



2º de Bachillerato

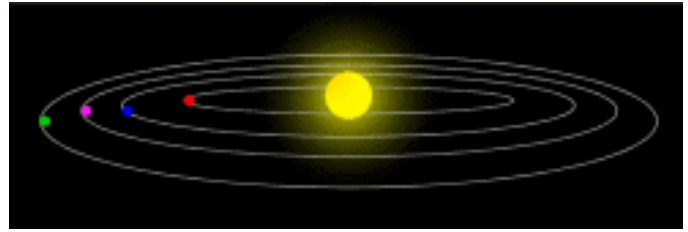
Física

Contenidos

**Interacción gravitatoria:
Estudio de satélites**

1. Introducción

Estamos inmersos en el estudio de una de las cuatro interacciones fundamentales que existen en el Universo, a saber, la interacción nuclear débil, la interacción nuclear fuerte, la interacción electromagnética y la interacción gravitatoria (las otras serán abordadas un poco más adelante).



Animación de
[Theresa Knott](#) en Wikimedia Commons. CC

Resulta que es ésta última, la interacción gravitatoria, la que posee una menor intensidad, y, sin embargo, es la que está regulando la evolución del Universo. Es la que da consistencia a las galaxias, hace que se produzcan supernovas, incluso es la responsable de la formación de los planetas.

El siguiente vídeo de no más de dos minutos de duración puede ayudarte a recordar y organizar tus ideas sobre la gravedad.



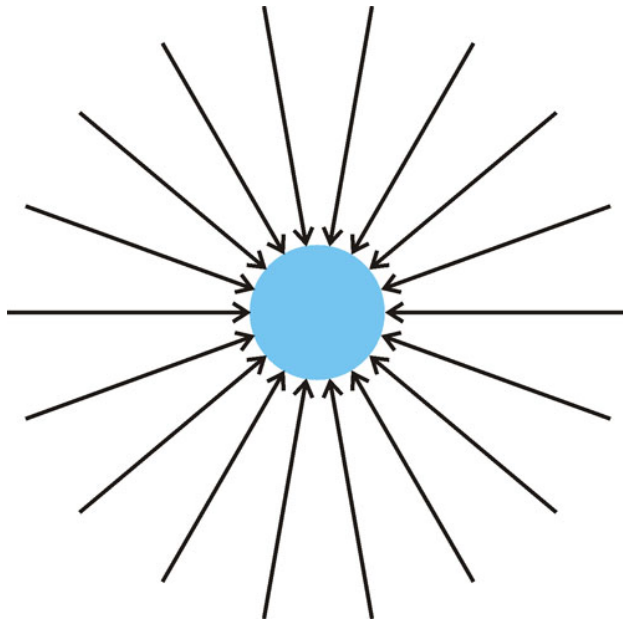
Vídeo de [MinutodeFisica](#) alojado en Youtube

Ya hemos estudiado en temas anteriores la ley de Gravitación Universal de Newton, esta sirve de modelo teórico para poder predecir el comportamiento de los astros cercanos y comprender el movimiento de los mismos. También se extiende a otros conceptos como el peso, recordemos:

$$P = m \cdot g$$

Veamos esto con detenimiento:

El planeta Tierra genera a su alrededor un campo, de forma que cualquier cuerpo situado en sus alrededores sentirá una fuerza de atracción hacia él. Esta fuerza es la llamada fuerza peso. Fíjate que esa g es la intensidad de campo gravitatorio y es la aceleración a la que se ve sometido un cuerpo cuando es atraído por otro. Su valor depende de la masa y radio del cuerpo que genera el campo, no así de la masa del cuerpo que siente esa atracción.



Pushing1

Imagen de [D.H](#) en [Wikimedia Commons](#). CC

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

No obstante la Ley de Gravitación Universal va más allá y da explicación al comportamiento de los satélites espaciales y los requisitos para que sea posible colocarlos en órbitas, además, de posibilitar los datos necesarios para poder viajar, por qué no, a las estrellas.

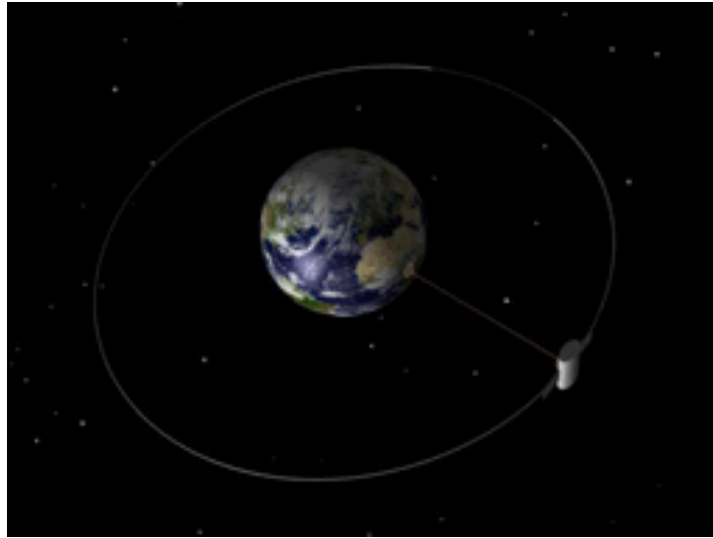
Importante

De las cuatro interacciones presentes en la naturaleza, la interacción gravitatoria rige el movimiento de estrellas, planetas y galaxias.

Llamamos campo gravitatorio creado por una masa m a la región del espacio donde dicha masa ejerce fuerza de atracción gravitatoria sobre otra masa testigo. La intensidad del campo es directamente proporcional a la masa que lo crea e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a su centro.

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

2. Satélites y movimiento orbital



Animación de Talifero en Wikimedia Commons. CC0

Un **satélite** es un cuerpo que orbita (está girando) alrededor de otro, siguiendo una órbita elíptica, casi circular.

Podemos hacer una clasificación de los tipos de satélites: pueden ser naturales (cuerpos celestes) o artificiales como los satélites de comunicaciones o meteorológicos.

Con el siguiente vídeo aprenderás algo más sobre los satélites artificiales.

Avances Tecnológicos - Satélites Artificiales



Vídeo de Anteldetodos alojado en Youtube

Para que un cuerpo se encuentre en órbita alrededor de una estrella o planeta éste debe encontrarse bajo la influencia de su campo gravitatorio y por tanto se sienta atraído por la fuerza de la gravedad.

Pero ¿qué necesita un cuerpo para orbitar? pues debe cumplir con la llamada **condición de orbitación**: la fuerza gravitatoria es la única fuerza que actúa sobre el satélite y al tratarse de una fuerza normal a la trayectoria provoca solo aceleración normal, es decir el satélite orbita describiendo un movimiento circular uniforme.

$$F_g = m \cdot a_n$$

$$F_g = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

En los siguientes apartados vamos a estudiar diversos parámetros referidos al movimiento orbital.

Para saber más

¿Por qué los satélites no caen?

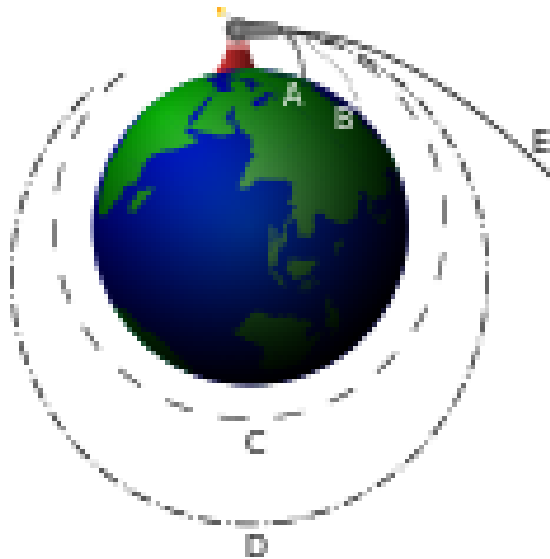


Imagen de Brian Brondel en [Wikimedia Commons](#). CC

Acabas de leer que los satélites orbitan porque sienten la fuerza de atracción de la gravedad del cuerpo sobre el que orbitan. Entonces ¿por qué no acaban estrellándose sobre la superficie de este?

Se puede explicar utilizando el ejemplo conocido como *cañón de Newton*, representado en la imagen. Supongamos que un cañón dispara con un cierto ángulo, la trayectoria seguida por la bala es una parábola representada por la letra A, la bala cae a cierta distancia del cañón. Si aumentamos el ángulo de tiro tendríamos la trayectoria B, de forma que la bala llega más lejos del cañón, pero sigue cayendo al suelo. Si aumentásemos mucho el ángulo podría darse la situación representada por la letra C, la bala nunca llega a tocar el suelo debido a la curvatura de la Tierra, quedando así en órbita.

2.1. Órbita geoestacionaria

Importante

Un cuerpo seguirá una órbita geoestacionaria cuando este se mueva al mismo ritmo que la Tierra, y por tanto describa una vuelta en 1 día. En otras palabras, la velocidad angular ω del satélite ha de ser exacta a la del planeta Tierra.

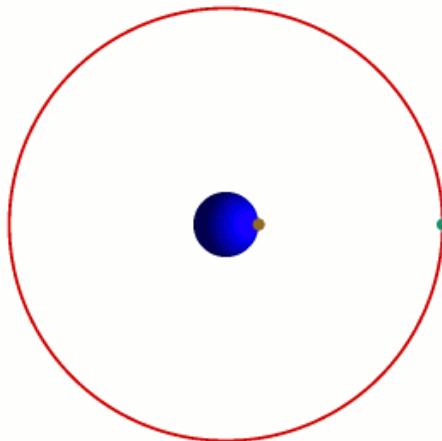
Recordemos qué es la velocidad angular: es la rapidez con que varía un ángulo de rotación. Se relaciona con el período T , que es el tiempo que se invierte en dar una vuelta, con la velocidad v y el radio de giro r

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r}$$

La Tierra gira a razón de

$$\omega = \frac{1\text{rev}}{24\text{horas}} = \frac{2\pi\text{rad}}{86400\text{s}} = 7.27 \cdot 10^{-5} \text{rad/s}$$

Si con un telescopio observases un satélite que gira en una órbita geoestacionaria te parecería que no se mueve ya que desde la superficie de la Tierra se ve siempre en la misma posición.



Animación de Brandir en [Wikimedia Commons](#). CC

Reflexiona

¿Podemos colocar satélites geoestacionarios a distintas alturas o por el contrario esta ha de ser fija?

Mostrar retroalimentación

En el apartado siguiente aprenderás a determinar la velocidad que lleva un satélite en órbita, y esta tiene la forma

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r_{orb}}} = \frac{2\pi r_{orb}}{T} \Rightarrow r_{orb} = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

Teniendo en cuenta que todos los términos de la ecuación son constantes, a un período T determinado le corresponde una única distancia desde el centro de la Tierra.

Para el caso de los satélites geoestacionarios esta distancia es de 36000 km. Dicho de otro modo, si colocamos al satélite a otra distancia no girará sincronizadamente con la Tierra.

3. Velocidad orbital y período de revolución

La determinación de la velocidad de un satélite en órbita v_{orb} es relativamente simple. Para ello basta aplicar la 2ª ley de Newton. Como tenemos una única fuerza y esta apunta siempre hacia el centro de la Tierra, no hay nada más que aceleración normal.

$$F_g = m \frac{v_{orb}^2}{r_{orb}} \quad (I)$$

r_{orb} es el radio de la órbita (la distancia desde el centro del planeta sobre el cual se orbita).

La fuerza viene determinada por la ley de la Gravitación Universal:

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r_{orb}^2} \quad F_g = G \frac{Mm}{r_{orb}^2} \quad (II)$$

Sustituyendo el valor de la fuerza de II en la primera expresión I tenemos:

$$\begin{aligned} G \cdot \frac{Mm}{r_{orb}^2} &= m \frac{v_{orb}^2}{r_{orb}} \\ G \cdot \frac{M}{r_{orb}^2} &= \frac{v_{orb}^2}{r_{orb}} \\ G \cdot \frac{M}{r_{orb}} &= v_{orb}^2 \end{aligned}$$

Despejando se obtiene que:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r_{orb}}}$$

Como puede deducirse a la luz de la expresión anterior, la velocidad orbital no depende de la masa del satélite.

Si es la Tierra el elemento masivo, la velocidad se puede expresar en función del campo gravitatorio en la superficie terrestre, g .

$$\begin{aligned} g &= G \cdot \frac{M}{R_T^2} \\ g \cdot R_T^2 &= GM \\ v_{orb} &= \sqrt{\frac{g R_T^2}{r_{orb}}} \end{aligned}$$

Como el movimiento de los astros lo suponemos circular por simplicidad de cálculo, podemos determinar ciertas magnitudes propias de este tipo de movimiento. Vamos a ver el caso del **período**. Recuerda: período es el tiempo que tarda en darse una vuelta completa. Se mide por tanto en segundos en el Sistema Internacional.

Para el caso que nos atañe, el movimiento planetario, se habla de **período de revolución**, y es el tiempo que tarda un satélite en recorrer una órbita completa y se calcula de la forma siguiente:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{r_{orb}}{v_{orb}} = 2\pi \sqrt{\frac{r_{orb}^3}{GM}}$$

Para el caso del planeta Tierra

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r_{orb}^3}{gR_T^2}}$$

Importante

La velocidad en órbita de un satélite que describe un movimiento circular y uniforme alrededor de un planeta depende de la masa M del planeta y del radio de la órbita según la siguiente expresión:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r_{orb}}}$$

Ejercicio resuelto

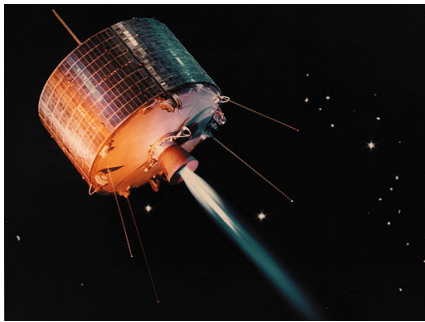


Imagen de NASA vía [Wikimedia Commons](#). CC0

Imagina que el satélite de la fotografía, enviado por la NASA al espacio, tiene una masa de 180 kg y describe una órbita circular alrededor de la Tierra justo por su ecuador.

Calcula la velocidad de su órbita y su período de revolución si el radio de la misma es dos veces y media el radio terrestre. Datos: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

Mostrar retroalimentación

Aplicando las expresiones correspondientes y sabiendo que $r_{orb} = 2,5R_T$ obtenemos:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{gR_T^2}{2,5R_T}}$$

$$v_{orb} = 5009 \text{ m/s}$$

Y el periodo es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r_{orb}^3}{gR_T^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{(2,5R_T)^3}{gR_T^2}}$$

$$T = 20061 \text{ s} = 5,6 \text{ horas}$$

4. Estudio de la energía

En este apartado vamos a estudiar la energía de nuestro sistema, un satélite en órbita.

La energía que tendrá el satélite en su órbita viene dada por la expresión de la energía mecánica que no es más que la suma de los dos tipos de energía que ya conocemos: cinética y potencial.

$$E_M = E_C + E_p \Rightarrow E_M = \frac{1}{2}mv_{orb}^2 - G\frac{Mm}{r_{orb}}$$

Como conocemos el valor de la velocidad orbital, la expresión anterior nos queda de la siguiente manera:

$$E_M = \frac{1}{2}m\frac{GM}{r_{orb}} - G\frac{Mm}{r_{orb}}$$

$$E_M = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r_{orb}} - G\frac{Mm}{r_{orb}}$$

$$E_M = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r_{orb}}$$

$$E_M = \frac{1}{2}E_{p,orb}$$



Imagen de NASA en [Wikimedia Commons](#) . CC0

La ecuación anterior nos da el valor de la energía que un satélite tiene en una órbita específica.

Es posible conocer también la **energía de puesta en órbita**: es la energía necesaria transmitir al satélite para ponerlo en órbita. Se determina aplicando de nuevo el principio de conservación de la energía mecánica comparando la posición inicial sobre la superficie de la Tierra (R_T) y la posición final a la altura de la órbita, es decir, r_{orb} .

	Lanzamiento	Órbita
Energía cinética	$\frac{1}{2}mv_{lanz}^2$	$\frac{1}{2}mv_{orb}^2$
Energía potencial	$-G\cdot\frac{Mm}{R_T}$	$-G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}}$

$$E_{c_i} + E_{p_i} = E_{c_f} + E_{p_f}$$

$$E_{c_i} - G\cdot\frac{GMm}{R_T} = \frac{1}{2}mv_{orb}^2 - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}}$$

$$E_{c_i} = \frac{1}{2}mv_{orb}^2 - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$

$$E_{c_i} = \frac{1}{2}m\cdot\left[\sqrt{\frac{GM}{r_{orb}}}\right]^2 - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$

$$E_{c_i} = \frac{1}{2}m\cdot\frac{GM}{r_{orb}} - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$

$$E_{c_i} = \frac{1}{2}G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$

$$E_{c_i} = -\frac{1}{2}G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$

$$E_{c_i} = G\cdot\frac{Mm}{R_T} - \frac{1}{2}G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}}$$

Importante

Como la energía mecánica es constante se deduce que la velocidad y su posición están relacionadas, de forma que cuanto más alejado se encuentre el cuerpo mayor será la energía potencial almacenada, menor por tanto será su energía cinética y con esto su velocidad (coincide con lo estudiado con las leyes de Kepler).

Reflexiona

¿Se podría calcular la velocidad con la que hay que lanzar un satélite desde la Tierra para llegar a ponerlo en órbita?

Mostrar retroalimentación

Acabamos de determinar la energía cinética que debe tener un cuerpo en la superficie de la Tierra para que pueda colocarse en órbita.

$$E_C = G \frac{Mm}{R_T} - \frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_{orb}} \Rightarrow$$

Y sabiendo que

$$E_C = \frac{1}{2} mv^2$$

Iguálamos y despejamos la velocidad, llegando a la expresión

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \left(G \frac{Mm}{R_T} - \frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_{orb}} \right)}$$

por último operando:

$$v = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r_{orb}} \right)}$$

Ejercicio resuelto



La agencia espacial desea colocar un satélite de apoyo a la estación orbital internacional para las comunicaciones



Imagen de [Jason Major](#) en Flickr. CC

de masa igual a 200 kg en una órbita por encima de la superficie terrestre de 48 km de altura.

Establece la energía del satélite en esa órbita

Mostrar retroalimentación

Usando la expresión correspondiente

$$E_m = -\frac{GMm}{2R} = -\frac{g_0 R_T^2 m}{2R} = -\frac{9.8 \cdot (6.4 \cdot 10^6)^2 \cdot 200}{2 \cdot 6.448 \cdot 10^6} = -6.3 \cdot 10^9 J$$

Determina la velocidad necesaria para alcanzar la órbita

Datos: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$

Mostrar retroalimentación

Desde la ecuación

$$v_{\text{superficie}} = \sqrt{2GM_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2R}\right)} = \sqrt{2g_0 R_T^2 \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2R}\right)} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot (6.4 \cdot 10^6)^2 \cdot \left(\frac{1}{6.4 \cdot 10^6} - \frac{1}{2 \cdot 6.448 \cdot 10^6}\right)}$$

$$v_{\text{superficie}} = 7949 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Importante

Para determinar la velocidad de lanzamiento de un satélite para que alcance una órbita determinada aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica suponiendo que no hay rozamiento en el proceso.

5. Velocidad de escape

Se denomina **velocidad de escape** v_e a la mínima velocidad que se ha de comunicar a un cuerpo al lanzarlo desde la superficie de un astro para que abandone la influencia de su campo gravitatorio y se aleje indefinidamente.

Para poder escapar de la atracción gravitatoria debe cumplirse que el cuerpo pueda llegar a una distancia infinita. Como se trata de la velocidad mínima necesaria suponemos que el cuerpo llega a distancia infinita parado. Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica obtenemos:

$$E_{c_i} + E_{p_i} = E_{c_{\infty}} + E_{p_{\infty}}$$

$$E_{c_i} + E_{p_i} = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{Mm}{r} = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

siendo r la altura desde la cual se lanza el objeto, medida desde el centro del planeta.

Como se puede comprobar por la expresión, la velocidad de escape es independiente de la masa del cuerpo que queramos lanzar, sólo depende de la masa y el radio del astro del cual se desea escapar. Esto, por supuesto, es un cálculo teórico, ya que aquí despreciamos todo tipo de rozamientos.

En el caso particular de nuestro planeta:

$$v_{escape} = \sqrt{2\frac{GM_T}{R_T}} = \sqrt{2\frac{gR_T^2}{R_T}} = \sqrt{2gR_T}$$

Te propongo a continuación un vídeo que te ayudará a comprender lo visto hasta ahora.

Vídeo de Cienciabit alojado en [Youtube](#)



Importante

Para determinar la velocidad de escape de un planeta aplicamos el principio de

conservación de la energía mecánica suponiendo que no hay rozamiento en el proceso. Como se trata de la velocidad mínima para escaparse del campo gravitatorio suponemos que el satélite alcanzará una distancia infinita del planeta y llegará en reposo. Se deduce así que la velocidad de escape depende la masa y del radio del planeta de este modo:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Reflexiona

¿Qué sucedería si lanzamos al espacio un objeto con una velocidad igual a la velocidad de escape? ¿Y con una velocidad inferior? ¿Y si le comunicamos en el lanzamiento una velocidad superior?

Mostrar retroalimentación

Conocida la velocidad de escape podemos encontrarnos en tres situaciones distintas:

- a) Lanzamos el cuerpo con una velocidad igual a la velocidad de escape: el cuerpo se queda en el infinito en reposo.
- b) Lanzamos el cuerpo con una velocidad superior a la velocidad de escape: entonces el cuerpo llega al infinito pero con una energía cinética, es decir, tendrá cierta velocidad.
- c) Lanzamos el cuerpo con una velocidad inferior a la velocidad de escape: el cuerpo queda bajo la influencia del campo gravitatorio por lo que volverá a caer.

Ejercicio resuelto

Suponiendo que la velocidad de una bala disparada en la Luna es de 3000 m/s, ¿escaparía de la Luna?

Usa los siguientes datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^2 \cdot \text{m}^{-2}$; $M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; $R_L = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Mostrar retroalimentación

Usando la expresión para la velocidad de escape

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,61 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{1,74 \cdot 10^6}} = 2363,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como la velocidad de la bala es superior a la velocidad de escape, la bala escaparía del campo gravitatorio lunar.

6. Caos determinista

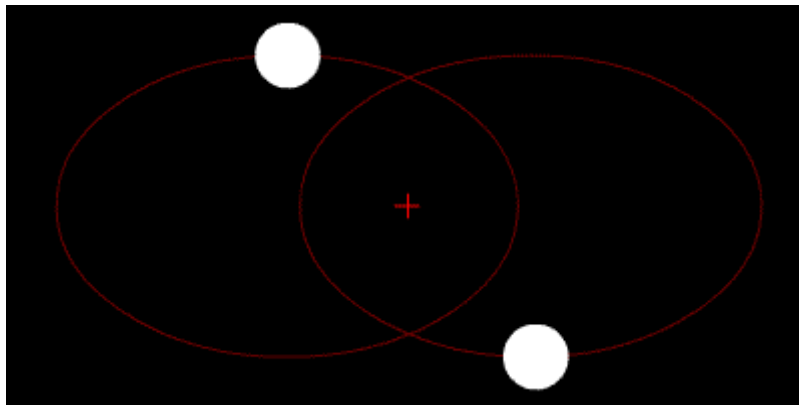
El problema del movimiento de planetas y satélites es mucho más complejo de lo que lo hemos resuelto aquí en apartados anteriores. Por ejemplo, cuando estudiamos el movimiento de un satélite alrededor de la Tierra despreciamos los efectos de la atracción por parte de la Luna o el Sol, solo tenemos en cuenta el cuerpo celeste más próximo. Tampoco hemos estudiado órbitas no circulares.

En Física los problemas complejos se abordan de menor a mayor complejidad. Se simplifica el problema y se tienen en cuenta las causas más determinantes y con ellas se intenta describir matemáticamente el fenómeno. Cuando los físicos estudiaron el movimiento de cuerpos celestes aplicando la Ley de la Gravitación Universal siguieron también esta pauta. Primero estudiaron el llamado problema de los dos cuerpos.

Se consideran dos cuerpos aislados de masas, posiciones y velocidades iniciales conocidas y se determinan las aceleraciones, velocidades y posiciones en función del tiempo teniendo en cuenta que la fuerza que ejerce cada uno de ellos sobre el otro nos la da la ley de la Gravitación Universal y que la aceleración que provoca cada fuerza viene dada por la segunda ley de la Dinámica.

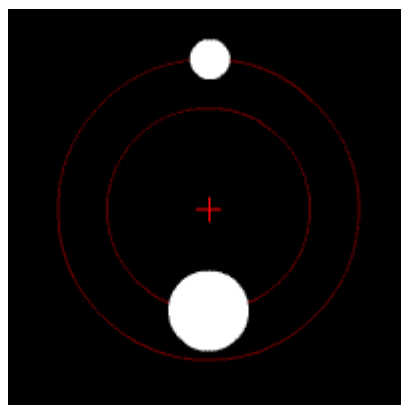
Lo que se obtiene es un sistema de ecuaciones que tiene solución analítica, es decir, se puede obtener la posición de cada cuerpo como funciones más o menos complejas del tiempo. A los sistemas físicos descritos por leyes conocidas, de forma que, dadas unas mismas condiciones iniciales, siempre se obtiene la misma solución, se los llama sistemas deterministas.

Este problema simplificado sirve para describir sistemas como la Luna orbitando alrededor de la Tierra o sistema binario formado por dos estrellas que orbitan respecto del centro de masas de ambas.



Dos cuerpos orbitando alrededor de su centro de masas en órbitas elípticas

[Animación](#) de [Zhatten](#) Wikipedia . CC0



Dos cuerpos con una pequeña diferencia de masa orbitando alrededor de su centro de masa, los tamaños dibujados son similares a los del sistema Plutón-Caronte.

[Animación](#) de [Zhatten](#) Wikipedia. CC0

¿Qué ocurre cuando se introduce un tercer cuerpo? Pues en ese caso, las ecuaciones no tienen una solución analítica. No es posible obtener una función del tiempo que exprese en cada momento donde se encuentra cada uno de los tres cuerpos. Sí es posible resolver el problema mediante aproximaciones

numéricas con ayuda de los ordenadores. Se trata por tanto de un sistema determinista. Sin embargo, ligerísimas variaciones de la posición o de la velocidad de alguno de los tres cuerpos da lugar a grandes variaciones en los resultados. Como no es posible determinar a priori el efecto de pequeños cambios en las condiciones iniciales sobre las trayectorias, al contrario de lo que ocurre con el caso del problema de los dos cuerpos, se dice que se trata de un ejemplo de caos. Por un lado se trata de un problema con solución (**determinista**) pero con una influencia impredecible de los cambios en las condiciones iniciales (**caótico**). Este es un ejemplo de caos determinista.



Importante

Los problemas físicos con solución matemática se denominan deterministas.

Si una pequeña variación en las condiciones iniciales del problema da lugar a grandes variaciones en la solución, entonces decimos que se trata de un problema caótico.

El problema de los dos cuerpos es un problema determinista no caótico.

El problema de los tres cuerpos es un problema determinista caótico o de caos determinista.



Para saber más

Otro ejemplo de sistema caótico lo constituye el péndulo doble que no es más que un sistema formado por dos varillas acopladas que pueden oscilar. En [esta página](#) puedes hacer variar las diferentes variables de que depende el problema del movimiento de un péndulo doble y comprobar cómo la trayectoria varía de forma ostensible aunque solo se modifiquen ligeramente las condiciones iniciales.

Péndulo doble

[Animación](#) de [Catslash](#). CC0

Ejercicio resuelto

Se desea lanzar un satélite de 500 kg desde la superficie terrestre para que describa una órbita circular de radio $10 R_T$.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}; M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}; R_T = 6400 \text{ km}$$

a) ¿A qué velocidad debe lanzarse para que alcance dicha altura? Explique los cambios de energía que tienen lugar desde su lanzamiento hasta ese momento.

Mostrar retroalimentación

Partiendo de la conservación de la energía y deduciendo la velocidad orbital

$$\begin{aligned} E_m(R_T) &= E_m(10R_T) \\ E_c(R_T) + E_p(R_T) &= E_c(10R_T) + E_p(10R_T) \\ \frac{1}{2}mv^2 + \frac{-GM_Tm}{R_T} &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{-GM_Tm}{10R_T} \\ F &= ma; \quad a = \frac{v^2}{R}; \quad F = \frac{GM_Tm}{R^2} \\ v^2 &= \frac{GM_T}{R} \end{aligned}$$

Se tiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}v_0^2 + \left(-\frac{GM_T}{R_T}\right) &= \frac{1}{2}v_i^2 + \left(-\frac{GM_T}{10 \cdot R_T}\right) \\ \frac{1}{2}v_0^2 + \left(-\frac{GM_T}{R_T}\right) &= \frac{1}{2} \frac{GM_T}{10 \cdot R_T} + \left(-\frac{GM_T}{10 \cdot R_T}\right) \\ \frac{1}{2}v_0^2 + \left(-\frac{GM_T}{R_T}\right) &= -\frac{1}{2} \frac{GM_T}{10 \cdot R_T} \\ v_0^2 &= \frac{2GM_T}{R_T} - \frac{GM_T}{10 \cdot R_T} = \frac{GM_T}{R_T} \left(2 - \frac{1}{10}\right) = \frac{19 \cdot GM_T}{10 \cdot R_T} \\ v &= \sqrt{\frac{19 \cdot GM_T}{10 \cdot R_T}} = 10899.97 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

En la situación planteada la energía cinética del satélite va decreciendo progresivamente hasta llegar a su órbita, por el contrario la energía potencial va incrementándose al unísono. En todo momento, debe permanecer constante la energía mecánica del sistema.

b) ¿Cómo cambiaría la energía mecánica del satélite en órbita si el radio orbital fuera el doble?

Mostrar retroalimentación

Para colocarlo en una órbita de radio el doble, se precisa una velocidad inicial distinta, haciendo lo mismo que en el apartado anterior.

$$v = \sqrt{\frac{39GM_T}{20R_T}} = 11042.46 \frac{m}{s}$$

Es evidente que al ser diferente la energía cinética inicial será la energía mecánica distinta y luego el sistema tendrá una energía mecánica en el lugar de partida diferente que la situación original, siendo pues el valor mayor.

Ejercicio resuelto

Un satélite de $3 \cdot 10^3$ kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de $5 \cdot 10^4$ km de radio.

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$

a) Determine razonadamente su velocidad orbital.

Mostrar retroalimentación

La velocidad se determina desde el segundo principio de la Dinámica, sin olvidar que la trayectoria de la órbita es circular para y, por tanto, la aceleración es coincidente con la componente normal.

$$F = ma; a = \frac{v^2}{R}; F = \frac{GM_T m}{R^2}; v^2 = \frac{GM_T}{R}; v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}} = 7926.3 \frac{m}{s}$$

b) Suponiendo que la velocidad del satélite se anulara repentinamente y empezara a caer sobre la Tierra, ¿con qué velocidad llegaría a la superficie terrestre? Considere despreciable el rozamiento del aire.

Mostrar retroalimentación

Igualando la energía mecánica que tiene en órbita con la energía mecánica en la superficie, ya que son iguales se tendría la velocidad de caída.

$$\begin{aligned} E_m(R_T) &= E_m(R) \\ E_c(R_T) + E_p(R_T) &= E_c(R) + E_p(R) \\ \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_T}{R_T} &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{GmM_T}{R} \\ v^2 &= \frac{2GM_T}{R_T} + v'^2 - \frac{2GM_T}{R} \\ v &= \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T} + v'^2 - \frac{2GM_T}{R}} \\ v &= 13132.77 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Ejercicio resuelto

Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1.5 \cdot 10^{11}$ m.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.

Mostrar retroalimentación

La velocidad de la Tierra se puede determinar de su periodo de rotación:

$$v = \omega R = \frac{2\pi}{T} R = \frac{2\pi}{365 \cdot 86400} \cdot 1.5 \cdot 10^{11} = 29885.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para determinar la masa del Sol, partimos que la fuerza de atracción es una fuerza central y la aceleración en la trayectoria circular coincide con la aceleración normal.

$$F = M_T a; \quad a = \frac{v^2}{R}; \quad F = \frac{GM_T M_S}{R^2}; \quad M_S = \frac{v^2 \cdot R}{G} = 2.008 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

b) Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

Mostrar retroalimentación

Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$T^2 = k R^3$$

Comparando ambas situaciones:

$$\frac{T'^2}{T^2} = \frac{k(0.8R)^3}{kR^3}$$

$$T' = T(0.8)^{\frac{3}{2}} = 0.715 \text{ años}$$

Resumen

Importante

De las cuatro interacciones presentes en la naturaleza, la interacción gravitatoria rige el movimiento de estrellas, planetas y galaxias.

Llamamos campo gravitatorio creado por una masa m a la región del espacio donde dicha masa ejerce fuerza de atracción gravitatoria sobre otra masa testigo. La intensidad del campo es directamente proporcional a la masa que lo crea e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a su centro.

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

Importante

Un cuerpo seguirá una órbita geoestacionaria cuando este se mueva al mismo ritmo que la Tierra, y por tanto describa una vuelta en 1 día. En otras palabras, la velocidad angular ω del satélite ha de ser exacta a la del planeta Tierra.

Importante

La velocidad en órbita de un satélite que describe un movimiento circular y uniforme alrededor de un planeta depende de la masa M del planeta y del radio de la órbita según la siguiente expresión:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r_{orb}}}$$

Importante

Para determinar la velocidad de lanzamiento de un satélite para que alcance una órbita determinada aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica suponiendo que no hay rozamiento en el proceso.

Importante

Para determinar la velocidad de escape de un planeta aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica suponiendo que no hay rozamiento en el proceso. Como se trata de la velocidad mínima para escaparse del campo gravitatorio suponemos que el satélite alcanzará una distancia infinita del planeta y llegará en reposo. Se deduce así que la velocidad de escape depende la masa y del radio del planeta de este modo:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Importante

Los problemas físicos con solución matemática se denominan deterministas.

Si una pequeña variación en las condiciones iniciales del problema da lugar a grandes variaciones en la solución, entonces decimos que se trata de un problema caótico.

El problema de los dos cuerpos es un problema determinista no caótico.

El problema de los tres cuerpos es un problema determinista caótico o de caos determinista.

AVISO DEL SERVIDOR

Por motivos de seguridad esta página web solo está accesible mediante acceso seguro (https):

https://adistancia.ced.junta-andalucia.es/Aviso_Legal_Andalucia_v04.htm

Por favor, actualice sus marcadores. Gracias.

Imprimible

Descargar imprimible