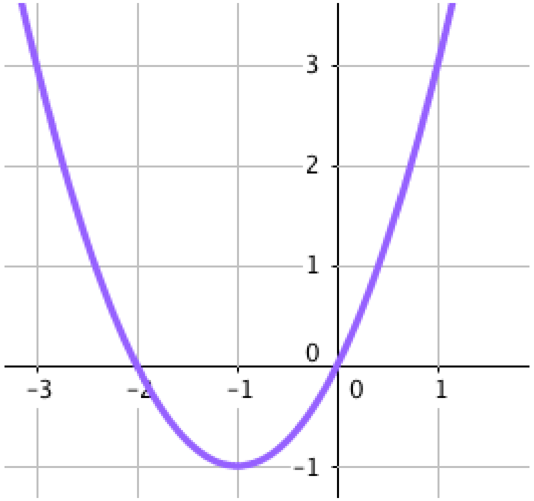


Imagen 1 **Imagen 2**

¿Crees que ambas representan una función?

○ Verdadero ○ Falso

Falso

En la primera imagen, a el valor 1 le corresponden dos valores 2 y 3, luego no puede ser una función.

En la segunda imagen, si nos encontramos una representación de una función, ya que para cada valor de la variable independiente (representada en el eje x), existe un valor de la variable dependiente.

Formas de expresar una función

Una función se puede expresar mediante un texto, mediante una expresión algebraica (fórmula), por una tabla de valores o una gráfica. Para ver en qué consiste cada una de las formas, y su aplicación a un ejemplo concreto pulsa en los + de la siguiente imagen:

Enlace a recurso interactivo >> https://www.genial.ly/View/Index/5932790f76402f1174d947ac

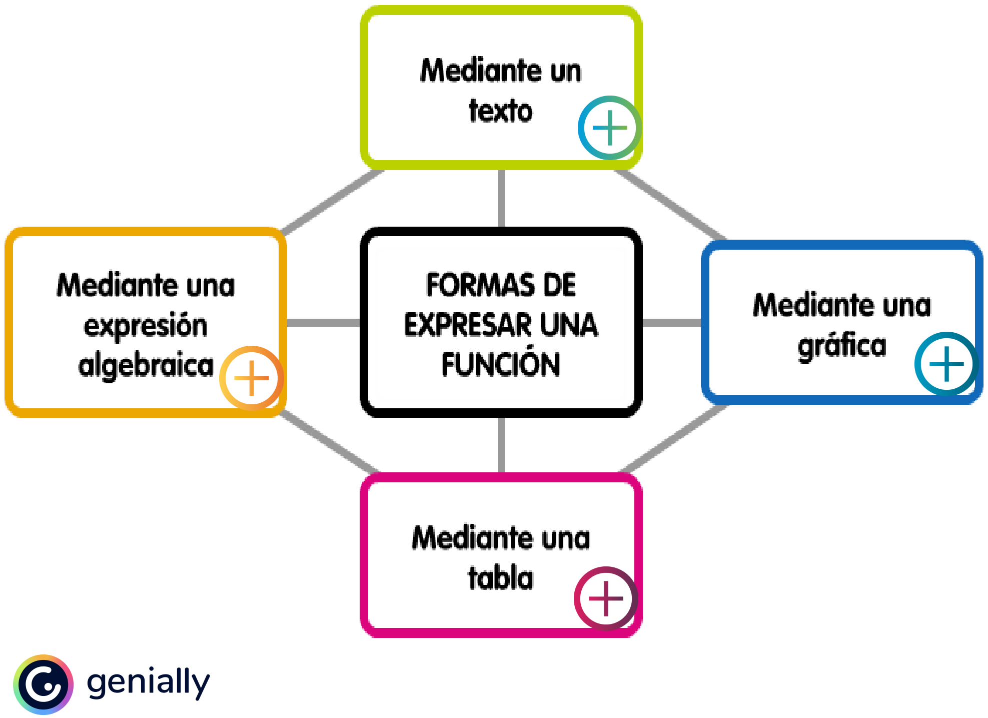


Imagen interactiva de elaboración propia alojada en Genially

Comprueba lo aprendido

La siguiente tabla muestra la relación que hay entre un número y su doble más uno. Completa la tabla y busca la expresión algebraica asociada a esta situación:

Número	1	2		6	
Doble más uno			9		15

Lo más sencillo puede ser mirar la expresión algebraica a esta situación, que sería $f(x)=2x+1$. Una vez que tenemos la expresión, podemos sustituir por el valor conocido para descubrir el desconocido.

También, es interesante analizar las pautas y obtener los números por lógica.

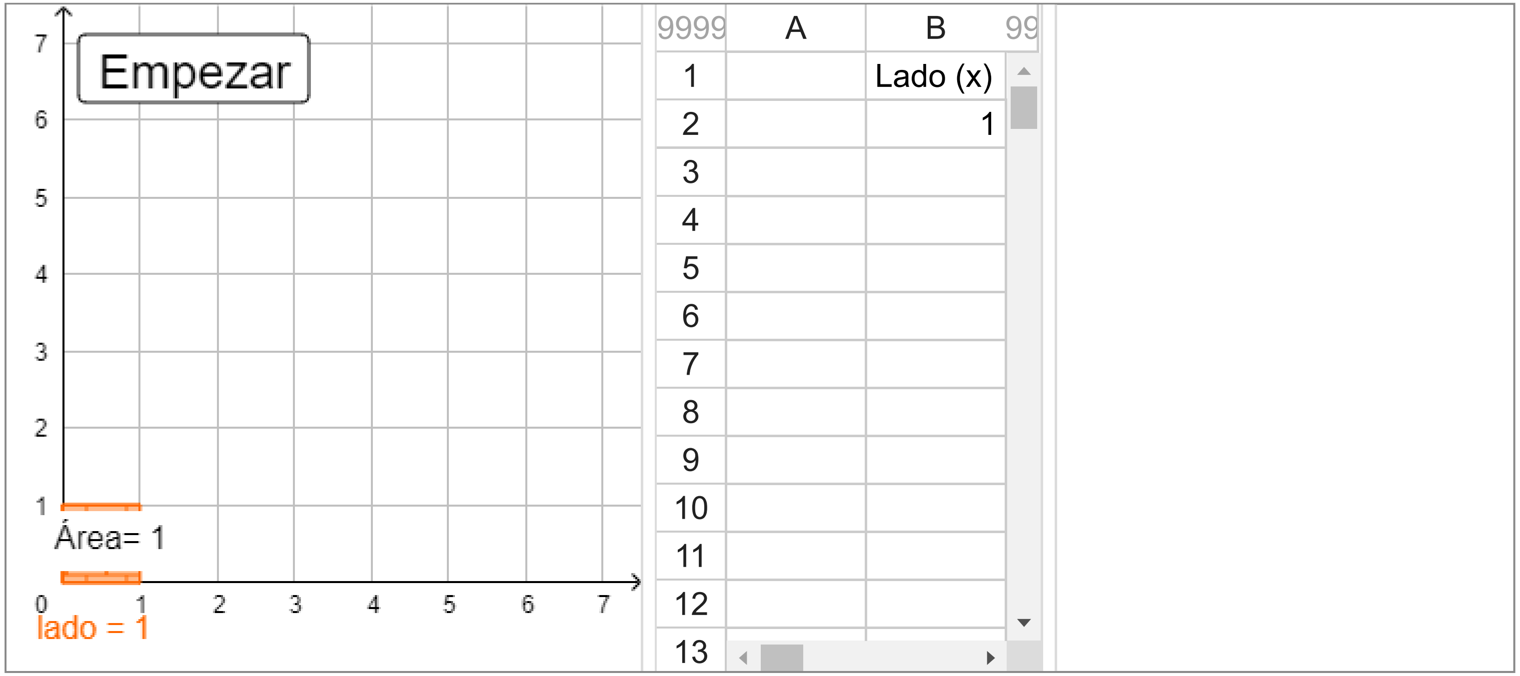
Ej: $f(1)=2(1)+1$; $f(1)=2+1$; $f(1)=3$

Ej: $9 = 2x+1$; $9-1=2x$; $8=2x$; $x=4$

Relación entre las formas de expresar una función

En la siguiente escena animada puedes ver cómo se relacionan todas las formas de expresión. Pulsa en el botón de Empezar para comenzar la construcción. Una vez llegado al final, puedes comenzar de nuevo pulsando en el icono de actualizar:

https://www.geogebra.org/material/iframe/id/ytHXEmXV/width/755/height/335/border/888888/smb/false/stb/false/stbh/false/ai/false/asb/false/sri/true/rc/false/ld/false/sdz/false/ctl/fal



Escena de elaboración propia alojada en [geogrebra.org.](geogrebra.org) Licencia [CC](CC)

Buenas prácticas. Buena imagen

Cuando trabajemos con gráficos de funciones, hay una serie de pautas que le dan calidad a nuestro gráfico. Observa la siguiente imagen:

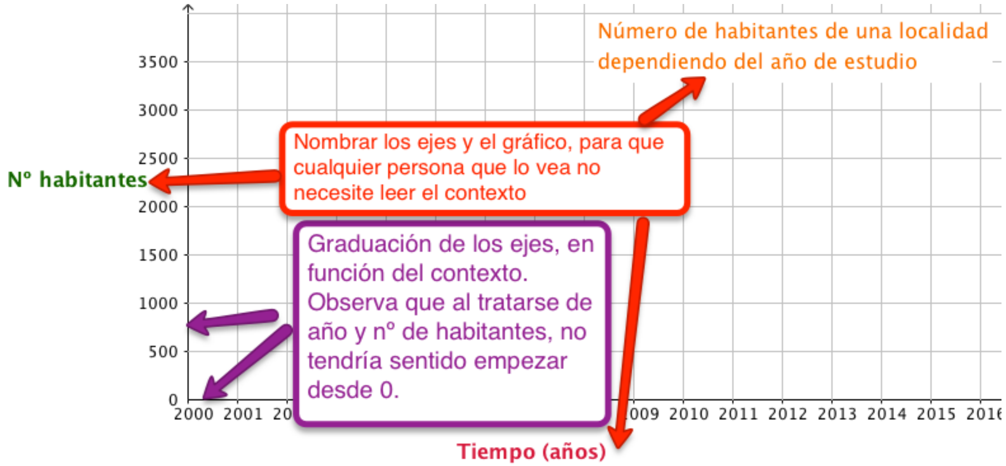


Imagen de elaboración propia con Jing

2. Estudio gráfico de una función

El deporte y la recogida e interpretación de datos están muy unidos. Por ejemplo, si queremos saber qué jugador ha sido el máximo goleador de la liga, lo normal es construir una tabla para que se vea cuántos goles marcó en cada jornada.

Pero sin duda, uno de los gráficos más interesantes y atractivos que acompañan al mundo del deporte son los de las etapas del ciclismo:

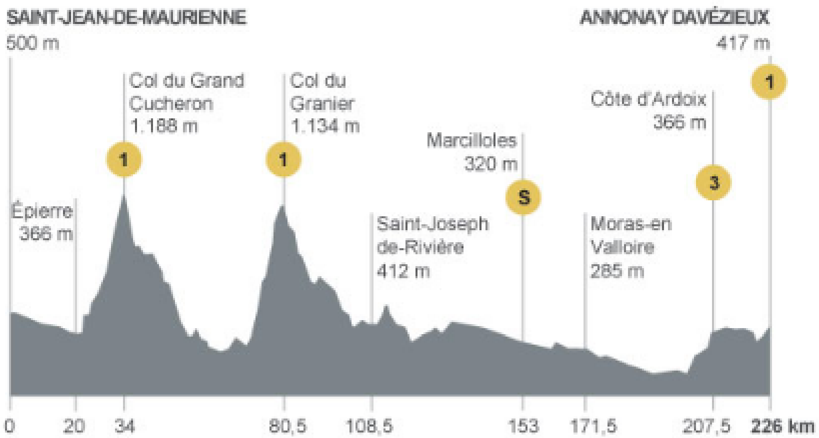


Gráfico de la etapa 12 del Tour de Francia del 2012. Fuente elmundo.es

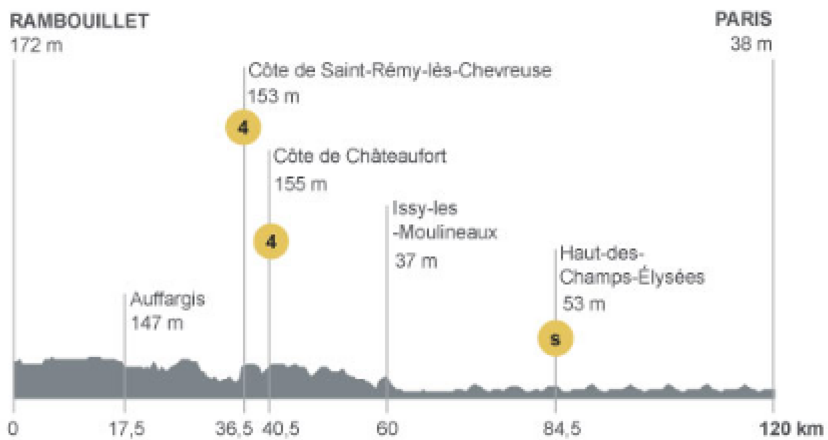


Gráfico de la etapa 20 del Tour de Francia del 2012. Fuente elmundo.es

Observa como de un simple vistazo nos podemos hacer una idea de la exigencia de la etapa, incluso podremos suponer si tendrán más éxito los ciclistas escaladores, los rodadores, los *sprinters*...

Pero para ello, tendremos que estudiar las características de dichos gráficos.

2.1 Características de una función

Dar una función en formato de texto o mediante su fórmula presenta ventajas como la de poder saber qué ocurre para cualquier valor de la variable independiente. Sin embargo, la representación gráfica es fundamental para hacer un análisis de la situación.

Ejemplo:

El control de la temperatura en personas enfermas, sobre todo las que presenta una infección, es fundamental para saber si esta remite. Observa el siguiente gráfico que relaciona las horas que permanece en urgencias con la temperatura corporal del paciente en grados centígrados:

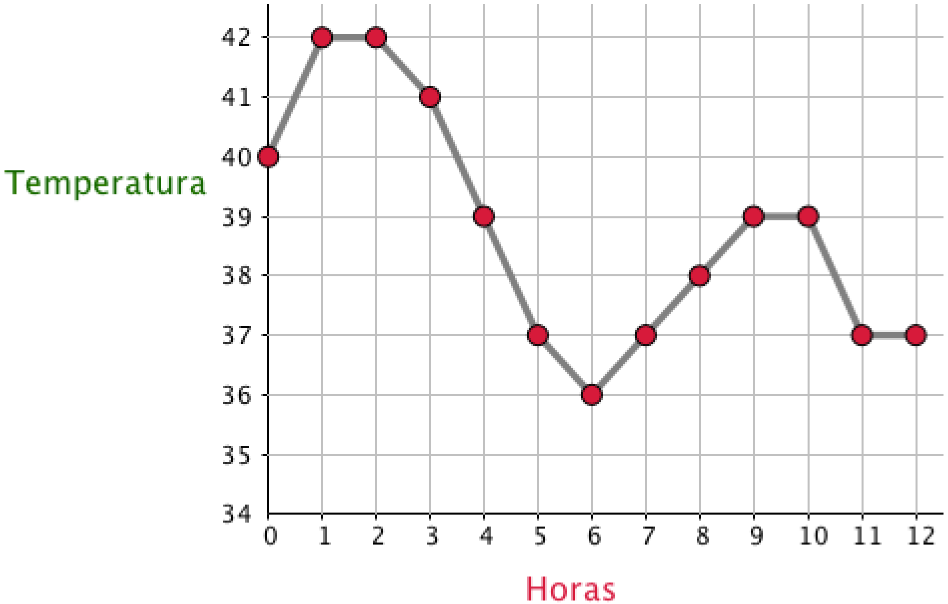


Imagen de elaboración propia

Si observamos el gráfico podemos conocer:

- La hora a la que llega a urgencias y su temperatura en ese momento.

- El tiempo que permanece en el hospital.
- El rango de temperaturas que alcanza.
- El momento en el que le proporcionan los antitérmicos (suponiendo que la fiebre no remite de forma natural)
- El momento en el que estos le dejan de hacer efecto.
- Los periodos de tiempo en el que le sube la fiebre y en los que le remite...

Todo esta información se puede obtener a través del análisis de las características de la función.

Importante

Pulsa en los signos +, para ver la definición de los términos:

[Enlace a recurso interactivo >> https://www.genial.ly/View/Index/5932ed078f76cc0d409b7209](https://www.genial.ly/View/Index/5932ed078f76cc0d409b7209)

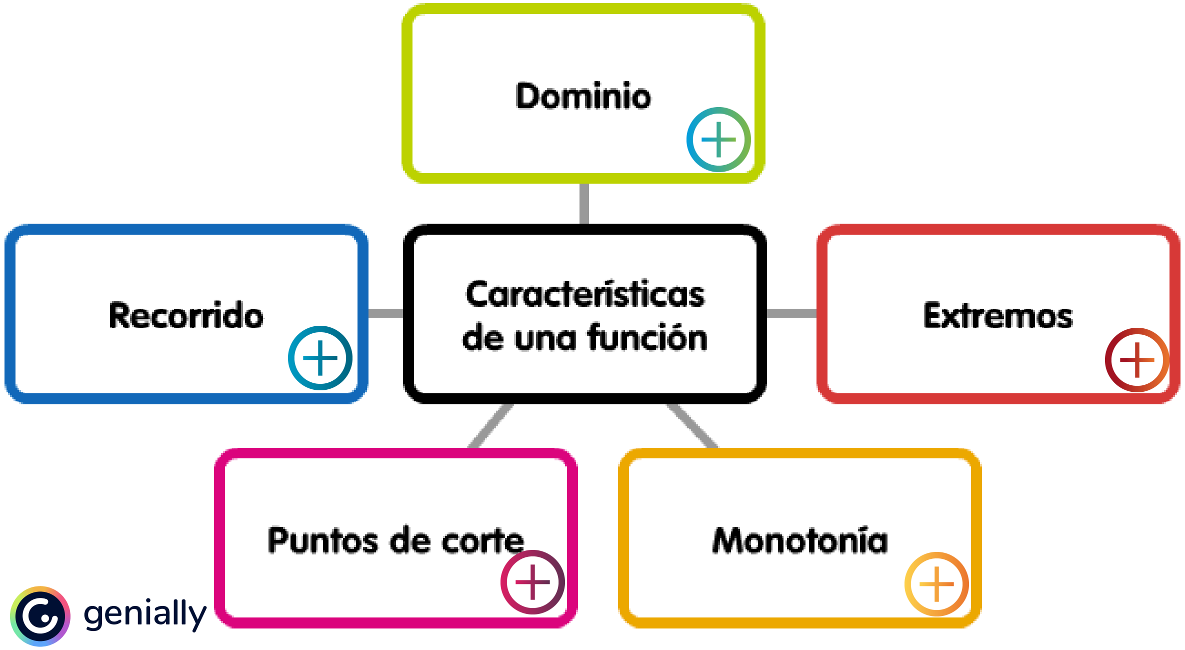


Imagen interactiva de elaboración propia alojada en Genially

Caso práctico

Sigamos con el ejemplo anterior y contestemos a las preguntas que nos plateábamos relacionándolas con las características de la función.

1. ¿En qué momento llega a urgencias y con qué temperatura?
2. ¿Cuántas horas pasa en el hospital?
3. ¿Entre qué valores se encuentra la temperatura del paciente?
4. ¿A qué horas se le han suministrados los antitérmicos?
5. ¿A qué hora le han dejado de hacer efecto?

6. ¿En qué intervalos de tiempo le ha subido la fiebre y en cuáles les ha bajado?

¿En qué momento llega a urgencias y con qué temperatura?

Llega a urgencias a las 0 y tiene una temperatura de 40 °, que es el punto de corte con el eje OY (0,40).

¿Cuántas horas pasa en el hospital?

Pasa en el hospital 12 horas, que sería el dominio de la función [0,12]

¿Entre qué valores se encuentra la temperatura del paciente?

Su temperatura oscila entre los 36° y los 42°, sería el recorrido de la función [36,42]

¿A qué horas se le han suministrados los antitérmicos?

Podemos suponer por el gráfico que es en los picos de fiebre, es decir, en los máximos absolutos y relativos x=1 y en x=9.

¿A qué hora le han dejado de hacer efecto?

Podemos suponer que se refiere al mínimo ya que comenzará a subirle la fiebre de nuevo sería en x=6.

¿En qué intervalos de tiempo le ha subido la fiebre y en cuáles les ha bajado?

Nos preguntan por la monotonía:

Crecimiento (0,1) U (6,9)

Decrecimiento (2,6) U (10,11)

En el resto del tiempo la temperatura se mantiene constante.

Curiosidad

Funciones y buscador Google

¿Sabías que desde diciembre del 2011 si introduces en el buscador google una función con su expresión algebraica te la representa?

Sí, sí, con el buscador. Simplemente hay que escribir la expresión de la función que queramos representar y nos aparecerá la gráfica de la misma. Recuerda las potencias se escriben con el símbolo ^. Además, estos gráficos son interactivos pudiendo acercar y alejar la imagen, y saber las coordenadas de cualquier punto de la función. Te permite representar varias funciones en un mismo gráfico, solo separándolas mediante comas:

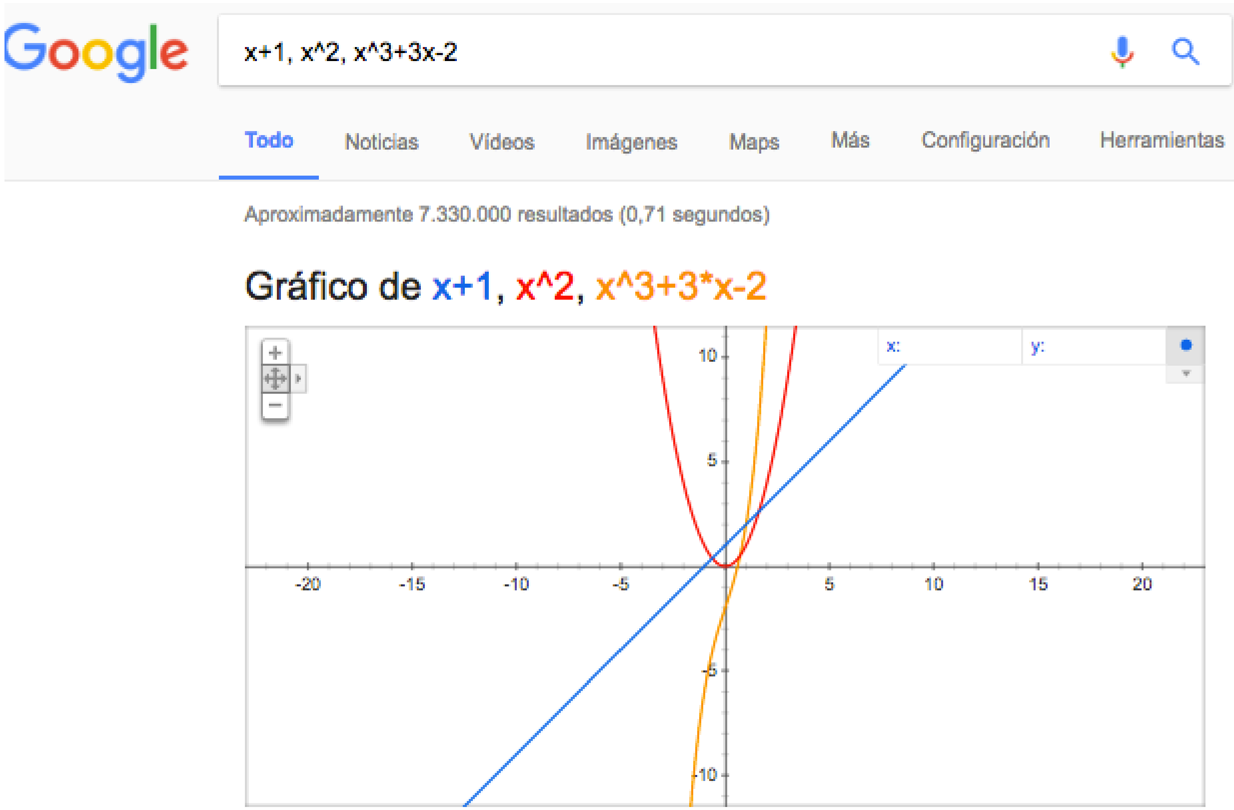


Imagen de elaboración propia

Reflexiona

Un pediatra tiene dos pacientes niñas menores de 5 años, de los cuales conoce los siguientes datos de peso:

Paciente 1		Paciente 2	
Edad (meses)	Peso (kg)	Edad (meses)	Peso (kg)
0	3,5	0	3

2	5,8	2	5,1
4	7,1	4	6,2
6	8,2	6	7,1
8	9	8	8
10	9,8	10	7,9
12	10,5	12	7
14	11	14	8,3
16	11,8	16	9,8
18	12,3	18	11,1

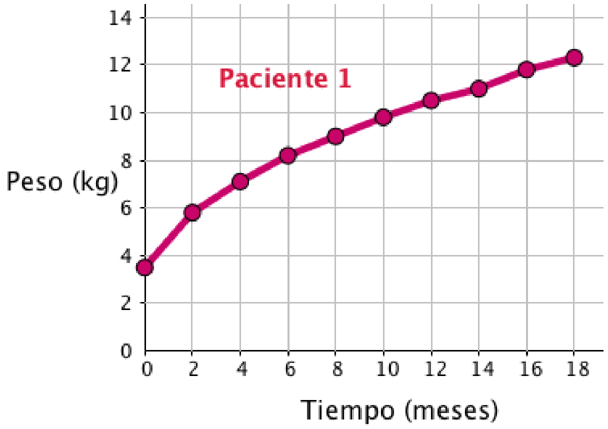
Para hacer un análisis de la salud de ambas, necesitamos:

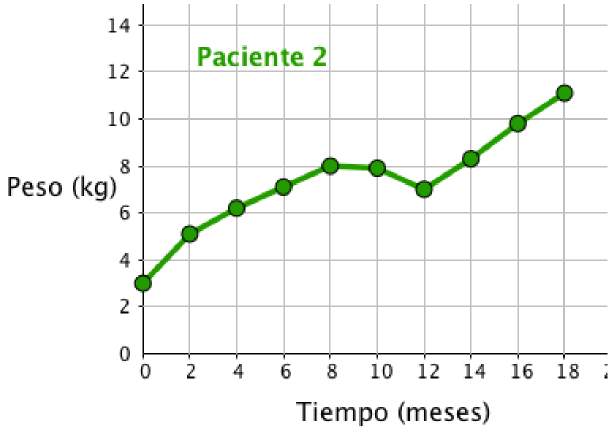
1.- Construir ambas gráficas de crecimiento.

2.- Comparar las gráficas de crecimiento con los patrones normales de crecimiento(percentiles) y ver si el gráfico es similar.

3.- En caso de que alguna de las gráficas se detecte algún problema, analizarla, indicando los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y si en algún momento vuelve a recuperar la línea de crecimiento que le correspondía. En función de estos datos, analiza si se pude tratar de alguna intolerancia a un alimento, y si se puede suponer que se ha dado con el origen.

1. Gráficas de crecimiento





2. Comparación de las gráficas con los patrones de crecimiento

La gráfica del paciente 1 es muy similar a las gráficas de crecimiento del patrón. Sin embargo, la gráfica 2 no lo es, ya que no es siempre creciente.

3. Análisis del paciente 2.

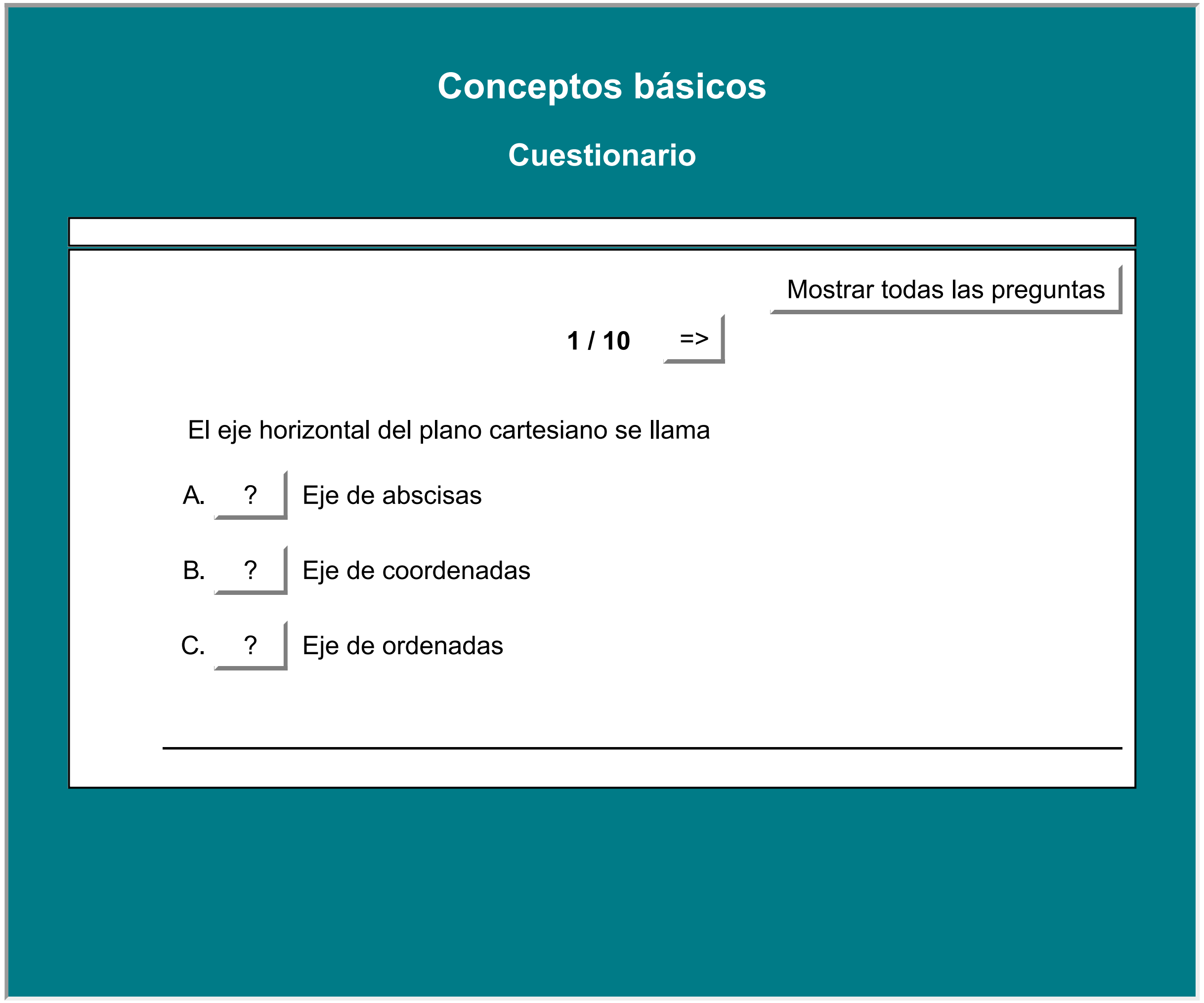
Como comentábamos en el apartado anterior, los patrones siempre tienen una tendencia a crecer, sin embargo, en este paciente detectamos los siguientes intervalos de crecimiento y decrecimiento:

- Creciente (0,8) U (12,18)
- Decreciente (8,12)

Nos encontramos con un mínimo relativo a los 12 meses. El origen podría ser algún alimento que se ha introducido en el intervalo de decrecimiento, entre los 8 y 12 meses (gluten, pescado o huevo). Como a partir de los 12 meses la paciente empieza a recuperar peso, es de suponer que se ha dado con el tipo de intolerancia.

Comprueba lo aprendido

En el siguiente cuestionario puedes repasar todos los conceptos que hemos visto en estos dos primeros puntos:



Cuestionario de elaboración propia creado con Hotpotatoes

3. Manipulando funciones

En primer lugar, contar: uno, dos, tres... Esa es una de las retahílas obligadas que nos hacen recitar de pequeños. A continuación, se empeñan en que aprendamos a sumar; "a ver, dime cuánto son dos más dos". Después vendrá restar, multiplicar...

Del mismo modo ocurre con las funciones, también se puede operar con ellas.

Pero las operaciones con funciones van más allá de las cuatro ya conocidas: suma, resta, producto y cociente. Existe una nueva operación, **la composición de funciones**, y a ella vamos a dedicar parte de este apartado. Y, para que te hagas una primera idea, podemos decir que la composición actúa como las piezas de un engranaje en el que las funciones son los piñones.

Imagen de markusspiske en Pixabay. Licencia CC

3.1 Composición de funciones

Muchas funciones habituales pertenecen a la clase de las funciones elementales. Se llaman así porque pueden obtenerse a partir de ciertos tipos de funciones bien conocidas realizando las operaciones de suma, producto, cociente y composición de funciones.

En la siguiente tabla puedes ver cuáles son las principales operaciones con funciones, y cómo afectan estas operaciones a su dominio:

$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$Dom(f+g)=Dom\,f\cap Dom\,g$
$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	$Dom(f-g)=Dom\,f\cap Dom\,g$
$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$	$Dom(f\cdot g)=Dom\,f\cap Dom\,g$
$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$Dom\left(\frac{f}{g}\right)=(Dom\,f\cap Dom\,g)-\{x\,/\,g(x)=0\}$
$(k\cdot f)(x)=k\cdot f(x)$	$Dom(k\cdot f)=Dom\,f$
$(g\circ f)(x)=g(f(x))$	$Dom(g\circ f)=Dom\,f\cap\{x\,/\,f(x)\in Dom\,g\}$

Imagen de 3con14. Licencia CC

Vamos a prestar especial atención a la composición de funciones, ya que es la única operación desconocida.

Piensa por un momento los pasos que tenemos que dar para limpiar la ropa sucia.


Fotografía en Flickr por Chapendra bajo CC

Básicamente y, desde que seleccionamos y ordenamos la colada por colores o tipo de tejido, realizamos las siguientes acciones:

Lavar la ropa...

Fotografía en Flickr por Scalino bajo CC

... secarla y...

Fotografía en Flickr por Xavi Talleda bajo CC

... plancharla.

Fotografía en Flickr por Gilmoth bajo CC

Podríamos decir que todo el proceso se **compone** de tres acciones distintas que se aplican de forma secuencial y ordenada a cada uno de las prendas: Primero lavar, luego secar y por último, planchar. Es fácil, ¿no?

Observa que es importante el orden en que ejecutemos las acciones.

Vamos a componer dos funciones $f(x)=\frac{1}{x}$ y $g(x)=2x+3$. En este caso solo vamos a dar dos pasos: f sería lavar y g secar. Y los números sobre los que se aplican, las prendas.

Por ejemplo, vamos a componer f y g sobre el número 2: $g(f(2))=g(\frac{1}{2})=2\cdot\frac{1}{2}+3=1+3=4$.

Hagamos ahora lo mismo sobre 5: $g(f(5))=g(\frac{1}{5})=2\cdot\frac{1}{5}+3=0{,}4+3=3{,}4$.

Lavar y secar con f y g el número 2 da como resultado 4, es decir $g(f(2))=4$. En tanto que $g(f(5))=3{,}4$.

Importante

Dadas dos funciones, f y g, se llama **función compuesta de** f **con** g a la función: $(g\circ f)(x)$

que se construye del siguiente modo: $(g\circ f)(x)=g[f(x)]$

La expresión $(g\circ f)(x)$ la leemos como f **compuesta con** g de x. Para nombrarla comenzamos por la función que se encuentra a la derecha, más cerca de la x, porque es la primera que actúa sobre esta variable.

En la escena siguiente, creada por la profesora Patricia Pérez con GeoGebra, se ilustra con más claridad lo que significa componer dos funciones:

https://tube.geogebra.org/material/iframe/id/16860/width/475/height/397/border/888888/rc/false/ai/false/sdz/true/smb/false/stb/false/stbh/true/ld/false/sri/true/at/auto

Caso práctico

¿Qué ocurrirá si "lavamos y secamos" los números 4 y 8? O, mejor dicho, calcula $(g \circ f)(4)$ y $(g \circ f)(8)$

$(g \circ f)(4) = 3{,}25$ pues $g(f(4)) = g(\frac{1}{4}) = 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 = 0{,}25 + 3 = 3{,}25$

$(g \circ f)(8) = 3{,}125$ pues $g(f(8)) = g(\frac{1}{8}) = 2 \cdot \frac{1}{8} + 3 = 0{,}125 + 3 = 3{,}125$

Apliquemos la composición ahora a un número cualquiera x, es decir lavemos y sequemos cualquier prenda.

$$g(f(x)) = g\left(\frac{1}{x}\right) = 2\cdot\frac{1}{x} + 3 = \frac{2}{x} + 3 = \frac{2+3x}{x}$$

Por tanto $(g \circ f)(x) = \frac{2+3x}{x}$.

Seguro que lo estás pensando, ¿es lo mismo $(g \circ f)$ que $(f \circ g)$? Te puedes contestar tú mismo: ¿da igual lavar y secar una prenda que secar y lavarla?, ¿el resultado sería el mismo? Evidentemente, no. Se dice que la composición de funciones no es conmutativa.

Importante

La composición de funciones **no es conmutativa**

Ejemplo:

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/7B3KbaHpcHI

Vídeo de las matemáticas.es alojado en Youtube

Caso práctico

Si tenemos las funciones,

$f(x) = \frac{3x-1}{2x+3}$

$g(x) = 3x+2$

Vamos a calcular $f \circ g$ y $g \circ f$

Observa con detenimiento el siguiente vídeo

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/2ICR830CkPg?rel=0](https://www.youtube.com/embed/2ICR830CkPg?rel=0)

Caso práctico

Un concesionario oficial de coches ofrece un descuento a los jóvenes menores de 30 años que adquieran un vehículo en sus dependencias. El importe de dicha ayuda está supeditado a los ingresos del comprador.

La ayuda está dividida en tramos. Los tramos vienen definidos por la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad x \leq 1000 \\ 2 & \text{si} \quad 1000 < x \leq 2000 \\ 3 & \text{si} \quad 2000 < x \leq 3000 \\ \dots & \dots \quad \dots \end{cases}$$

Una vez conocido el tramo, la cuantía de la ayuda se obtiene dividiendo 800 euros entre el número de tramo, es decir, si x es el tramo, la ayuda será:

$$g(x) = \frac{800}{x}$$

Determina la función a trozos que nos da directamente la cuantía de la ayuda, conocido el sueldo de la persona.
Observa que la función que estamos buscando no es más que la composición de f y g, es decir $g \circ f$.

Antes de dar la solución, veamos qué ocurre con un sueldo de 1200 euros.

$f(1200)=2$ y $g(2)=400$, por tanto si llamamos $h=g \circ f$, entonces $h(1200)=400$.

Si piensas un poco, te darás cuenta que la función h es:

$$f(x)=\begin{cases} 800 & \text{si} \quad x \leq 1000 \\ 400 & \text{si} \quad 1000<x \leq 2000 \\ 266{,}67 & \text{si} \quad 2000<x \leq 3000 \\ \cdots & \cdots \quad \cdots \end{cases}$$

Resumen

Importante

Imagen de elaboración propia creada con Canva

Importante

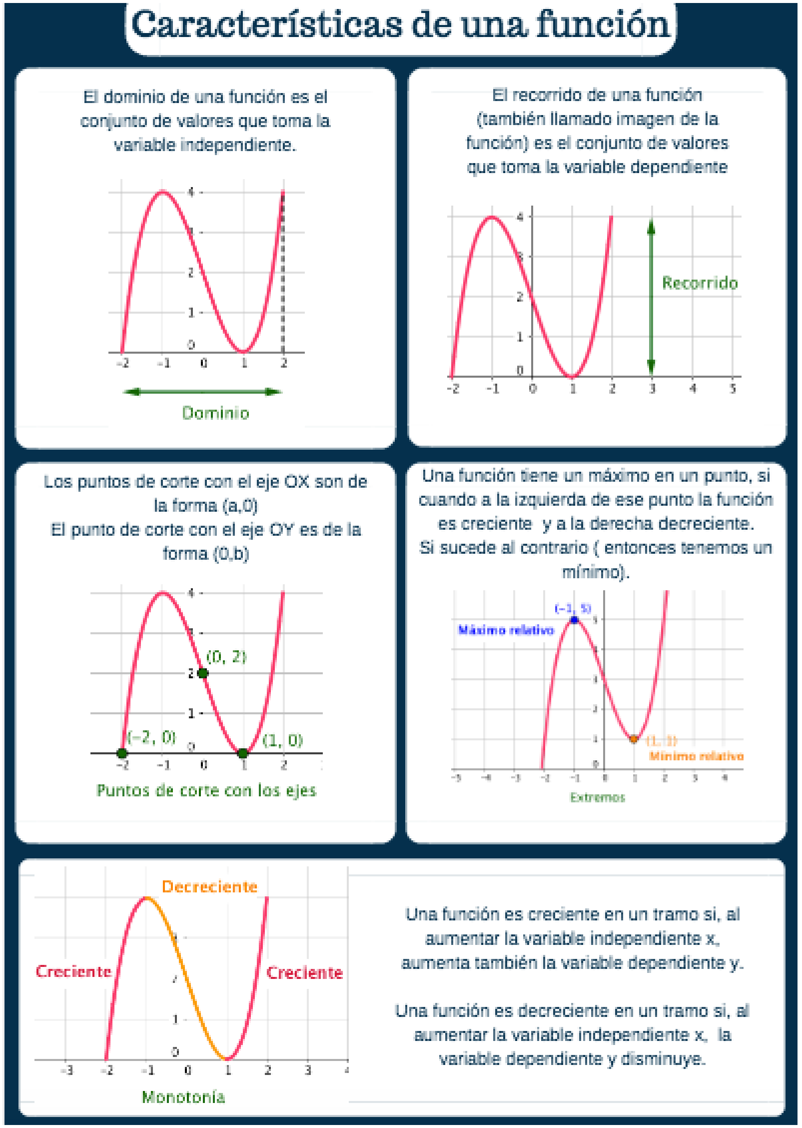


Imagen de elaboración propia creada con Canva

Importante

Dadas dos funciones, f y g, se llama **función compuesta de** f **con** g a la función: $(g \circ f)(x)$

que se construye del siguiente modo: $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

En el siguiente vídeo puedes ver un resumen de las principales operaciones con funciones:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/xAQiQ4UsKWI](https://www.youtube.com/embed/xAQiQ4UsKWI)

Vídeo de lasmatemáticas.es alojado en [Youtube](https://www.youtube.com)