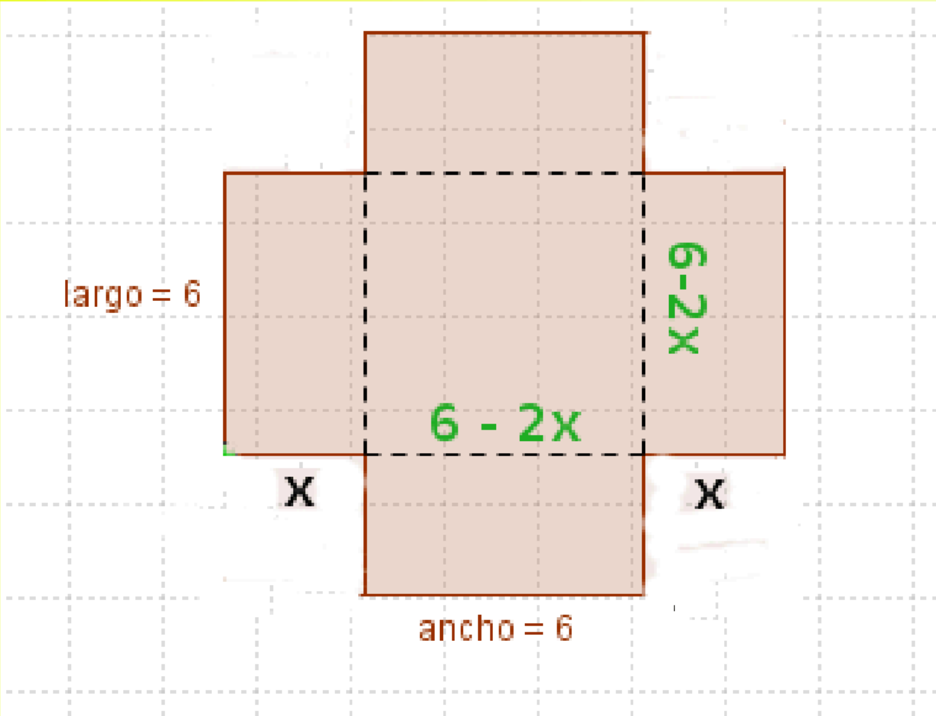
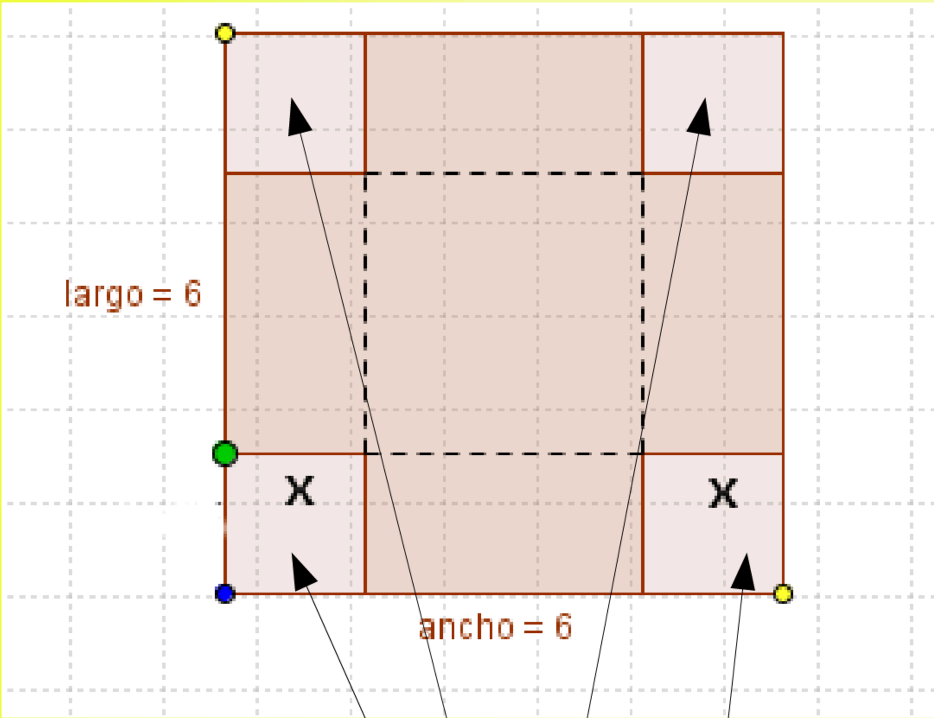
La mejor caja



Por tanto el cartón queda así:

Fíjate que si de largo medía 6 y quitamos x en ambos extremos, nos queda en la base una longitud 6 – 2x. Con el ancho ocurre lo mismo.

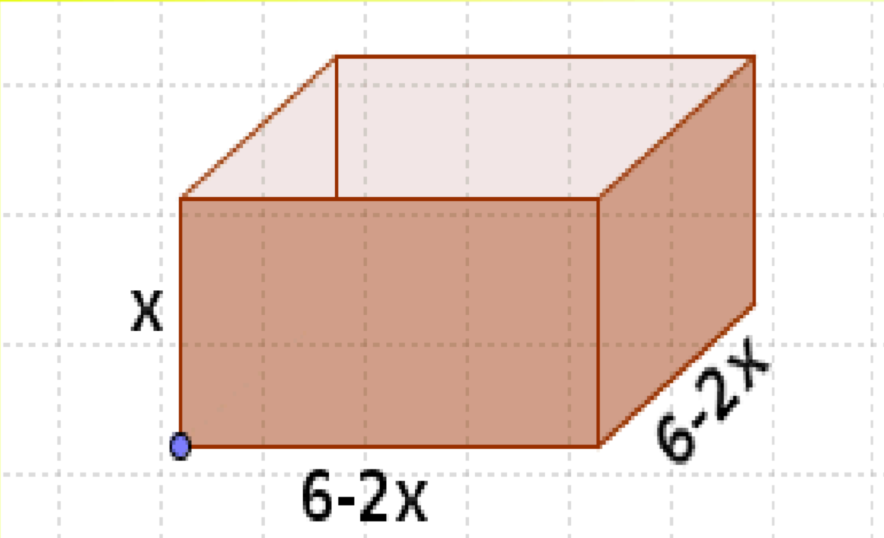
La mejor caja



Empezamos llamando “x” a la longitud que hay desde la esquina hasta el punto donde cortamos

Puesto que x va a ser la altura de la caja, por todos los dados tenemos que hacer ese corte de longitud x en cada esquina, quedando un cuadrado encada esquina de lado x que se desperdiciará

La mejor caja



Ya sólo queda levantar las paredes de cartón y montar la caja:

El volumen de esta caja es (6 – 2x) · (6 – 2x) · x; área de la base por altura

Por tanto ya tenemos la función a optimizar:

$$V(x) = (6 - 2x) \cdot (6 - 2x) \cdot x$$

Y si multiplicamos: $V(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$

La mejor caja

Le buscamos el máximo a esa función $V(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$

Derivamos: → $V'(x) = 12x^2 - 48x + 36$

Igualamos a cero y resolvemos la ecuación: → $12x^2 - 48x + 36 = 0$ → $X = 1$, $X = 3$

Segunda derivada → $V''(x) = 24x - 48$

Sustituimos los puntos

→ $V''(1) = 24 \cdot 1 - 48 = -24$ → X=1 es máximo relativo

→ $V''(3) = 24 \cdot 3 - 48 = 24$ → X=3 es mínimo relativo

La mejor caja

Comprobamos la solución

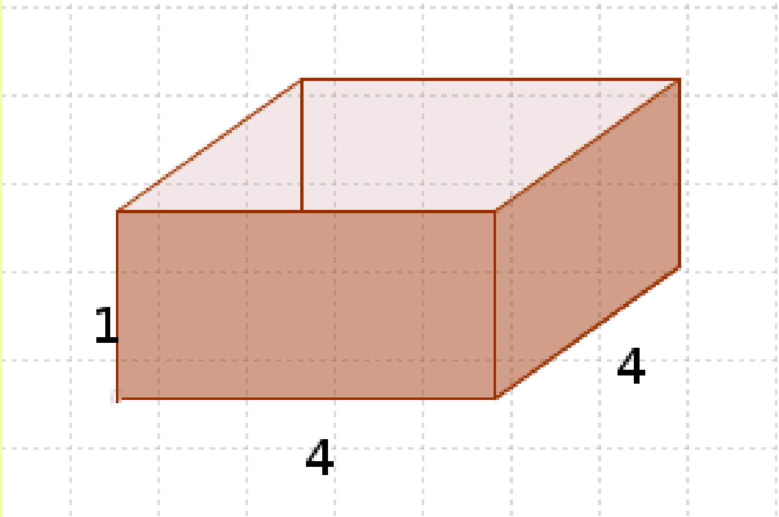
Para $x = 1$, el volumen es $V(1) = 4\cdot1^3 - 24\cdot1^2 + 36\cdot1 = 16\ u^3$

En el contexto del problema, x tiene que tomar valores mayores que 0, pues indica la altura y menores que 3, pues si es mayor que 3, la longitud del largo o el ancho sería negativo. Si le damos a x el valor 3 el volumen es 0 y si le damos 0 también, pues en ambos casos no construimos ninguna caja.

La mejor caja

Comprobamos la solución

Para x = 1, el volumen es $V(1) = 4 \cdot 1^3 - 24 \cdot 1^2 + 36 \cdot 1 = 16 \text{ u}^3$



Por tanto, la solución óptima es x = 1. Así la mejor caja que podemos construir mide 1 unidad de altura y una base de 4 x 4.