¿Para qué las matemáticas en un Bachillerato de Ciencias Sociales?

En primer lugar, por razones formativas. Vivimos en una sociedad en continuo proceso de cambio, donde las tecnologías nos exigen un esfuerzo constante de adaptación a nuevos avances, y con unos medios de comunicación que nos abruman con tal cantidad de información que, a veces, no tenemos tiempo de valorar. Así, se hace necesaria una actitud crítica que nos permita tener criterio propio y facilidad para asumir y aprovechar las oportunidades que los cambios sociales y las nuevas tecnologías puedan ofrecernos. Aquí entran las matemáticas, aportándonos formas de razonar y analizar la realidad.

Además, hay motivos puramente prácticos, relacionados con el Bachillerato de Ciencias Sociales: el conocimiento, la comprensión, interpretación y expresión de los fenómenos sociales y económicos, requieren la utilización de unas herramientas matemáticas básicas.

Fuente propia

Fotografía en ISFTIC bajo CC

Uniendo las dos ideas expuestas, os propondremos unas matemáticas eminentemente prácticas, enfocadas a la aplicación en problemas habituales de las ciencias sociales y de la vida cotidiana. Por ejemplo, en la primera de las dos fotos anteriores vemos como el uso de la geometría en el arte aporta belleza en la arquitectura. En la imagen de la derecha vemos una mesa de oficina, un puesto de trabajo que precisa conocimientos de informática, contabilidad, estadística y cálculo.

Pero, tal vez todo lo anterior te parezca más o menos bien, y no obstante, por tu experiencia personal con esta materia tengas cierta preocupación ante el inicio de este curso: por el tiempo que llevas sin ponerte delante de un ejercicio de matemáticas o, simplemente, porque no te gusten o no entiendas bien sus contenidos. Si estás pensando: “no es ese mi caso", genial, espero que sigas disfrutando de las matemáticas a lo largo de las 6 unidades de este curso. En el supuesto de que sí lo sea, me gustaría hacerte llegar el convencimiento de que la materia que aquí te ofrecemos estará perfectamente a tu alcance. Intentaremos hacerla práctica y accesible, y por esa razón hemos empezado por este primer tema “Números a mi alrededor”.

Cuando pases al siguiente apartado verás como recuerdas las técnicas y los conceptos, como siguiendo los contenidos aprenderás a HACER, realizarás sin dificultad las actividades y tareas propuestas e irás adquiriendo las habilidades necesarias para afrontar el tema siguiente. De este modo, paso a paso, contando con tu ánimo y tu trabajo, esperamos y deseamos que cuando acabes este curso tengas un buen concepto del mismo y guardes un buen recuerdo de este material. Por nuestra parte, DESEARTE QUE APRENDAS, QUE DESARROLLES NUEVAS COMPETENCIAS Y QUE DISFRUTES DE LAS MATEMÁTICAS.

Fuente propia

Fotografía en ISFTIC bajo CC

Domicilio, edad, sueldo, ¿cuánto cuesta?, ¿cuántos hijos tienes?, rebajas, ¿cuántos días faltan para las vacaciones?, ¿cuántos caballos hay en la foto?, ¿cuántas personas?, ¿se podría estimar la superficie del recinto que encierra a los caballos?, ¿qué proporción hay entre caballos y personas dentro del recinto?, ¿cuántos de los asistentes a la "rapa das bestas" (tradición popular de Sabucedo, Pontevedra) son turistas?, ¿qué beneficio económico conllevará para esta localidad y las vecinas esta tradición?, ¿cuántas primitivas habría que rellenar para acertar seguro?, ¿cuánto se puede ganar?, ¿cuánto cuesta jugar un boleto?... ¿Imaginas **un mundo sin números**?

Si te preguntan por la edad, por el número de hijos, por los coches que tienes o por las estrellas que podrías contar en una noche entera, estarás usando los números naturales.

Con los números naturales se puede operar, y seguro que recuerdas cómo, no obstante, el siguiente vídeo nos lo recuerda en un momento:

Reflexiona

Piensa, ¿qué conjunto será el formado por los números naturales?

¿Has pensado en el cero?

Efectivamente, el conjunto de los números naturales, que lo representaremos por $\mathbb{N}$, es

$$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5,....\}$$

Comprueba lo aprendido

A continuación te planteo unas cuantas preguntas para recordar cosas sobre los números naturales:

¿Existe un número natural mayor que todos los demás?

- ○ Verdadero
- ○ Falso

No hay un número natural que sea el más grande. Pensemos el que pensemos, bastaría con sumarle uno y tendríamos uno mayor. Por cierto, no vale decir infinito, ya que no es un número.

Correcto

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

La suma y el producto de números naturales siempre da un número natural.

- ○ Verdadero
- ○ Falso

Correcto

Es cierto, por eso se dice que la suma es una operación interna.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

La resta de números naturales resulta siempre un número natural.

- ○ Verdadero
- ○ Falso

En el conjunto de los números naturales no es posible restar a un número otro que sea mayor

Correcto. Por ejemplo 5 - 8 no es un número natural

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

El cociente de números naturales no es necesariamente un número natural.

- ○ Verdadero
- ○ Falso

Correcto. Por ejemplo 17 entre 5 no es natural.

No todas las divisiones son exactas, por ejemplo, 17 entre 5

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

La suma y el producto de números naturales son operaciones que verifican la propiedad conmutativa.

- ○ Verdadero

◯ Falso

Exacto. El orden de los factores no altera el producto y el de los sumandos no altera la suma.

Mal. El orden de los factores no altera el producto y el de los sumandos no altera la suma.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

Ejercicio resuelto

En la familia Martínez-Cruz están haciendo un análisis de su economía doméstica. La señora Cruz trabaja por horas con el siguiente horario de trabajo: los lunes, miércoles y viernes trabaja cuatro horas al día, los martes y los jueves sólo tres horas por día y sabemos que cobra a 14 € la hora. Su marido, el señor Martínez tiene un sueldo de 1620 € al mes, y su hijo Miguel gana la mitad que su padre.

¿Cuánto ingresa la familia en dos semanas?.

Supondremos que el padre cobra la mitad del mes exactamente: 1.620:2 = 810 €

Su hijo Miguel cobrará la mitad de lo que él ingrese, por tanto 810:2= 405 €

Has calculado las horas que trabaja la madre (18 por una semana) y las has multiplicado por el número de semanas: 2, y por el precio por hora: 14. Luego 18·2·14 = 504 €

Sumándolo todo 810+405+504 = 1.719 €. Obtenemos que los ingresos de la familia en dos semanas son de 1719 €

Si la familia destina a pagar la hipoteca la tercera parte de sus ingresos en esos 15 días, a comida 120 € quincenales, a ropa y calzado 250 € mensuales y el resto de gastos aseguran que los cubren con 350 € semanales. ¿Cuánto ahorran cada dos semanas?.

La tercera parte de 1.719 € hacen 573 €. Si a eso sumamos 120 €, 125 € (la mitad de los 250 mensuales) y 700 € (el doble de los 350 semanales) obtenemos 1.518 €. Por tanto, el ahorro será de 201 €.

Miguel quiere quedarse con la tercera parte de su sueldo para ahorrar y comprarse una moto. ¿Puede asumir la familia esta propuesta sin cambiar el reparto de gastos que tiene?.

La tercera parte de la aportación de Miguel en dos semanas son 135 €. Luego sería posible reduciendo el ahorro.

Ejercicio resuelto

Escuchamos mucho eso de que el tiempo vuela, pero:

¿Cuántos minutos transcurrieron desde las 18 horas 15 minutos del 4 de Febrero de 1988 hasta las 14 horas 20 minutos del día 27 de Junio del mismo año?.

¡Cuidado 1988 fue año bisiesto!.

Son 143 días, 20 horas y 5 minutos. 143 días son 205.920 minutos (143 · 24 · 60 = 205.920), las 20 horas son 1.200 minutos (20 · 60 = 1.200). Luego, transcurren: 205.920 + 1.200 + 5 = 207.125 minutos.

Utilizando todas las cifras del 1 al 9, una sola vez cada una, y las operaciones +, -, ·, :, todas las veces que quieras, obtén 13.

Ten paciencia y constancia. Puedes usar la calculadora.

Por ejemplo: 9:3+(8+2):5+6+7-4-1

Comprueba lo aprendido

A ver si lo has entendido

Un avión recorre 798 km cada hora. Al cabo de 4 horas, ¿cuántos kilómetros le faltarán para finalizar un viaje de 7.834 km?.
Sugerencia

- 7.036 km
- 3.192 km
- 4.642 km.
- Ya ha llegado a su destino.

Piensa que son 4 horas a 798 km/h

Esa es la distancia que lleva recorrida.

Muy bien. 7834 - 4 · 798=4.642

Repasa tu razonamiento y tus cálculos.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

Un señor vendió el lunes 27 conejos, el martes el doble que el lunes, y el miércoles la tercera parte que el lunes y el martes juntos. ¿Cuántos conejos ha vendido?
Sugerencia

- 324.
- 162
- Menos de 100.
- 108

Tal vez no has hecho la tercera parte, sino el triple.

Repasa el planteamiento y los cálculos.

Repasa el planteamiento y los cálculos.

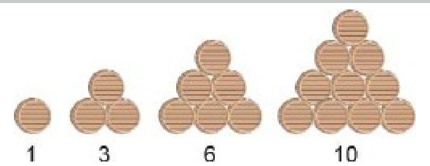
Muy bien. 27 + 2 · 27 + (27 + 2 · 27)/3=27+54+27 = 108

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Opción correcta (Retroalimentación)

Para saber más

¿Sabías que hay números triangulares y números cuadrados?.



Fotografía en ISFTIC bajo CC

Te recomendamos para conocer estos números el enlace: Números poligonales.

2. Buscando múltiplos y divisores

Escribe un número de tres cifras. Ahora escríbelo dos veces seguidas (p.e. si el número es 347, escribe 347347).

Divide el número de 6 cifras entre 7. Seguro que sale un cociente exacto.

El cociente obtenido divídelo por 11. ¿Verdad que de nuevo da un cociente exacto?

Vuelve a dividir el cociente obtenido en el paso anterior entre 13. Genial, de nuevo exacto. Pero, sorpresa, ¿qué número has obtenido? El número de tres cifras que escribiste al principio.

Intenta descubrir la razón de lo ocurrido.

Múltiplo y divisor

Un número a es **múltiplo** de otro b, cuando lo contiene un número exacto de veces. O lo que es lo mismo, a es múltiplo de b si existe un número natural c que multiplicado por b nos da a.

a es múltiplo de b → a = b · c (a contiene c veces a b)

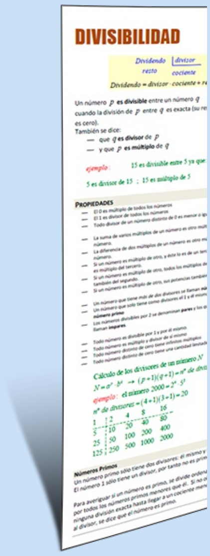
En este caso decimos que b y c, son **divisores** de a.

12 es múltiplo de 2 → 2 · 6 = 12 (12 contiene 6 veces a 2)

Por lo que 6 y 2, serían divisores de 12.

Importante

Para recordar estos conceptos y los criterios de divisibilidad por 2, por 3, por 5 y por 6, te dejamos una presentación y el enlace a un resumen de la página 3con14:



Comprueba lo aprendido

Podemos repartir 1065 paquetes de manera exacta entre 5 personas

- Sí
- No

Exacto, el número acaba en 5

Repasa el criterio del 5

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

Se pueden empaquetar 2563 pinceles en paquetes de a 3.

- Sí
- No

Repasa el criterio del 3.

Correcto; 2 + 5 + 6 + 3 es 16 que no es múltiplo de 3.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

896112 ladrillos se pueden empaquetar de 6 en 6

- Sí
- No

Correcto, acaba en cifra par y la suma de sus cifras es 27 que es múltiplo de 3.

Repasa el criterio del 6.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

Podemos juntar en grupos de 10 los 230 turistas japoneses que han venido a visitar la Alhambra

- Sí
- No

Claro, acaba en 0

Repasa los criterios de divisibilidad.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

Importante

Ahora vamos a recordar la rutina para descomponer un número en números primos y el cálculo del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo. Lo haremos con dos números, pero se puede hacer con tres o más, el proceso sería el mismo.

(haz clic en la imagen para ir pasando las diapositivas)

En este enlace a la página **vitutor**, encontrarás ejercicios resueltos sobre el cálculo del mcm y el MCD.

Ejercicio resuelto

En mi casa tengo una pared de 435 cm de largo por 240 cm de alto. Deseo cubrirla entera con azulejos de forma cuadrada, todos del mismo tamaño, y usando el menor número posible de ellos (sin romper ninguno).

¿La medida del lado de los azulejos será múltiplo o divisor del largo y del alto de la pared?

Si fuese múltiplo de las longitudes de los lados, sería el azulejo más grande que la pared. El lado del azulejo, para no romper ninguno, tiene que dividir exactamente a los lados de la pared.

La longitud buscada para el lado del azulejo, por tanto, será un divisor de ambos lados y el azulejo debe ser lo más grande posible (para utilizar el menor número de azulejos). Luego, buscamos el MÁXIMO COMÚN DIVISOR de las longitudes de los lados. Intenta calcularlo.

Podemos intentar hacer un listado con todos los divisores de ambos números y buscar el mayor, pero sería tedioso y largo.

Si descomponemos los dos números en factores primos y tomamos los factores comunes con menor exponente, el número obtenido será divisor de ambos números (se ha formado con factores que están en los dos) y será el mayor, ya que si hubiese otro más grande tendría algún otro factor cosa que carece de sentido por la forma en que ha sido construido.

Si lo haces, el máximo común divisor ha de ser 15 y por tanto los azulejos tienen que tener 15 cm de lado.

$$435 = 3 \cdot 5 \cdot 29$$

$$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

Por tanto el máximo común divisor de 435 y 240 es 3·5; o sea, 15.

Ejercicio resuelto

En nuestro instituto funcionan cinco talleres: fotografía, ajedrez, canto, teatro y literatura. Las reuniones del taller de fotografía se hacen cada dos días; el de ajedrez cada tres; el de canto cada cuatro días; el de teatro cada cinco días y el de literatura cada seis días.

Si el día 1 de Octubre se reunieron los cinco talleres, ¿cuando será la próxima vez en que volverán a coincidir las reuniones de todos los talleres?.

Observa que el número buscado debe ser múltiplo de los 5 números dados, ya que un taller se reúne cada vez que suma una cantidad fija de días, es decir, va construyendo un serie de múltiplos (p.e. ajedrez se reúne a los 3 días, a los 6 días, a los 9 días, ..., el de teatro a 5 días, a los 10, a los 15,...).

Por tanto, queremos un múltiplo común, y deseamos saber la primera vez que ocurrirá, luego, buscamos el MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.

Como hemos visto antes, descomponemos todos los números en factores primos y tomamos los factores comunes y no comunes con mayor exponente. De ese modo es múltiplo de todos y es el más pequeño posible.

Pues bien haciendo eso, obtenemos que 2,3 y 5 son números primos, $4 = 2^2$ y $6 = 2·3$; Por tanto el mínimo común múltiplo es $2^2·3·5$, o lo que es lo mismo 60.

Luego cada 60 días vuelven a coincidir. Si coincidieron el día 1 de octubre, la próxima vez será el 30 de noviembre.

Curiosidad

Para terminar: multiplica 7 x 11 x 13, ¿cuánto da?. Toma un número de 3 cifras y multiplícalo por ese resultado. ¡Eso es! Se ha transformado en un número de 6 cifras (las tres iniciales dos veces seguidas). Por tanto, al escribir el número de tres cifras dos veces, lo estamos multiplicando por 1001. Y luego lo fuimos dividiendo por los factores de 1001. Era simple, pero curioso.

Comprueba lo aprendido

Tres luces se encienden a intervalos fijos. Una cada 25 segundos, la segunda cada 20 segundos y la tercera cada 30 segundos. Si a las 12 de la noche coinciden las tres encendidas, ¿a qué hora volverán a coincidir?

Sugerencia

- ○ A las 2 de la madrugada.
- ○ A las 12 horas y 5 minutos.
- ○ A las 12 horas y 1 minuto.
- ○ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Repasa el planteamiento.

Muy bien. El mcm(20, 25, 30) = 300, y 300 segundos son 5 minutos.

Revisa los cálculos.

Revisa los cálculos y/o el planteamiento.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

Un depósito tiene 600 litros de agua y otro 480 litros de vino. Queremos pasar el contenido de ambos depósitos a bidones de la misma capacidad máxima, sin que sobre ni agua ni vino en los depósitos, sin mezclarlos y dejando todas los bidones completos. ¿Qué capacidad debe tener la bidones?

Sugerencia

- ○ Bidones de 100 litros.
- ○ 2625 litros.
- ○ 120 litros.
- ○ El vino y el agua no se deben mezclar.

Sobraría vino o se quedaría un bidón de vino sin completar.

¿No sería demasiado grande?

Muy bien. El mcd(600, 480)=120.

Lee de nuevo el enunciado.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)


Fotografía en ISFTIC bajo CC

Marina, la protagonista de nuestra historia inicial, sale para su oficina en la caja de ahorros. Hace frío. Acaba de ver en la prensa las mínimas de ayer y ha sentido más frío aún. Por razones de trabajo debe hacer un viaje a Suecia y se teme lo peor. Cuando llega a la oficina se encuentra con un cliente que quiere aclarar la razón por la que tiene un saldo negativo. No lo entiende. Ayer tenía en su cuenta 650 €, debía haber recibido un pago de un trabajo por un importe de 460 € y aunque cumplía el plazo de su hipoteca, que ascendía a 850 €, su saldo debería ser positivo. Comprobando los datos de los que dispone, Marina comprueba que lo que dice el cliente es cierto. Pero no ha contado con que también le han cargado el seguro de su coche, 320 €. El cliente conforme hace un ingreso para cubrir sus "números rojos".

Comprueba lo aprendido

Las siguientes cuestiones (para responder verdadero o falso) las utilizaremos para recordar las operaciones con números enteros.

1. Según el cliente, su saldo debería ser de 260 €.

- Verdadero
- Falso

Correcto
650 + 460 - 850 = 260

Repasa las operaciones

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

2. El saldo real del cliente es el mismo que el resultado que da hacer la operación:

$$5\cdot(-13) - (-5)$$

- Verdadero
- Falso

Correcto!
260 - 320 = -60;
5·(-13) - (-5) = -65 + 5 = -60

Repasa las operaciones

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

3. El valor absoluto de un número no puede ser mayor que el número.
Sugerencia

- Verdadero
- Falso

No es correcto; por ejemplo |-5|=5, que es mayor que -5.

Muy bien

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

4. La operación siguiente es correcta, ya que el exponente es par: $-(-2)^2 = 4$

○ Verdadero
○ Falso

No es correcto porque hay un signo menos fuera del paréntesis que abarca el cuadrado.

Muy bien

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

5. La suma de dos números de signo contrario siempre es un número negativo.
Sugerencia

○ Verdadero
○ Falso

No siempre es así. Si debes en una tienda 3 € y llevas 5, tienes para saldar la deuda y aún te quedas con 2€ para ti.

Correcto. Por ejemplo - 3 + 5 es positivo

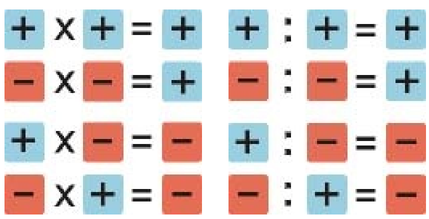
Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

A continuación te ofrecemos dos vídeos que te permitirán recordar las cuestiones básicas sobre los números enteros:

LAS REGLAS DE LOS SIGNOS.

Recuerda que para multiplicar o dividir con números enteros no podemos olvidar la regla de los signos:



Fotografías en ISFTIC bajo CC

Para saber más

Te ofrecemos dos enlaces en los que puedes repasar y aprender más sobre números enteros:

- Números enteros

- Operaciones con números enteros: suma y resta, multiplicación, división, y operaciones combinadas.

4. Números reales

Hemos tratado en los puntos anteriores los números naturales y los números enteros. En este nos dedicaremos a recordar los números decimales, las fracciones, la relación existente entre estos números, y los números irracionales. Todos estos números formarán un conjunto de números que llamaremos números reales. Estos números serán la base sobre la que trabajaremos durante el Bachillerato. Por eso, es importante que repases estos conceptos con interés. Su utilidad inmediata es mucha, pero la que tendrá en el desarrollo de los temas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales también lo será.

No obstante, no creas que lo dicho anteriormente significa que este punto va a ser difícil. Vas a ver como todo se va estructurando y acabarás comprendiendo los conceptos trabajados. Adelante, te esperan los conjuntos $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$ y $\mathbb{R}$. Disfrutarás viendo su potencial.

Fotografías en ISFTIC bajo CC

Fotografías en ISFTIC bajo CC

En nuestra actividad cotidiana utilizamos habitualmente términos como mitad, un tercio, un cuarto... Se trata de expresiones que designan a partes de un todo. Las conocemos como fracciones. El origen de las fracciones, o quebrados, es muy remoto.

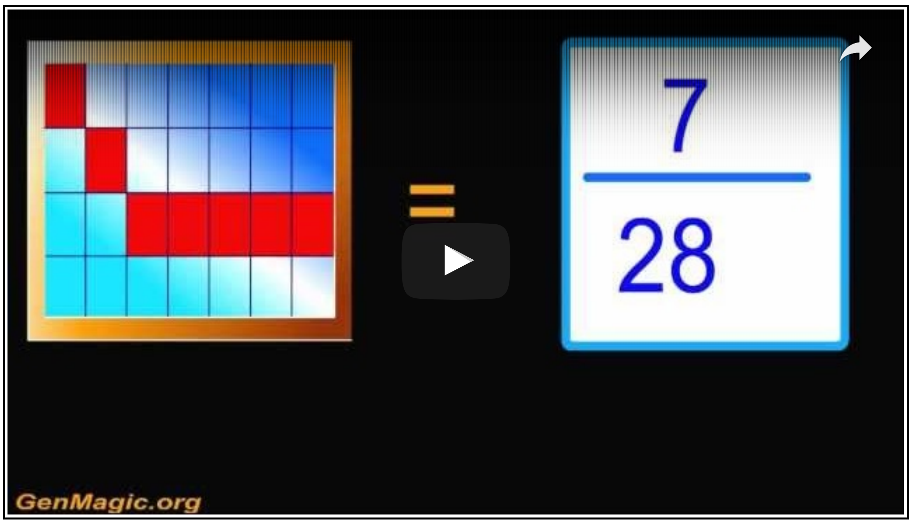
Curiosidad

La fracciones ya eran conocidas por los babilonios que las utilizaron teniendo como único denominador al número 60, los egipcios, por su parte, las emplearon con sólo el 1 como numerador (por ejemplo, si querían representar 5/8 escribían: 1/2 y 1/8, considerando que 1/2 equivale a 4/8) y los griegos que marcaban con un acento el numerador, y con dos el denominador. Pero el nombre de fracción se lo debemos a Juan de Luna, que tradujo al latín, en el siglo XII, el libro de aritmética de Al-Juarizmi. De Luna empleó la palabra «fractio» para traducir la palabra árabe «al-Kasr», que significa quebrar, romper.

En la historia, es posible distinguir dos motivosprincipales por los que fueron inventadas las fracciones:

- El primero de ellos fue la existencia de divisiones inexactas. Por ejemplo: 5/4 representa 5:4.
- Un segundo motivo por el cual se crearon las fracciones resultó de la aplicación de unidades de medida de longitud. Para realizar las mediciones de trozos, se tomaba otro trozo como unidad de medida, y se veía las veces que contenía en el otro. Como no siempre cabía de manera exacta, se dividía el trozo que servía de unidad en partes iguales y más pequeñas, para que el resultado fuera exacto. Este resultado de la medición se expresaba en fracción.

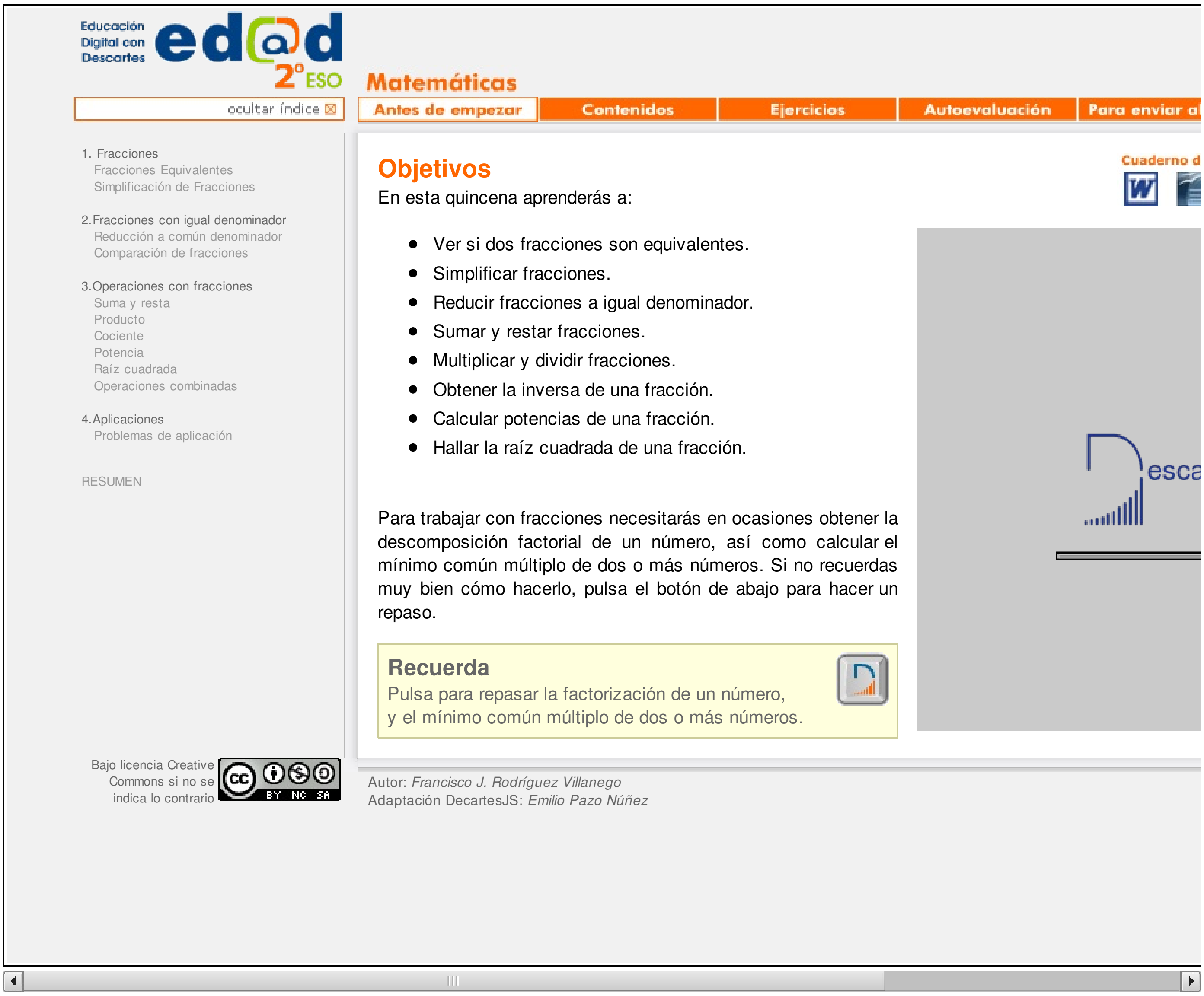
Antes de entrar en materia, hacemos un primer acercamiento visual con el siguiente video:



Una vez que ya tengas clara la idea de fracción, ahora toca recordar cómo se opera con ellas. Para ello te ofrecemos los siguientes recursos:

1) Una presentación con contenidos teóricos y algún ejemplo práctico:

2) Una unidad muy completa del proyecto EDAD, dónde no sólo encontrarás teoría, también ejercicios resueltos:



3) Unos vídeos con ejemplos concretos, en los que se practican las operaciones combinadas con números racionales, incluyendo potencias:

Ejercicio resuelto

Marcos ha sacado dinero de su cuenta corriente utilizando la tarjeta de crédito, en un cajero automático. Ha sacado 120 €, pero ha perdido el comprobante de la operación y no puede saber el saldo que tiene. Mirando el comprobante de la última vez que usó la tarjeta observa que tenía 904,21 €. Después le han ingresado la nómina del mes, de 1339,56 € y ha pagado de esa cuenta los recibos de la luz cuyo importe ha sido de 53,21 €, del alquiler del piso, por un valor de 320,80 € y la letra del coche, de 207,95 €.

1. ¿Qué saldo indicaba el comprobante que ha perdido Marcos?

Si tenía 904.21 € y recibe la nómina: 904,21+ 1339,56 sería el saldo antes de pagar los gastos y sacar dinero. Luego, el saldo final se obtiene de: 904,21+1339,56-53,21-320,80-207,95-120= 1541,81 €.

2. Al llegar a su casa Marcos encuentra el aviso de cobro de dos domiciliaciones: agua, 32,67 € y seguro del coche, 437,45 €. Con el dinero que le quede después de esos pagos quiere hacer 3 partes iguales, una para comprar un ordenador que cuesta 380 €, otra para libros y música y la tercera para sus gastos. ¿Podrá comprarse el ordenador?

Tenía 1541,81. Ahora: 1541,81-32,67-437,45=1071,69, y esta cantidad dividida entre 3 sale a 357,23 €. Si quiere comprarse el ordenador no podrá cumplir los planes previstos.

Ejercicio resuelto

El profesor de matemáticas suele desayunar en la cafetería del instituto: "Por favor, un café y media de tomate". Su amiga Paqui, que quiere que la invite a desayunar: "Para mi otra media". El camarero trae una tostada completa. Paqui sonríe, nunca entiende las bromas del camarero.
En una mesa, mientras se toma su bocadillo, Meki, una chica del instituto, llama a su profe: "Esto debe estar mal, me salen tres cuartos y no se puede dividir". Paqui, que es profe de francés pero suele hacer la compra de su casa, salta: "Pues claro que se puede, ayer compré tres cuartos de kilo de carne y me pusieron 750 gramos". Suena el timbre y todos a clase.

1. El profesor sabe que en su próxima clase encontrará más chicas que chicos. $\frac{5}{7}$ del grupo son chicas y en total son 28. ¿Cuántas chicas hay en esa clase?

Calcula $\frac{5}{7}$ de 28. Recuerda para hacer la fracción de un número se multiplica el número por el numerador y se divide, el producto, por el denominador.

$\frac{5}{7}\cdot 28=\frac{5\cdot 28}{7}=20$. Hay 20 chicas en la clase.

2. Paqui debe ir al cajero a sacar dinero. Piensa que si gasta $\frac{1}{5}$ de su dinero en la entrada para un coche, $\frac{1}{4}$ en comprarse los muebles que necesita, la décima parte de sus ahorros en un ordenador y $\frac{3}{8}$ de los mismos en liquidar lo que le falta para terminar de pagar su casa, aún le quedarán 375 €. "No está nada mal", piensa ella. Por cierto, ¿cuánto dinero tiene Paqui?

Suma las fracciones dadas, piensa en la fracción del dinero que le quedará y observa que dicha fracción del total daría los 375. ¡Ánimo!, seguro que puedes. Cuidado, que la fracción no se la haces a 375 sino al total desconocido.
¿Lo tienes? Veamos, la suma de las fracciones da

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{3}{8}=\frac{8}{40}+\frac{10}{40}+\frac{4}{40}+\frac{15}{40}=\frac{37}{40}$$

.

Por tanto, si gasta $\frac{37}{40}$ de su dinero (x), le queda: $1-\frac{37}{40}=\frac{40-37}{40}=\frac{3}{40}$

$\frac{3}{40}$ de x; y $\frac{3}{40}\ de\ x=375$

Por tanto, de x tiene que ser: $x=\frac{375\cdot 40}{3}=5000$

Paqui tiene 5.000 €

3. Por su parte, Meki que tiene 250 € ahorrados, piensa gastarse $\frac{3}{5}$ de su dinero en ropa, $\frac{7}{10}$ de lo que aún le quede en música y 30 € en un libro. Lo que le sobre se lo regalará a su hermana. ¿Es muy generosa con su hermana?

Calcula cada uno de los gastos y réstalo del total restante. Verá como tras comprar el libro no le queda nada.

Veamos: $\frac{3}{5}\cdot 250=\frac{3\cdot 250}{5}=150$, luego en ropa se ha gastado 150 €, le queda por tanto, 100 €, la diferencia 250 - 150 = 100.

Ahora gasta siete décimos de los 100 en música, $\frac{7}{10}\cdot 100=\frac{7\cdot 100}{10}=70$, gasta 70 € en música y, por tanto, le quedan 30 € (100 - 70 =30). Como en el libro se va a gastar 30 €, no le queda nada para su hermana.

4. El profesor de matemáticas debe corregir los exámenes de una clase. Ayer corrigió $\frac{2}{7}$ de todos los exámenes, hoy piensa corregir $\frac{3}{5}$ de los que le quedan, y así para mañana sólo le restarán 8. ¿Cuántos alumnos/as se presentaron al examen?.

El primer día, ayer, corrige $\frac{2}{7}$ del total de exámenes (x) y le quedan $1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$.

Hoy corrige $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{7}$ de x, es decir, $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{7}=\frac{3}{7}$ de x (para obtener la fracción de otra fracción multiplicamos).

Así, en los dos días ha corregido $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$, es decir, ya ha corregido $\frac{5}{7}$ de x, de modo que aún debe corregir, $1-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$ del total x.

Si $\frac{2}{7}x=8$, entonces: $x=8\cdot\frac{7}{2}=28$.

Comprueba lo aprendido

Haz los dos problemas que vienen a continuación

1. Una madera tiene un quinto de su longitud pintada de rojo, siete décimos del resto de azul y los doce centímetros restantes son blancos. ¿Cuánto mide la madera?.

Sugerencia

- ○ 60 cm
- ○ 50 cm.
- ○ 55 cm.
- ○ Ninguna de las respuestas anteriores es la correcta.

No es correcto. Repasa el planteamiento y los cálculos.

Muy bien. Observa: si la madera mide x, $\frac{1}{5}$ de x está de rojo; el resto sería $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$, y siete décimos del resto daría, $\frac{7}{10}\cdot\frac{4}{5}=\frac{28}{50}=\frac{14}{25}$, $\frac{14}{25}$ de x de azul (hemos simplificado, dividiendo numerador y denominador por 2). Luego entre rojo y azul tenemos: $\frac{1}{5}+\frac{14}{25}=\frac{5}{25}+\frac{14}{25}=\frac{19}{25}$, $\frac{19}{25}$ de x entre el rojo y el azul. Para el blanco quedan $\frac{6}{25}$ de x. De donde, $\frac{6}{25}\cdot x=12$, y $x=\frac{25\cdot 12}{6}=50$.

Repasa los ejemplos de las explicaciones.

Repasa las explicaciones.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

2. Si de una bolsa de 200 bolas sacamos $\frac{7}{20}$ del total y de las que quedan quitamos $\frac{10}{13}$, ¿cuántas bolas quedan en la bolsa?

Sugerencia

- 20 bolas.
- No se puede hacer. Salen decimales y no puede ser, debería partir las bolas.
- 30 bolas.
- Ninguna de las respuestas anteriores es la correcta.

Repasa los ejemplos de las explicaciones y los cálculos.

Repasa los ejemplos de las explicaciones y los cálculos.

Muy bien. Trabajas muy bien. $\frac{7}{20} \cdot 200 = 70$, 200 -70 = 130. Tras la primera extracción quedan 130 bolas. En el segundo paso, se extraen $\frac{10}{13} \cdot 130 = 100$ bolas. Quedan por tanto, 30 (130-100 = 30).

Repasa los ejemplos de las explicaciones y los cálculos.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

Para saber más

Una fracción se puede convertir en un número decimal, basta con dividir el numerador entre el denominador. Puede ocurrir que el decimal resultante sea: exacto (por ejemplo, $\frac{2}{5} = 0{,}4$), periódico puro (por ejemplo, $\frac{2}{3} = 0{,}66666...$) o periódico mixto (por ejemplo, $\frac{5}{6} = 0{,}83333....$).

Los números decimales exactos, los periódicos puros y los periódicos mixtos se pueden convertir en fracciones.

En el siguiente enlace tienes una actividad en la que puedes aprender a transformar estos decimales en fracciones, es decir, hallar la fracción generatriz.

Curiosidad

En la mitología egipcia, Horus era hijo de Osiris, el dios que fue asesinado por su propio hermano Seth. Horus intentó vengar a su padre, y en sus combates con Seth perdió el ojo izquierdo. Pero Thot, el dios de la sabiduría, la música y la escritura le devolvió la vista con un ojo de cualidades mágicas. ¿Sabías que los signos de las fracciones mayores fueron tomados de las partes que formaban el jeroglífico de ese ojo?

Puede completar esta información en el siguiente artículo de la wikipedia.

En el apartado anterior hemos hablado de los números fraccionarios y de su relación con los números decimales (exactos, periódicos puros y periódicos mixtos). Veamos el siguiente video para abordar este bloque de contenidos sobre otros números decimales:

En este video nos hablaban de un número muy presente en la ciencia y en el arte. Este número tiene infinitas cifras decimales, pero no forma periodos. De este modo, en el número de oro, conocida una serie de cifras decimales no podemos predecir las siguientes, salvo que sigamos el proceso.

Más ejemplos de números con infinitas cifras decimales y que no son periódicos:

3,01001000100001... 12,123123312333123333...

Importante

Llamaremos **número irracional** a un número decimal con infinitas cifras decimales, pero no son periódicos. Por tanto, los números irracionales no se pueden poner en forma de fracción. Es decir, nada tienen en común con los números racionales.

El conjunto de los **números irracionales** lo representamos por la letra I.

EJEMPLOS DE NÚMEROS IRRACIONALES.

- El número π , $\pi = 3{,}14159265...$ Aparece en el cálculo del área y la longitud de una circunferencia.
- El número *e*, $e = 2{,}71828182845904...$ Aparecen en muchos procesos biológicos, químicos, físicos,...
- La raíz cuadrada de 2, $\sqrt{2} = 1{,}41421356...$ De este tipo tenemos muchos más: $\sqrt{3}$,$\sqrt{5}$,$\sqrt{7}$.

LOS NÚMEROS REALES.

Engloban todos los conjunto de números anteriores, como se refleja en el siguiente esquema:

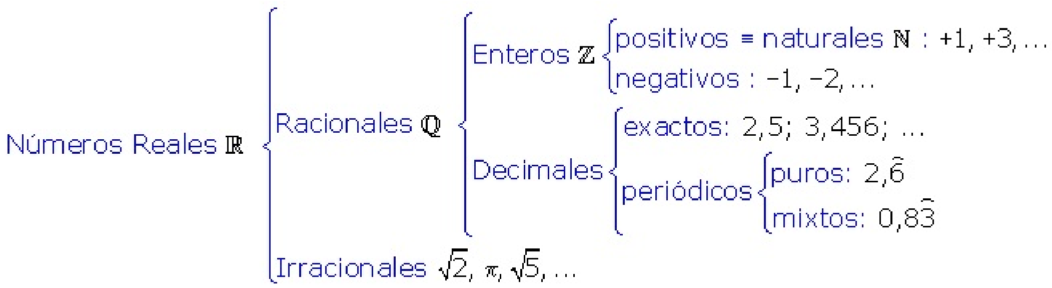
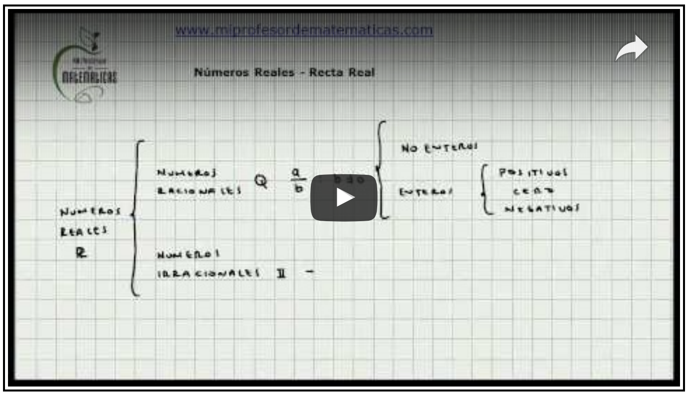


Imagen de Vadenumeros

Acabaremos con un vídeos dedicado de repaso de todo lo trabajado en los dos apartados anteriores:



Para saber más

La raíz cuadrada de un número da un número racional sólo cuando dicho número es un cuadrado perfecto.

Aquí tienes un vídeo con una explicación a partir de la raíz cuadrada de 2. Con esta demostración se prueba que $\sqrt{2}$ no es un número racional:

Para saber más

En muchas ocasiones, y en vista de que la mayoría de raíces dan lugar a números irracionales, nos interesa operar con las raíces de manera exacta, es decir, sin hacer la operación de la raíz.

En el siguiente enlace puedes ver como se multiplican, se dividen, se hace una potencia y una raíz dentro de otra y practicar con la escena. Operaciones con radicales.

Ejercicio resuelto

Fotografía en ISFTIC bajo CC

Fuente propia

En la fotografía que aparece a la izquierda vemos la pirámide de Kukulkan (Chichén Itzá, México). Pensemos en un turista de los que visitan la zona arqueológica. A una determinada hora, en un día soleado, tanto la pirámide como el turista tendrán una sombra, pero ¿qué sombra será más larga? Claro, si la pirámide es más alta proyectará más sombra. Además, si la altura de la pirámide es de unos treinta metros y el turista fuese un señor muy alto, con una estatura de 2 metros, cabe esperar que la longitud de la sombra de la pirámide sea... veces la del turista.

Seguro que has pensado que mi omisión en los puntos suspensivos es 15. Bien, aquí nos surge una primera definición.

Importante

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si al multiplicar o dividir una cantidad de una de ellas por un número, la cantidad correspondiente de la otra queda multiplicada o dividida por dicho número. Es decir, cuando el cociente de dos cantidades que se corresponden (de una y otra magnitud) es constante.

Ejercicio resuelto

Las farolas de un paseo marítimo de un kilómetro de longitud están colocadas cada 10 metros (en el punto de partida no hay), ¿cuántas farolas hay en el paseo?

Seguro, que sin mayor dificultad, has pensado que 100 (cierto, $10 \cdot 100 = 1000$); y si te hubiese planteado que las farolas están cada 25 metros, tu respuesta sería ...

¡Muy bien!, tendríamos 40 farolas ($25 \cdot 40 = 1000$). Y así, con tu razonamiento te has acercado al segundo concepto.

Importante

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si al multiplicar o dividir una cantidad de una de las magnitudes por un número, la cantidad correspondiente de la otra queda dividida o multiplicada por dicho número, respectivamente. Es decir, el producto de dos cantidades que se correspondan (de ambas magnitudes) se mantiene constante.

Comprueba lo aprendido

Indica, en las siguientes situaciones, si la afirmación que se hace sobre las magnitudes que aparecen relacionadas es verdadera o falsa.

1. Un coche que se desplaza por un circuito a velocidad constante. El espacio recorrido y el tiempo son directamente proporcionales.

Sugerencia

◯ Verdadero ◯ Falso

Verdadero
El espacio recorrido por un móvil es igual a su velocidad por el tiempo que mantenga ese movimiento. Por tanto, más tiempo circulando implica más espacio recorrido. Además, si el tiempo se multiplica o se divide por un número el espacio queda multiplicado o dividido por dicho número.
Hacemos la siguiente prueba: supongamos la velocidad de 80 km/h, y el tiempo de 4 horas (despreciamos los tiempos perdidos en los cambios de conductor, si lo hubiera). ¿Qué espacio recorrería? Ahora, dividimos y multiplicamos el tiempo por varios valores y observamos qué ocurre con el valor obtenido para el espacio. Efectivamente, son magnitudes directamente proporcionales.

2. El coche circulando de nuevo por el circuito, pero ahora se trata de hacer 100 km de recorrido. La velocidad y el tiempo son directamente proporcionales.

Sugerencia

◯ Verdadero ◯ Falso

Falso
Pensemos: si el coche va más rápido tardará menos tiempo en hacer el recorrido fijo de 100 km. Por otro lado, sean como sean, el producto de la velocidad por el tiempo debe darnos el espacio, que es constante, 100 km. Por tanto, se trata de magnitudes inversamente proporcionales.

3. Si nos vamos de viaje a los Estados Unidos deberemos cambiar euros por dólares. La cantidad de euros cambiados y los dólares recibidos (comisiones y tasas aparte) no guardan ninguna relación, ya que depende de la cotización diaria.

Sugerencia

◯ Verdadero ◯ Falso

Falso
En el momento de hacer el cambio, si tenemos más euros recibiremos más dólares, de modo que si la otra persona cambiase el doble de euros en ese momento recibiría el doble de dólares. Por tanto, sí son magnitudes directamente proporcionales.

4. Cada mes pasamos por la gasolinera con nuestro coche más de una vez. Si tenemos la costumbre de pedir gasolina por un importe fijo de dinero, pongamos 30 €. El precio y la cantidad de gasolina repostada por nuestro dinero son magnitudes inversamente proporcionales.

Sugerencia

◯ Verdadero ◯ Falso

Verdadero
Bien, es verdadero. En efecto, si un día observamos que el precio de la gasolina es superior al de la última vez que repostamos, lógicamente esperamos que nos pongan menos cantidad de gasolina. Y está claro, el producto del precio por los litros siempre serán los 30 €.

5. El peso de los niños desde que nacen va aumentando. El peso y la edad de una persona son magnitudes directamente proporcionales.

Sugerencia

◯ Verdadero ◯ Falso

Falso
Es falso. Un niño de un mes al siguiente puede aumentar su peso en 500 g, pero en el siguiente control mensual puede ocurrir que el aumento haya sido de lo mismo, de más o incluso haber perdido peso. Por tanto, no hay ninguna relación de proporcionalidad.

En los siguientes enlaces, puedes repasar tus conocimientos sobre magnitudes directamente proporcionales e inversamente proporcionales.

Fotografía en ISFTIC bajo CC

¿Viajar a los Estados Unidos? Es una idea muy interesante. Descubrir una cultura, disfrutar de otros paisajes, conocer otras costumbres. Estupendo. Pero bajemos al suelo. ¿Cuánto nos costará el viaje?, ¿de cuánto dinero disponemos para hacerlo?, ¿cuál es la duración del vuelo?...

Averigua cuál es el cambio dólar/euro en este momento e intenta hallar cuántos dólares nos darán por 600 €. ¿Si tuvieses más euros obtendrías más dólares?

SOBRE CUÁNTO CORRESPONDE Y CÓMO REPARTIMOS.

Intentaremos en este apartado que domines los contenidos básicos relacionados con la proporcionalidad directa y los repartos directamente proporcionales. Repasaremos lo visto en el punto anterior y veremos cómo resolver problemas de proporcionalidad directa y repartos directamente proporcionales. Este aprendizaje lo haremos utilizando el material creado por D. Luis Barrios Calmaestra, y disponible en el CNICE bajo licencia CC.

Vamos a resolver estas actividades utilizando el procedimiento que podríamos llamar de reducción a la unidad, en el que calcularemos el valor de la segunda magnitud que corresponde al valor 1 de la primera magnitud. Este valor que calculamos es lo que hemos llamado antes constante de proporcionalidad directa.

Con esta escena se podrán resolver actividades de magnitudes directamente proporcionales de forma ordenada. La escena indica los pasos a seguir para su resolución.

Ejercicio resuelto

Un automóvil consume 56 litros de gasolina al recorrer 800 kilómetros, ¿cuántos litros de gasolina consumirá en un viaje de 500 kilómetros?

En primer lugar, hemos de calcular cuántos litros se necesitan para recorrer un kilómetro. Para ello, dividimos 56 entre 800.

$$56 : 800 = 0.07 \text{ litros}$$

En segundo lugar, multiplicamos el resultado obtenido por 500

$$0.07 \cdot 500 = 35$$

Luego en recorrer 500 km consume 35 l.

Veamos ahora cómo hacer un reparto en partes directamente proporcionales

Con la siguiente escena se pueden hacer, paso a paso, repartos directamente proporcionales desde dos a cinco partes.

Comprueba lo aprendido

1. Si un automóvil que marcha a una velocidad constante tarda 4 horas en recorrer 320 km, calcula el tiempo que tardará en recorrer 960 km.

Sugerencia

- ○ 12 horas
- ○ 3 horas.
- ○ 80 km/h

- ◯ Más tiempo. Una 10 horas.

Muy bien.

Repasa el material trabajado.

Repasa el material trabajado.

Repasa el material trabajado.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

2. Si un coche que utiliza gasóleo - A hace unos 510 kilómetros con 30 € de combustible, ¿cuántos kilómetros hará con 50 €, al mismo precio?

Sugerencia

- ◯ 850 km
- ◯ Por lo menos 900.
- ◯ No se puede saber depende del coche.
- ◯ 17 km

Muy bien

Repasa el material trabajado.

Repasa el material trabajado.

Repasa el material trabajado.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

3. Tres amigos necesitan dinero para pagarse un viaje. Deciden ponerse a trabajar para conseguirlo, y encuentran trabajo para tres días en un almacén, cargando camiones. Al finalizar el primer día, Marcos dice que es un trabajo muy duro y que no volverá al día siguiente. Cuando acaba el segundo día de trabajo, Miguel se excusa (al parecer ha recordado que tiene un cita médica) para el día siguiente. De modo que el tercer día sólo va al almacén Antonio. El dueño del almacén le paga por el trabajo realizado un total de 420 €. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Sugerencia

- ◯ Marcos dice que son amigos y todos deben recibir la tercera parte: 140 €.
- ◯ Miguel opina que Marcos es un vago. El faltó un día para ir al médico, deben repartirse los 420 € entre él y Antonio.
- ◯ Antonio piensa que los otros no han cumplido. El debe quedarse con 300 €, Miguel con 100 € y Marcos 20 €,
- ◯ El dueño del almacén les dice que a él le da igual pero que lo justo sería: 210 € para Antonio, 140 € para Miguel y 70 € para Marcos.

Repasa el material trabajado.

Repasa el material trabajado.

Repasa el material trabajado.

Estupendo. Observamos como a cada jornada de trabajo por persona corresponde 70 € y multiplicando por los días trabajados obtenemos las cantidades de cada uno.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Opción correcta (Retroalimentación)

4. Cuatro socias montan un negocio. Luisa aporta 5.000 €, Clara, 10.000 €, Laura 7.500 € y Silvia, 17.500 €. Tras un año de trabajo se obtienen uno beneficios de 90.000. ¿Qué parte de estos beneficios corresponde a cada una, si el reparto se hace de acuerdo con la aportación inicial realizada?

Sugerencia

- ◯ Todos recibirán lo mismo. Son socios.
- ◯ La que más puso (Silvia) se lleva 40.000 €, la que aportó la segunda cantidad en importancia (Clara), 30.000 €, la siguiente (Laura), 15.000 € y Luisa sólo 5.000 €.

○ A Luisa le corresponden 11.250 €, a Clara, 22.500 €, a Laura, 16.875 € y a Silvia, 39.375 €.

○ A Luisa le corresponden 12.500 €, a Clara, 25.000 €, a Laura, 18.750 € y a Silvia, 43750 €.

Repasa el material trabajado.

Repasa el material trabajado.

Muy bien. En efecto, bastaba con ver que a cada euro de aportación le corresponde 2,25 € de beneficios (90000:40000=2,25).

Repasa el material trabajado. Cuidado con las operaciones.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

Para saber más

25 de anikaviro bajo CC

El Teorema de Tales nos acerca la proporcionalidad geométrica. En el siguiente artículo de la wikipedia puedes conocerlo.

Curiosidad

Hacia el año 600 a.C. Tales de Mileto visitó Egipto. El faraón le pidió que calculara la altura de la pirámide Kéops. Colocó su bastón en el suelo y espero a que su sombra fuese igual a su longitud. Entonces dijo al servidor del faraón que fuese a medir la sombra de la pirámide, en ese momento su sombra y su altura serían iguales y se podría saber su altura.

Fuente propia

Un viaje a una ciudad maravillosa, con un legado arqueológico muy amplio y una gran riqueza arquitectónica. Pasear por sus calles es un placer, disfrutar de su gastronomía y del contacto con sus gentes otro tanto.

Soñar no cuesta dinero, pero viajar en la realidad sí. Si tenemos un dinero destinado a pagar el hotel o el apartamento que debemos alquilar para pasar nuestras vacaciones, los días que podamos estar dependerá del precio por día de nuestro alojamiento. Si el alojamiento es más caro nuestra estancia deberá ser más corta. Más precio menos días. Recordamos que se trata de magnitudes inversamente proporcionales.

Supón que dispones de 1000 € para destinarlo a pagar tu alojamiento, ¿cuántos días podrías conseguir si el precio es de 40 €/día?, ¿y si es de 100 €/día?

En cualquiera de sus fantásticos restaurantes y bares podemos pasar a tomar unas tapas. Mi amigo Juan dice que la ronda que pagó le salió por... € y que, como éramos 4, el importe medio por persona ha sido de 7,5 €. Le he tenido que corregir, en realidad estábamos 5 (tiene la costumbre de no contarse a sí mismo). Luego, la consumición por persona ha salido por... (¿más?, ¿menos?, ¿cuál fue el importe total?). Sin duda tienes la respuesta. Claro, más consumidores para un mismo total, tocan a menos precio por persona (a 6 €) y, por supuesto, la consumición salió por 30 €.

SOBRE CUÁNTO CORRESPONDE Y CÓMO REPARTIMOS.

Intentaremos en este apartado que domines los contenidos básicos relacionados con la proporcionalidad inversa y los repartos inversamente proporcionales. Repasaremos el concepto visto en el punto 5 y trabajaremos la resolución de problemas de proporcionalidad inversa y repartos inversamente proporcionales.

Importante

Vamos a resolver estas actividades utilizando el procedimiento que podríamos llamar de reducción a la unidad, en el que calcularemos el valor de la segunda magnitud que corresponde al valor 1 de la primera magnitud. Este valor que calculamos es lo que hemos llamado antes constante de proporcionalidad inversa.

Con esta primera escena se podrán resolver actividades de magnitudes inversamente proporcionales de forma ordenada sin la utilización de números decimales. La escena indica los pasos a seguir para su resolución.

Ejercicio resuelto

Nueve personas realizan un trabajo en 16 días. ¿Cuánto tiempo tardarán en realizar el mismo trabajo 8 personas?

En primer lugar calculamos el tiempo que tardaría en hacer el trabajo una sóla persona. Para ello ahora **multiplicamos** 16 por 9.

$$16 \cdot 9 = 144$$

O sea, el trabajo requiere de 144 días. Si contratamos a ocho trabajadores, repartimos esa carga de trabajo entre 8 y por tanto **dividimos** 144 entre 8

$$144 : 8 = 18$$

Luego 8 trabajadores tardarán 18 días en realizar el trabajo.

Importante

Repartos inversamente proporcionales

Consiste en repartir una cantidad entre varias partes de forma que lo que reciba cada una de las partes sea inversamente proporcional a la cantidad aportada por cada una.

Para hacer un reparto inversamente proporcional entre varias partes, se hace un reparto directamente proporcional entre los inversos de cada una de las partes.

Con la siguiente escena se pueden hacer, paso a paso, repartos inversamente proporcionales desde dos a cinco partes.

Comprueba lo aprendido

1. Un padre decide repartir entre sus tres hijos los 533 € que ha recibido de un premio de unas quinielas. Con la idea de incentivar en ellos el interés por el estudio, les dice que el reparto lo hará de forma inversamente proporcional al número de suspensos que tengan en la siguiente evaluación. María, ha tenido 2 suspensos, Jesús, 3 y Francisco, 7. Calcula la cantidad de dinero que correspondería a cada uno con este criterio.

Sugerencia

- ○ María recibirá 89 €, Jesús, 133 € y Francisco, 311 €.
- ○ Todos deben recibir lo mismo.
- ○ María recibirá 273 €, Jesús, 182 y Francisco, 78.
- ○ A María le corresponderán 300 €, Jesús, 200 € y a Francisco, 33 €.

Replantea el problema. En el enunciado se dice que el reparto de hará de forma inversamente proporcional al número de suspensos.

Repasa el material trabajado.

Muy bien. Al ser un reparto inversamente proporcional, consideramos los inversos de 2, 3 y 7, es decir, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ y $\frac{1}{7}$ y hacemos su suma obteniendo $\frac{41}{42}$. El valor de la suma es el total de los inversos y hacemos un reparto directamente proporcional de los 533 € respecto de ese total.

Repasa el material trabajado.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

2. Una empresa decide hacer una inversión en tres de sus sucursales para abarcar nuevos mercados. La capacidad de producción y rendimiento de las tres es muy diferente y la empresa desea iniciar un proceso que conduzca a la equiparación de las mismas. Con este fin toma como criterio de reparto el número de empleados, y recibirá más dinero la sucursal que tenga menos empleados, para intentar relanzarla más. Sabemos que la inversión será de 1.250.013 € y que la sucursal A tiene 5 empleados, la sucursal B tiene 4 empleados y la sucursal C tiene 15 empleados. ¿Cuánto corresponderá a cada una de las sucursales?

Sugerencia

- ○ La sucursal A recibirá 483.876 €, la B, 604.845 € y la C, 161.292 €.
- ○ La sucursal A recibirá 260.419,38 €, la B 208.335,5 € y la C, 781.258,13 €.
- ○ Cada una de las tres sucursales recibe 416.671 €-
- ○ Ninguna de las anteriores es correcta.

Muy bien. Al ser un reparto inversamente proporcional, consideramos los inversos de 5, 4 y 15, es decir, $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}$ y $\frac{1}{15}$ y hacemos su suma obteniendo $\frac{31}{60}$. El valor de la suma es el total de los inversos y hacemos un reparto directamente proporcional de 1.250.013 € respecto de ese total.

Piensa el tipo de reparto que se hace.

Revisa el planteamiento del problema.

Repasa el material trabajado.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

3. Con el dinero de que dispongo, hace un año podía comprar 20 unidades de un producto que costaba a 30 € la unidad. Ahora su precio ha subido a 50 € la unidad. Calcula el número de unidades que podría comprar.

Sugerencia

- Aproximadamente 33, pero no da exacto.
- 600 €.
- 12 unidades.
- La misma cantidad, basta poner más dinero.

Repasa el material trabajado. Plantea de nuevo el problema.

Reconsidera el enunciado del problema. En especial, la pregunta.

Muy bien. Vemos como el dinero disponible es 20 · 30 = 600 €, y dividiendo entre el precio actual (50 €) nos salen 12 unidades.

Revisa el enunciado.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

4. Tres pintores acaban un trabajo en ocho horas. ¿Cuánto tiempo necesitarían cuatro pintores, trabajando al mismo ritmo, para realizar el ese trabajo?

Sugerencia

- 6 horas.
- 1,5 horas.
- 24 horas.
- Depende del tiempo del tiempo. Si llueve no pueden pintar.

Muy bien. El trabajo se ha realizado en 24 horas en total. Contando con 4 pintores tendríamos que cada uno debería hacer 6 horas.

Replantea el problema. Léelo y piensa en la relación de proporcionalidad.

Lee el enunciado. En especial la pregunta.

Tienes sentido del humor, pero no es esta la respuesta.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

AHORA, LA EUROPA IMPERIAL.

Fuente propia

Seguimos pensando en viajes. Mi hija se quiere ir al final del curso de viaje de estudios con sus compañeros de clase. Pretenden visitar Budapest, Viena y Praga. Para sacar dinero para este viaje han conseguido un curioso trabajo. Una empresa les enviará un producto que comercializa para que a cada bote le pongan su correspondiente etiqueta, lo introduzcan en su caja y la cierren. Según sus cálculos podían obtener 1.600 € en una hora, si trabajaban los 20 alumnos y alumnas que van al viaje, a un ritmo de 400 unidades a la hora. No obstante, sólo han conseguido 1.500 € en una hora, a pesar de haber trabajado a un ritmo de 500 unidades a la hora. ¿Podríamos saber cuántos alumnos y alumnas se presentaron a colaborar?

Efectivamente, conviene empezar por esquematizar la situación:

Dinero (€)	------	Alumnos/as	------	Unidades/hora
1.600		20		400
1.500		x		500

Este ejemplo lo clasificaremos de proporcionalidad compuesta, ya que intervienen más de dos magnitudes. Y, en este caso, debemos analizar la relación de la magnitud sobre la que nos preguntan con las otras dos.

<u>Pensamos la relación entre dinero y alumnos/as</u>: Si trabajan más alumnos/as (a un determinado ritmo) sacarán más dinero. Luego se trata de una relación de proporcionalidad directa entre dinero y alumnos/as.

<u>Analizamos la relación entre alumnos/as y las unidades trabajadas a la hora</u>: Para conseguir una cantidad dada de dinero, si hay más alumnos/as podrán trabajar a menos ritmo. Por tanto, entre alumnos/as y número de unidades a la hora tenemos una relación de proporcionalidad inversa.

Ahora, vamos a calcular:

Bien, entre los 20 alumnos/as hacen 8.000 unidades a la hora (20 · 400 = 8.000), y reciben 0,2 € por cada unidad (1.600 : 8.000 = 0,2).

Si al final recibieron 1.500 euros en una hora, quiere decir que sólo se hicieron 7.500 (1.500 : 0,2 = 7.500) unidades a la hora. Y como cada uno/a hizo 500 unidades a la hora, tenemos 15 alumnos/as colaborando (7.500 : 500 = 15).

Como esto parece un poco más complicado, volvemos a nuestra aplicación sobre proporcionalidad. En este punto final del tema se pretende que manejes los contenidos mínimos relacionados con la proporcionalidad compuesta, siendo capaz de resolver problemas sencillos.

Vamos a resolver ejercicios en los que se relacionan tres magnitudes. La forma de hacerlos será relacionar la primera con la tercera y dejar la segunda fija, igual que si se tratara de un ejercicio de los dos apartados anteriores. Después, dejando la primera fija, relacionaremos la segunda y la tercera.

Ejercicio resuelto

fuente propia

Comprueba lo aprendido

1. Un transportista fija el precio de sus portes en función del peso de la carga y de los kilómetros a recorrer. Así, por un porte de 12.500 kg que debe llevar a una ciudad situada a 250 km de distancia cobra 600 €. ¿Cuánto cobrará por transportar 9.000 kg a 500 km de distancia?

Sugerencia

- 1.200 €
- 864 km.
- 200 €
- Ninguna de las respuestas anteriores es cierta.

Revisa el material trabajado.

Genial. El precio por kg y km es de 0,000192 € (600:(250 · 12,500)) y 0,000192 · 9.000 · 500 = 864

Revisa el material trabajado.

Revisa el material trabajado.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

2. Seis alumnos tardan 5 días en pintar 60 m^2 del muro de un instituto, trabajando 3 horas cada día. Si un grupo formado por 10 alumnos/as quiere pintar 100 m^2 en 3 días, ¿cuántas horas debe trabajar cada día?.

Sugerencia

- 5 días.
- 1,8 horas.
- Si pasa de 6 alumnos a 10 y de 60 m^2 a 100, el tiempo debe ser igual 3 horas.
- Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Muy bien. De nuevo has razonado con corrección. 5 días a 3 horas hacen 15 horas. Por tanto, 60 m^2 en 15 horas, tenemos 4 m^2 por hora, entre los 6 alumnos. Cada alumno hace $\frac{2}{3}$ de m^2 en una hora. De modo que para hacer 100 m^2 entre 10 alumnos cada uno debe hacer 10 m^2, dividiendo entre lo que hacen por hora, tenemos que se necesitan 15 horas. Y repartiendo estas horas entre 3 días, nos resulta 5 horas diarias.

Revisa el planteamiento y repasa el material trabajado.

No has considerado los días.

Revisa el material trabajado, el planteamiento del problema y los cálculos.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

3. Cuatro operarios por trabajar 8 horas reciben un total de 800 €. Cuanto recibirá un equipo de 5 operarios por 7 horas de trabajo.

Sugerencia

- 560 €
- 1142,86 €.
- 7314,29 €
- Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Revisa el planteamiento, los cálculos y si todo parece bien. Repasa los contenidos trabajados.

Revisa el planteamiento, los cálculos y si todo parece bien. Repasa los contenidos trabajados.

Revisa el planteamiento, los cálculos y si todo parece bien. Repasa los contenidos trabajados.

En efecto. 4 operarios a 8 horas hacen un total de 32 horas trabajadas. Luego la hora sale a 25 € (800:32=25). Si, ahora, son 35 horas (7 horas · 5 operarios), el pago debe ser de 875 € (35 · 25 = 875).

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)
4. Opción correcta (Retroalimentación)