Imagen de centralasian bajo CC

Curiosidad

Fuente propia

Seguro que más de una vez has dicho "esto pesa más o menos un kilo y medio" o "he echado unos 45 minutos en el camino".

En todas estas situaciones no estamos hablando con exactitud, sino que estamos dando una idea del verdadero valor de la medida, o sea, una **aproximación**. Y claro, por pequeña que sea, siempre habrá alguna diferencia entre ese valor que estamos dando y el real, o lo que es lo mismo, estamos cometiendo un **error** en la información que estamos dando.

La palabra error (que en el lenguaje general suele indicar equivocación) no necesariamente tiene el mismo significado en el lenguaje de las matemáticas.

Importante

El **ERROR** tenemos que entenderlo como una diferencia entre dos valores, uno que se supone exacto y otro que se da como aproximación.

En muchas situaciones de la vida real es imposible trabajar con total exactitud, bien por nuestras propias limitaciones o por la de los instrumentos que estamos usando.

Ahora bien, como veremos en este tema, las matemáticas sí nos van a proporcionar las herramientas para saber controlar en todo momento qué error estamos cometiendo y cuánto de importante es en el contexto que nos estemos manejando.

Comprueba lo aprendido

Utilizando las matemáticas, que haya un error quiere decir:

- ○ Que nos hemos equivocado al hacer las cuentas
- ○ Que está todo mal.
- ○ Que hay una diferencia entre un valor exacto y el que damos como resultado.
- ○ Que no sabemos utilizar la calculadora

Eso sería un fallo de cálculo.

Eso sería en la calle

Efectivamente

Es posible, pero los fallos serían de cálculo

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Opción correcta (Retroalimentación)
4. Incorrecto (Retroalimentación)

Curiosidad

Si hubieras ido al banco donde trabajaba Marina a ingresar 200 euros con un interés del 2,6 % anual y lo hubieras dejado depositado 7 meses, habrías obtenido un beneficio de 3.0333… euros, que necesariamente a la hora de pagártelo se tendrían que convertir en 3.03 o en 3.04 euros.

Evidentemente, estando Marina de por medio, te quedarías con 3.03.

El redondeo, cuando se trata de cuestiones monetarias,es **inevitable.** Dado que no existe una moneda menor que el céntimo, **cualquier operación aritmética que de lugar a más de 2 decimales** en una transacción monetaria ha de ser necesariamente redondeada.

Ejercicio resuelto

Otro ejemplo lo tenemos en las gasolineras:

Si observas, el precio del litro de diesel o de gasolina consta siempre de tres decimales; por ejemplo, hoy el litro de gasolina sin plomo está a 0.852 €. Si le echamos al depósito 30 litros y medio, la cuenta nos sale a pagar 25.986 €, pero **es imposible** que lo hagamos, o pagamos 25.98 € o pagamos 25.99 €, aunque incluso, lo más seguro es que le acabemos dando 26 euros al gasolinero.

Fuente propia

Como ves en estos dos ejemplos, hay situaciones cotidianas que llevan asociadas de manera inevitable un cierto error.

Como es normal, cuanto más pequeño sea el error mejor. Una forma de minimizar ese error es aproximar solamente al final, es decir, hacer las operaciones intermedias arrastrando todos los decimales posibles, y sólo al final aproximar. Esto es posible en muchos casos gracias a los equipos informáticos que existen hoy en día.

Curiosidad

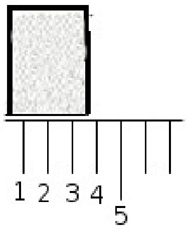
De esto se aprovechó Marina, pues en lugar de acumular los decimales que se obtenían al final de cada año en la cuenta del anciano y redondear el último año a la hora de pagarle, iba aproximando al final de cada año, perdiéndose así en el camino unos cuantos céntimos.

En la parte cuarta de este tema trataremos el efecto acumulado de los redondeos en las operaciones concatenadas.

El error está presente inevitablemente en toda operación que necesite el uso de aparatos de cálculo o de medida.

Si queremos medir una longitud, la precisión de la medida estará limitada por la del aparato. Por ejemplo, con una regla graduada en milímetros no se puede dar una medida de longitud con las décimas de milímetro correctas.

Ejercicio resuelto



Fuente propia

Supongamos que queremos medir el ancho del recuadro de la izquierda y que sólo contamos con una regla graduada en centímetros.

Como es normal, hacemos coincidir un extremo con el 0 de la regla y medimos hasta el otro. Pero resulta que ese extremo cae entre dos divisiones correspondientes de centímetro, por lo que la medida exacta no la podemos determinar con esta regla. Podemos, eso sí, hacer una estimación de la medida (por ejemplo 3.8 cm) pero inevitablemente, esta medida va acompañada de un error, aunque inferior en todo caso a medio centímetro.

Si en un laboratorio pesamos con una balanza cuya última graduación es de decígramos, cualquier pesada lleva inherente un error no mayor que un decígramo.

En general, la medida resultante de **utilizar** un **aparato** adecuado lleva un **error** determinado por la precisión del aparato.

Curiosidad

En la edición del *Diario de Sevilla*, del pasado 11 de enero de 2009, salía publicado un artículo con el título "Medir", y entre otras cosas, sacaba a colación la pregunta de ¿cuánto mide la frontera de Andalucía? o ¿cuánto mide la línea de costa de la provincia de Cádiz? La sorprendente respuesta que da el científico es: "depende"

Como ejemplo muestra el estudio que hizo el matemático y físico Lewis Fry Richardson (1881-1953) sobre la longitud de la frontera entre España y Portugal. Resulta que al buscar datos se encontró que según la fuente fuera española o portuguesa, la linde medía 987 ó 1214 km.

Sorprendido, se puso a medirla él y descubrió que, efectivamente, la citada longitud variaba. Y variaba según la escala que tuviera el mapa que cogía, pues mientras menor fuera, más preciso era el mapa y por tanto más se mostraban los accidentes del terreno, saliendo así una longitud mayor.

Otro factor que hacía que variara la longitud de la frontera era la vara de medir que se utilizara, pues mientras más pequeña fuera, más se podía ajustar a los entrantes y salientes que tenía la curva que dibujaba la frontera y por tanto mayor resultaba la longitud también.

O sea, que las dos medidas oficiales eran correctas y la gran diferencia entre ellas se debía a la escala elegida y a la unidad de medida tomada.

Comprueba lo aprendido

Contesta a las siguientes cuestiones:

Siempre podemos pagar con total exactitud las compras que hacemos

- ○ Verdadero
- ○ Falso

Piensa en el ejemplo de la gasolinera

Correcto

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)

2. Opción correcta (Retroalimentación)

La báscula del cuarto de baño no tiene ningún error y da el peso con absoluta precisión

- Verdadero
- Falso

Si te da 64.8, lo más que está afinando es en los hectogramos

Correcto. Cualquier máquina tiene una limitación para medir.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

El contador de kilómetros del coche tiene un cierto margen de error

- Verdadero
- Falso

Correcto. Sólo puede ir de kilómetro en kilómetro.

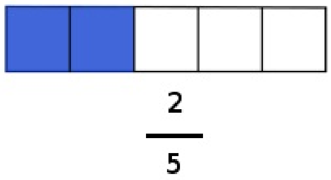
Si haces un recorrido inferior a un kilómetro, el contador ni se mueve.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

Dividir no siempre es exacto

¿Recuerdas las fracciones?
Una fracción indicaba que la unidad se dividía en una serie de partes y cogíamos unas cuantas. Por ejemplo $\frac{2}{5}$, indica que divides en cinco partes y coges dos.



Fuente propia

Al fin y al cabo, una fracción, indica una división entre dos números enteros. Si coges la calculadora, puedes ver que los cocientes

$$\frac{2}{5}, \frac{7}{2}, \frac{13}{20} \ldots$$

dan números decimales exactos.

Por ejemplo, si pasamos la fracción $\frac{2}{5}$ a forma decimal dividiendo 2 entre 5, obtenemos 0.4, o sea, un número decimal **exacto**; no hay lugar a ningún tipo de error.

Pero no ocurre lo mismo con los cocientes:

$$\frac{4}{3}, \frac{2}{7}, \frac{5}{6} \ldots$$

Por ejemplo, pasa $\frac{4}{3}$ a forma decimal:

Tu calculadora te habrá dado 1,33333333, y si usamos la del ordenador, la ristra de 3 es más grande; sigue indefinidamente, por lo que es imposible dar un valor exacto para esa división; no termina nunca.

Cortemos por donde cortemos al dar el resultado, estaremos cometiendo un error.

Si hubiese que repartir a partes iguales 4 euros entre 3 personas daríamos a cada una 1,33 euros y nos sobraría 1 céntimo; el reparto igualitario exacto es imposible; y cada uno sería perjudicado en menos de un céntimo.

Este tipo de número decimal se escribe usando la expresión $\frac{4}{3} = 1,\widehat{3}$

Estos tipos de números se llaman números periódicos y son junto con los exactos los que forman los números racionales.

Hacer raíces cuadradas tampoco es exacto muchas veces.

Otra de las operaciones en las que a veces es complicado obtener un resultado decimal exacto es la **raíz cuadrada**.

Si por ejemplo hacemos la raíz de uno de los números llamados cuadrados perfectos (4,9,16,25, etc.), sí obtenemos como resultado un número entero.

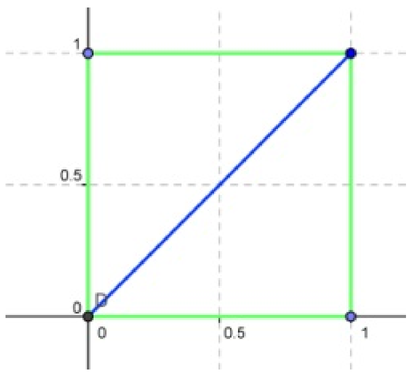
Pero en otros casos, no sólo no da un decimal exacto sino que ni siquiera se obtiene una repetición de cifras.

Observa el cuadrado de la derecha. Si el lado del cuadrado es un centímetro, parece claro que la diagonal mide más de uno -es más larga que el lado- y menos de dos -es más corta que dos lados juntos-, luego el número que corresponde a la media de la diagonal estará comprendido entre 1 y 2,

Para calcularlo, recurrimos al Teorema de Pitágoras, y obtenemos que el resultado es $\sqrt{2}$. (pincha en el enlace para ver la animación en power point o en pdf de elaboración propia)

La calculadora del ordenador arroja: 1.4142135623730950488016887242097

Pero seguirían más decimales de manera indefinida. No hay un número ni decimal ni faccionario para esa medida; este tipo de números se denominan irracionales –porque no son racionales, no se pueden expresar como una fracción.



Fuente propia

En las tablas también hay errores.

Seguro que estás harto de ver tablas similares a éstas en la televisión, periódicos, revistas, etc.

PRODUCCIÓN DE ACERO (En miles de toneladas)			
País	2005	2006	2007
Francia	19479	19857	19252
Alemania	44523	47223	48550
Italia	29350	31550	31990
España	17905	18658	18953
Inglaterra	13294	13952	14317

Fuente:http://www.cisider.org

En estas tablas siempre se produce un error en los datos, pues es frecuente **uniformar la presentación** de los datos ajustándolos todos **a un mismo número de decimales**.

¿A caso crees que en 2005 Francia produjo exactamente 19.479.000 toneladas?

Lo normal es que fuera un poquito más o un poquito menos, pero se unifican los datos, redondeando en este caso, a las unidades de millar.

Las tablas de valores aparecen en matemáticas (al estudiar funciones), en economía (al clasificar datos), en probabilidad y estadística, en informática (Hojas de cálculo), etc.

Salvo que esté muy claro por la naturaleza del asunto, siempre hay que dar por supuesto que en cada tabla, cada dato lleva un cierto error, menor eso sí, que el orden decimal de la última cifra.

Comprueba lo aprendido

Contesta a las siguientes cuestiones

Al pasar la fracción $\frac{7}{4}$ a forma decimal, se obtiene un número decimal exacto.

- ◯ Verdadero
- ◯ Falso

Correcto

Coge la calculadora y haz la división.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

¿Se puede repartir 30 euros entre 9 personas, de forma que cada una de ellas obtenga la misma cantidad?

- ◯ Verdadero
- ◯ Falso

Y con los tres céntimos que te sobran, ¿qué haces?

Correcto

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

Comprueba lo aprendido

La siguiente tabla muestra las precipitaciones caídas durante el año hidrológico hasta la fecha en varios puntos de las provincias de Cádiz y Sevilla, así como la comparación con las cantidades que se consideran normales. Observa y contesta a las preguntas:

Datos del 22/12/08	Acum	A. normal	Exce-deficit
Sevilla	127.5	223.2	-95.7
Écija	176.7	263.1	-86.4
Gines	184.5	320.3	-135.8
Lora del Río	163.2	263.5	-100.3
Marchena(Ojuelos)	241.0	211.9	29.1
Morón (B.A.)	223.2	213.5	9.7
Cazalla Sierra E.M.A.	300.8	319.2	-18.4
Pilas	192.5	234.6	-42.1
Cádiz	437.9	223.9	214.0
Algeciras	602.8	369.3	233.5
Grazalema	819.6	628.3	191.3
Jerez (A)	321.5	237.5	84.0
Rota (B.A.)	343.5	271.4	72.1

Fuente: Diario de Sevilla

Seguramente la tabla presenta algún error en los datos numéricos:

- ◯ Verdadero
- ◯ Falso

Correcto

Observa que todos los datos tienen una cifra decimal. Es bastante probable que se haya redondeado a las décimas.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

Según la tabla anterior, hasta ahora en Morón han caído exactamente 223.2 l/m^2

- Verdadero
- Falso

Lo más seguro es que haya llovido un poquito más o un poquito menos

Correcto

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

En Grazalema este año, aproximadamente han caído 191.3 l/m^2 más de lo normal.

- Verdadero
- Falso

Correcto

Mira bien la tabla

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

La localidad donde más ha llovido de lo normal es Algeciras.

- Verdadero
- Falso

Correcto

Observa cuál es el mayor valor de la columna exceso/déficit

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

La localidad que más ha echado en falta la lluvia es Pilas

- Verdadero
- Falso

Hay localidades con un déficit mayor

Correcto

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

Curiosidad

¿Te has parado a pensar que nuestra edad no es exacta?

¿No lo sabías? Te pongo un ejemplo:

Jesús, nació el 27 de febrero, ahora tiene 43 años. Cuando se le pregunta la edad (supón que hoy es 27 de junio y son las 13.30 horas) dice que tiene 43 años y no dirá que tiene 44 hasta el próximo 27 de febrero. Esto, tan común en las personas, se llama aproximar por defecto o si responde "voy a cumplir 44" sería por exceso. ¿Qué pensaríamos si Jesús hubiera contestado: 43 años, 4 meses, 5 horas, 10 minutos y 15 segundos? Sin embargo esta respuesta es más exacta.

¿Pero podríamos alguna vez decir nuestra edad exacta?

Es evidente que no, mientras la decimos están pasando segundos, décimas de segundos, etc. Sin embargo damos por buena la respuesta "tengo 43".

Pues bien, como hemos visto anteriormente, hay en nuestra vida cotidiana situaciones que por costumbre o por utilidad aproximamos.

Bien es cierto que cuando preguntamos la edad a una persona nos basta con saber los años cumplidos, si es su salario (2.128,47 €) con 2.120 nos basta, los metros útiles de su casa (102,59), unos 100 sería suficiente, etc.

En este apartado vamos a ver cómo obtener el valor aproximado (x*), de un número exacto (x).

Importante

De ahora en adelante, el valor **aproximado** lo representaremos siempre por **"x*"** y el valor **exacto** por **"x"**

A la hora de aproximar se utilizan dos tipos de aproximaciones:

a) Truncamiento

b) Redondeo

2.1. Truncamiento

Jesús tiene en realidad 43,347222.... años pero el sólo responde 43. Lo que acaba de hacer es un **truncamiento**.

Importante

Truncamiento: consiste en cortar el número exacto sin preocuparnos de cómo continúa la expresión decimal después.

Por ejemplo, si truncamos a las centésimas los números 17,34567 y 2,91276 obtendremos 17,34 y 2,91.

Curiosidad

Marina también hacía truncamientos.

En cada operación cortaba en los céntimos, y todo lo que sobraba..., ¡¡¡para su bolsillo!!!

Ejercicio resuelto

Observa el siguiente ejemplo

Aproxima por truncamiento de $\pi = 3{,}14159...$

- Truncamiento de las unidades $\pi \approx 3$
- Truncamiento de las décimas $\pi \approx 3{,}1$
- Truncamiento de las centésimas $\pi \approx 3{,}14$
- Truncamiento de las milésimas $\pi \approx 3{,}141$

Imagen de Daniel F.Pigatto CC

Importante

La aproximación por **truncamiento** (en **números positivos**) es siempre por **defecto**, es decir, el valor aproximado x* es más pequeño que el valor exacto x; x*<x.

Como has visto, los años de Jesús 43,34722 es mayor que la aproximación que se utiliza por truncamiento.

Ejercicio resuelto

Ejemplo 2:

Aproxima por truncamiento $-\pi = -3,14159...$

- Truncamiento de las unidades $-\pi \approx -3$
- Truncamiento de las décimas $-\pi \approx -3,1$
- Truncamiento de las centésimas $-\pi \approx -3,14$
- Truncamiento de las milésimas $-\pi \approx -3,141$

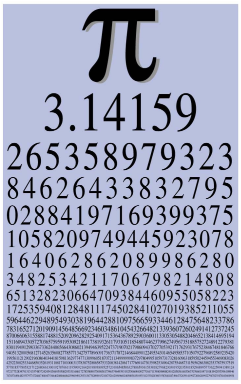


Imagen de wordpress bajo CC

Importante

La aproximación por **truncamiento** (en **números negativos**) siempre es por **exceso**, es decir,

$$x^* > x.$$

Imagen de donaldtownsend bajo CC

Si Jesús tiene 43,34 años, es evidente que está más cerca de los 43 que de los 44, por tanto la expresión tengo 43 es correcta. Si embargo, si Marta tiene exactamente 23,85 años, será más correcto que diga que tiene 24 años a que tiene 23, pues está mucho más cerca de los 24 que de los 23.

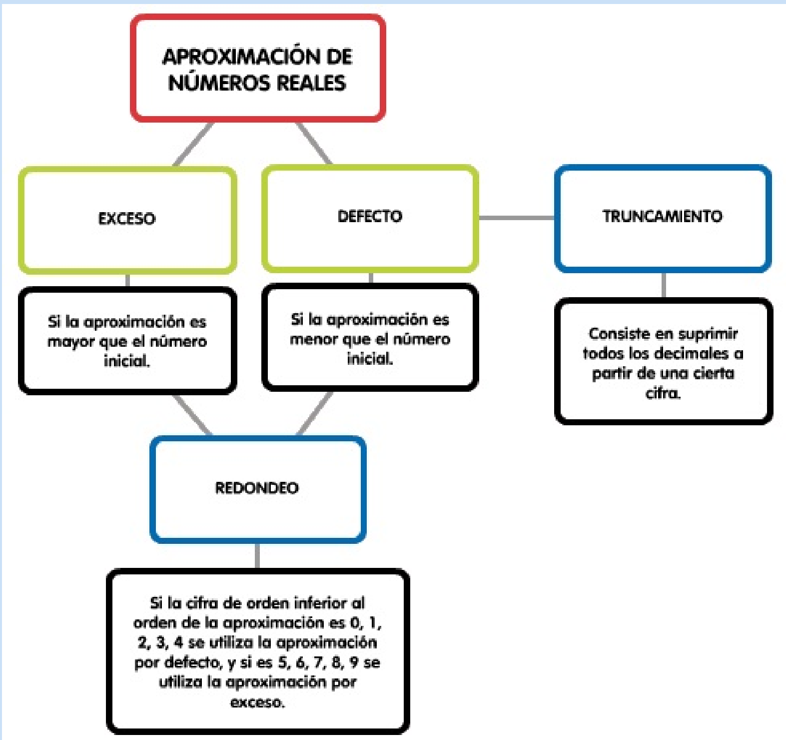
Redondeo: en el redondeo la aproximación puede ser por defecto o por exceso, depende del valor de la cifra siguiente a la que aproximamos.

Importante

De esta forma:

- Si la **cifra siguiente** al orden de aproximación es **menor que 5** la aproximación por redondeo es la misma que la de **truncamiento** y por tanto la aproximación es por defecto. Por ejemplo, el redondeo de 765,345 a las décimas sería 765,3.

- Si la **cifra siguiente** al orden de aproximación es **mayor o igual que 5** la aproximación por redondeo es por exceso, con lo que **sumamos una unidad** a la **última** cifra **decimal que ponemos.** El redondeo del número 9,8467 a las milésimas sería 9,847.



Ejercicio resuelto

Ejemplo 3: aproximación por redondeo de $\pi = 3{,}14159\ldots$

- Redondeo de las unidades $\pi \approx 3$ (por defecto)

- Redondeo de las décimas π ≈ 3,1 (por defecto)
- Redondeo de las centésimas π ≈ 3,14 (por defecto)
- Redondeo de las milésimas π ≈ 3,142 (por exceso, ya que en ese caso se toma el valor 3,141+0,001)

Imagen de web.mac bajo CC

Comprueba lo aprendido

Aproxima las cantidades que se indican.

2,995131… en las centésimas

- ○ 2,99
- ○ 3,00

No es correcto. 2.99 sería por truncamiento

En efecto, 2,99+0,01=3,00

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

-3,21951… en las milésimas

- ○ -3,220
- ○ -3,210

Correcto -(3,219+0,001)=-3,220

No es correcto pues -(3,219+0,001)=-3,220

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

$\sqrt{2}$ … en las décimas

- ○ 1.4
- ○ 1,5

Correcto, la cifra de las centésimas es menor que 5.

No es correcto.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

132,345….en las milésimas

- ○ 132,345
- ○ No se puede aproximar por redondeo pues no conocemos el valor de la cifra de las milésimas

No es correcto porque no sabes si el número está más cerca de 132,345 o de 132,346

Correcto

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

A veces, en lugar de decir aproxima a las centésimas decimos haz una aproximación de orden dos. Es decir, el orden indica el número de cifras decimales con las que nos tenemos que quedar.

Imagen de RBolance bajo CC

Para vallar mi cortijo de Níjar (Almería) estimé que necesitaba 400 metros. Cuando la empresa VALLAS INDALO me la instaló cobraron 401 metros, cabe pensar que con mi cinta métrica de casa cometiera un error de 1 metro.

Cuando se lo comenté a mi vecino Pablo, que trabaja en la empresa CARRETERAS RURALES S.A, me explicó que a su encargado le había pasado algo parecido en la carretera que une los pueblos de Macael y Olula del Río (3 km de distancia). Con sus aparatos de medida cometieron el mismo error, 1 metro.

Para ambos casos el error de medición es de 1 metro.

¿Pero es distinta la significación de un error de un metro al medir 3 km que al medir 401 metros?

Para contestar a esta pregunta vamos a leer los apartados siguientes que te explican el error absoluto y el error relativo.

Importante

Error absoluto

Cuando aproximamos estamos cometiendo un error, siendo éste la diferencia entre el valor exacto y el aproximado. Este error se llama absoluto y lo denotaremos por Ea, y como hemos explicado su valor es:

$$Ea = x - x^*$$

Según el signo de Ea podemos distinguir entre error por exceso o por defecto:

- Si Ea>0 error por defecto; la aproximación es más pequeña que el valor real.
- Si Ea<0 error por exceso; la aproximación es mayor que el valor real.

Ejercicio resuelto

En los dos ejemplos anteriores, el error que cometíamos era de un metro. Pues bien éste es el error absoluto.

En la valla, x=401 y nuestra medida $x^*=400$, por tanto el error absoluto es $E_a=401-400=1$.

Por otro lado , en la carretera x=3.000 m. y $x^* =3.001$, entonces $E_a =-1$ m.

Observa que para el primer caso, $E_a >0$, el error ha sido por exceso y para el segundo, $E_a <0$, por defecto.

Curiosidad

¿Te acuerdas de Marina y del viejo que la delató?

El viejo decía que el dinero que debía recoger era 50,27 €, mientras que Marina le daba 50,21.

El valor real sería el del viejo y el aproximado el de Marina, y el error absoluto que se produce son los 6 céntimos de diferencia entre ellos.

Puesto que siempre solemos dar el resultado del error sin que nos importe demasiado el signo, pues ya sabemos si la aproximación es por exceso o defecto, suele utilizarse el valor absoluto para la fórmula del error absoluto:

$E_a = |V_{real} - V_{aproximado}| = |x - x^*|$

Importante

El **error relativo** es el cociente entre el error absoluto (en valor absoluto) y la medida, se denota como Er.

$$E_r = \frac{E_a}{x}$$

Lo más frecuente es denotarlo en tanto por ciento, es decir, multiplicando por cien el resultado obtenido en la división; Er x 100

Ejercicio resuelto

Para la valla

$$E_r = \frac{1}{401} = 0{,}0025 \ (0{,}25\%)$$

Para la carretera

$$E_r = \frac{1}{3.000} = 0{,}00033 \ (0{,}033\%)$$

Por tanto, si comparamos ambos resultados, el error de medida de la valla es aproximadamente 8 veces más grande que el de la carretera.

Ejercicio resuelto

En el caso del viejo, el error relativo sería:

$$Er = \frac{Ea}{Vreal} = \frac{0{,}06}{50{,}27} = 0{,}00119$$

O sea, multiplicando por 100, esos 6 céntimos suponían un error del 0,119%

Comprueba lo aprendido

¿Es distinta la significación de un error de un milímetro al medir al ancho de un folio de 21 cm o al medir el ancho de una habitación de 4 metros?

- No
- Sí

Pues como tengas que dormir en un folio con una cama de mas o menos 21 cm....

Correcto

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

¿Cuál es el error relativo de ambos?

- 0.48 % y 0.25% (folio, habitación)
- 0,48 % y 0,025% (folio y habitación)

No es correcto

En efecto, para el folio 1/210= 0,0048 (0,48%). En el caso de la habitación 1/4.000=0,00025 (0.025%). El error de medir el folio es 19 veces más grande.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)

Para saber más

Cotas de un error

Si el valor real no es conocido, no podríamos aplicar ninguna de las fórmulas anteriores. En este caso lo que se hace es acotar y decir cuál puede ser el error como máximo.

Pincha en el enlace para ver la presentación que te explica todo esto. Cotas del error. (Fuente propia) o en la versión pdf.

Hasta ahora hemos aprendido:

1. Que muchas veces los números decimales con los que expresamos una medida, un resultado, etc., no corresponden exactamente con el verdadero valor. A la diferencia le hemos llamado error absoluto, y en ocasiones es por defecto, en ocasiones por exceso.
2. Que los errores son unas veces inevitables (aparatos de medida o de calcular, sistema monetario) y otras intencionados (redondeos, tablas de valores), pero que en todos los casos hay que señalar la máxima cuantía posible del error.
3. Cómo valorar el error cometido, hallando su cuantía (error absoluto) y valorando la importancia de este (error relativo)

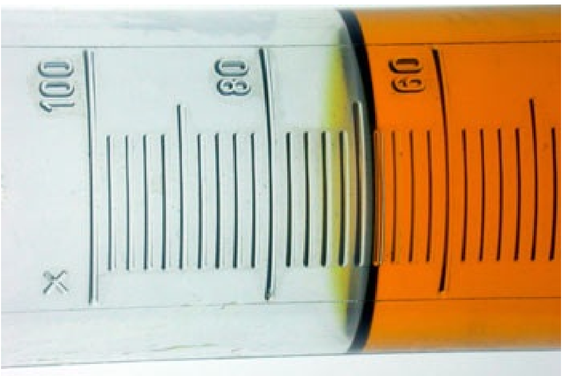


Imagen de IFSTIC bajo CC

Para terminar este tema, te interesa saber cómo afectan los errores al resultado de las operaciones. Hoy en día la ejecución de los cálculos no suele ser nada difícil, gracias a las calculadoras y los ordenadores. Pero no pierdas de vista que si a una calculadora o al mejor de los ordenadores le proporcionas datos no muy exactos, no puedes esperar milagros y los resultados no serán muy exactos. Incluso serán todavía menos exactos.

Ejercicio resuelto

Volvemos a la tabla de producción industrial de acero en cinco países de la Comunidad Económica Europea, tabla que tuvimos ocasión de ver en la parte primera de este tema. A partir de esos datos nos proponemos determinar la producción industrial conjunta de los cinco países.

Pais	2005	2006	2007
Francia	19.479	19.857	19.252
Alemania	44.523	47.223	48.550
Italia	29.350	31.550	31.990
España	17.905	18.658	18.953
Inglaterra	13.294	13.952	14.317

Se trata de indicar entre qué valores puede oscilar la producción conjunta de los cinco países en cada uno de los tres años, suponiendo (como es normal) que los datos de la tabla (miles de toneladas de acero) se hallan redondeado correctamente.

Por ejemplo, en 2005 Francia produjo 19479 miles de toneladas. Eso dice la tabla. Realmente la producción estuvo entre 19478,5 (medio menos) y 19479,5 (medio más), suponiendo, como tenemos que suponer, que se ha hecho bien el redondeo antes de subir los números a la tabla. Y lo mismo con los demás números. Así que en 2005 la producción total fue, según la tabla, de 124549 (suma de las cinco cantidades que figuran), pero si tienes en cuenta el efecto del redondeo, la verdadera producción estuvo entre 2,5 menos y 2,5 más (medio posible de cada sumando) de esa cantidad. Así que el error puede ser hasta cinco veces mayor en la suma que en los datos.

Resumiendo: el error de la suma, si hay cinco sumandos, puede ser hasta cinco veces mayor que en cada uno de ellos; si hay diez sumandos, hasta diez veces mayor, etc.

En la suma, los errores absolutos se suman.

Hay que ver la diferencia máxima que puede existir entre el menor y el mayor valor posible en cada caso. Ese será el máximo error posible.

Curiosidad

Marina en cada operación se quedaba con una cantidad menor que un céntimo.

Puesto que repite la operación durante 10 años, sumando año a año, será de esperar que al final el déficit sea como mucho de 10 céntimos como así resultó ser .

Comprueba lo aprendido

Calcula para cada año el menor valor posible de la producción conjunta de los cinco países y el mayor valor posible. Haz los cálculos aparte (o con la calculadora del propio ordenador), para luego pasarlos a los espacios que siguen y comprobar los resultados.

La producción conjunta de acero, en miles de toneladas, de los cinco países en los tres años indicados fue como mínimo de

Pais	2005	2006	2007
Francia	19.479	19.857	19.252
Alemania	44.523	47.223	48.550
Italia	29.350	31.550	31.990

España	17.905	18.658	18.953
Inglaterra	13.294	13.952	14.317

[ ] en el año 2005, de [ ] en el año 2006, y de [ ] en el año 2007; y como máximo de [ ] en el año 2005; de [ ] en el año 2006, y de [ ] en el año 2007;

La cota de error de las sumas es de [ ] unidades (en este caso miles de toneladas)

Enviar

Al estar redondeada la última cifra (como ha de suponerse en las tablas de valores), la cota de error de cada sumando es de media unidad. Al no saber de qué signo es cada error, sólo podemos asegurar que aunque todos fuesen por defecto el verdadero valor de la suma no sobrepasaría en más de 2,5 unidades a la suma de los datos de la tabla; y si por exceso, la suma de los datos de la tabla no sobrepasaría en más de 2,5 unidades al verdadero valor de la suma.

Cuando los sumandos están afectados por algún error, también lo está la suma.

Normalmente, no sabemos si el error de cada sumando en particular es por defecto o por exceso, ni su cuantía. Por eso lo único que podemos decir con seguridad es que el margen de error posible de la suma resulta de sumar los de los datos. (Si sumas diez números con errores posibles de hasta una centésima, la suma puede tener error de hasta diez centésimas, y si sumas cien números, de hasta cien centésimas, o sea de una unidad).

En resumen, cuando sumamos varios números, el **error máximo** que cometemos es la **suma de los errores** de cada uno de dichos números. (Por supuesto, todo esto último se refiere a los errores absolutos).

Para saber más

Errores en la resta y en la suma de muchos números

Aquí puedes ver el efecto que producen los errores en los datos a la hora de restarlos y al sumar muchísimos datos.

Error al restar dos números

Error al sumar muchos números

En la práctica, cuando se necesita hacer una medida (longitud, peso, volumen, densidad, resistencia,...), ante la imposibilidad de obtener un valor exacto por las propias limitaciones de los aparatos que usamos, se hacen varias medidas y se toma como aproximación la media de éstas, sabiendo además que el error máximo es el máximo que se comete en cada una de las medidas.

Por ejemplo para determinar el peso de la carga de un camión, se hacen varias pesadas y se toma como peso del camión la media de éstas.

Imagen en Flickr por Tophee bajo CC

Comprueba lo aprendido

Si todos los datos de una tabla tienen la misma cota de error absoluto, el promedio (media) tiene la misma cota.

- Verdadero
- Falso

Correcto

Incorrecto

El promedio se obtiene dividiendo la suma de todos los datos entre el número de datos.

El error máximo de la suma, es la suma de los errores máximos de cada uno de los sumandos; y por tanto, si dividimos entre el número de datos, la suma de los errores también queda dividida y da como resultado el promedio de los errores máximos.

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)

Comprueba lo aprendido

Completa los datos que faltan:

La tabla siguiente (ya vieja conocida nuestra) contiene la producción de acero de cinco países dada en miles de toneladas.

Pais	2005	2006	2007
Francia	19.479	19.857	19.252
Alemania	44.523	47.223	48.550
Italia	29.350	31.550	31.990
España	17.905	18.658	18.953
Inglaterra	13.294	13.952	14.317

La producción media de los cinco países en 2005 fue de 24910,2 miles de toneladas; en 2006 fue de 26248 miles de toneladas; y en 2007 fue de 26612,4 miles de toneladas.

Teniendo en cuenta que los datos de la tabla han sido redondeados a la última cifra, podemos asegurar

que el verdadero promedio para 2005 está entre ______ y ______ ;

que la verdadera producción media en 2006 está entre ______ y ______ ;

y que la verdadera producción media en 2007 está entre [ ] y [ ] .

Enviar

El error máximo de un promedio, es el promedio de los errores máximos de los datos; si todos los errores de los datos son iguales, la del promedio es igual.

Para saber más

Errores en el producto

Hemos visto cómo afectan los errores en la suma y en el promedio. Si te interesa, mira lo que pasa en el producto:

Errores en el producto.