Probabilidad: Sucesos. Asignación de probabilidades

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

n.º 1 Bachillerato

Contenidos

Probabilidad

Sucesos. Asignación de probabilidades

1. Introducción

En la unidad anterior has trabajado con una de las aplicaciones más usuales de las matemáticas: la estadística. Ya comentamos que hoy en día todos formamos partes de la estadística , aunque no queramos. En esta unidad vamos a trabajar otro aspecto muy corriente en nuestro entorno cotidiano: el azar.

Imagen de art_maven en Pixabay . Pixabay License

El azar y la probabilidad son cosas cotidianas en nuestras vidas. Por muy ordenados que seamos, siempre hay cosas que dependen de la suerte. Si estamos dando vueltas con el coche para encontrar aparcamiento en una zona muy densa de coches y de pronto vemos que un coche va a salir de un aparcamiento, eso es suerte, ya que si hubiésemos pasado un poco antes o llevásemos delante un conductor con la misma idea, no habríamos podido dejar el coche. Muchas veces cuando estamos en la cola del supermercado y decidimos cambiar de cola, pues la otra da la impresión de ir más deprisa. El que acabemos antes o después depende de la suerte, aunque a veces depende de que la persona que esté en la caja sea más eficiente.

Hay muchos aspectos de nuestro entorno cotidiano que dependen del azar, y muchas veces nos afectan incluso si no creemos en la suerte. ¿Quién no ha comprado en Navidad participaciones en el número de la lotería que juega nuestra empresa, aunque sea porque no vaya a tocarles a los demás y a nosotros no? En esta primera parte vamos a ver que tipos de situaciones pueden deberse al azar y cuáles no y como organizamos las que dependan del azar.

En los siguientes vídeos tienes, dividido en dos partes, el programa de la serie "Más por menos" de TVE dedicado a las leyes del azar. En la primera parte podemos encontrar aspectos diarios donde influye el azar.

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/0vv4Eln-yDQ

Capítulo 7: Las leyes del azar 1/2
Vídeo de la serie "Mas por menos" alojado en Youtube.

En el segundo vídeo, sigue el programa y comienza contando como surgió el estudio matemático del azar. Como en muchos otros aspectos de la matemática, apareció para resolver un problema que se había planteado en la vida cotidiana, en este caso de un jugador empedernido de dados.

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/_e-AIN_2T5I

Capítulo 7: Las leyes del azar 2/2

Vídeo de la serie "Mas por menos" alojado en Youtube.

2. Experimentos aleatorios

En nuestro quehacer diario nos encontramos con elementos que, antes de realizarlos, sabemos qué es lo que vamos a conseguir. Por ejemplo, si seguimos al pie de la letra una receta que tengamos para hacer galletas, los resultados siempre van a ser más o menos lo mismo; si llenamos la lavadora con la misma cantidad de ropa y utilizamos la misma cantidad de jabón y el mismo programa, la limpieza de la ropa será similar.

Sin embargo, hay veces que antes de realizar una acción no sabemos que es lo que vamos a obtener. Si salimos de casa con la indicación del hombre del tiempo de que habrá chubascos intermitentes, unas veces volveremos a casa sin haber visto una gota y otras volveremos como una sopa. Si llamamos a un teléfono de información, unas veces lo pillaremos comunicando, otras veces nos atenderán de inmediato o nos pondrán la musiquita desesperante mientras esperamos. Es evidente que antes de realizar la acción no podemos saber con qué nos vamos a encontrar. De estas situaciones son de las que nos vamos a encargar en este apartado.

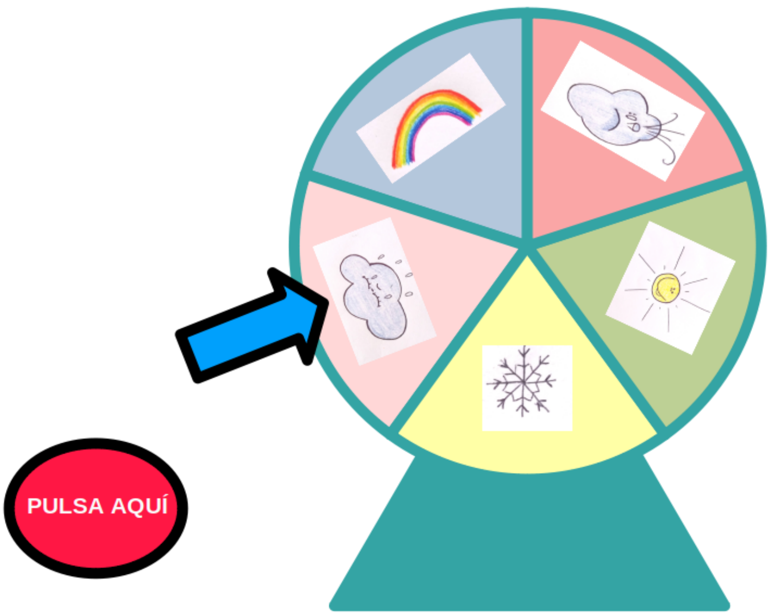


Imagen de elaboración propia

Importante

Llamaremos experiencia o **experimento determinista** aquel que en las mismas condiciones da lugar al mismo resultado, es decir, antes de realizarlo sabemos qué resultados vamos a obtener. Por ejemplo, el tiempo que tarda en llenarse la cisterna de nuestro cuarto de baño.

Se llama **experimento aleatorio** al que en igualdad de condiciones da resultados diferentes en cada realización del experimento, es decir, antes de realizar el experimento no sabemos a ciencia cierta qué es lo que vamos a obtener. Si sacamos a oscuras de nuestro cajón de calcetines un par cualquiera, no sabemos qué color podremos obtener (a menos, claro está, que tengamos todos los calcetines exactamente del mismo color).

Comprueba lo aprendido

Indica si las siguientes experiencias corresponden a experimentos deterministas o aleatorios.

1.- Conocer el número de coches que saldrán a la carretera el primer fin de semana de las vacaciones de verano.

Sugerencia

- a) Determinista
- b) Aleatorio

Vuelve a pensarlo.

Correcto. Podemos estimar el número de vehículos, pero nunca conocer exactamente cuantos saldrán.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta

2.- Saber cuál será el perímetro de un hexágono de lados iguales a 3 cm.

Sugerencia

- a) Determinista
- b) Aleatorio

Es cierto porque antes de medirlo sabemos que el perímetro será $3 \cdot 6 = 18$ cm.

Yo sé cuanto vale el perímetro antes de medirlo, luego no puede ser un valor aleatorio.

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto

3.- Saber de que color es una bola que se va a extraer de una bolsa opaca donde hay 15 bolas rojas.

- a) Determinista.
- b) Aleatorio

Está claro que la bola que sale es roja.

Venga ya, ¿seguro que no sabes de que color va a salir la bola?

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto

4.- Saber el número de goles que se van a marcar en el partido del próximo domingo de tu equipo favorito.

- a) Determinista
- b) Aleatorio

Pues va a ser que no.

Pues claro, ya que si supieras seguro cuantos goles se van a marcar te podrías hacer rico apostando.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta

2.1. Espacio muestral y sucesos

Siempre que nos encontramos en una situación que depende del azar, ya hemos dicho que antes de realizarla no podemos saber a ciencia cierta qué resultado vamos a obtener, pero siempre tiene que estar entre un conjunto de valores que sí podemos saber. Por ejemplo, antes de empezar la liga no podemos saber quién va a ganar en Primera división (aunque luego casi siempre se lo reparten entre el Real Madrid y el F.C. Barcelona, con permiso del Sevilla o el Valencia) pero es seguro que el ganador tiene que ser uno de los equipos que juegan en esa división. Jamás podría ganar la liga en Primera División el Alcorcón (aunque no le faltaran méritos).

De la misma manera, si vamos a trabajar en algún vehículo, público o privado, no sabemos seguro cuanto vamos a tardar, ya que depende de la densidad del tráfico, de si ocurre algún imprevisto (accidente, corte por manifestación, obras que aparecen de improviso), del estado del tiempo, pero es evidente que siempre estará dentro de un conjunto de valores, es decir, si lo normal es que tardemos una hora en llegar, es imposible que en una ocasión tardemos 10 minutos o en otra tres días. Vamos a estudiar en este apartado los posibles resultados de un experimento aleatorio.

Importante

Se llama **suceso elemental** a cada uno de los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Recibe el nombre de **espacio muestral** el conjunto formado por todos los resultados de un experimento aleatorio, es decir, por todos los sucesos elementales

Se llama suceso compuesto, o simplemente **suceso**, a cualquier subconjunto del espacio muestral, es decir, a un grupo de sucesos elementales.

Se llama **suceso seguro** aquel que se cumple siempre. Está formado por todos los resultados posibles, por ello coincide con el espacio muestral. Se llama **suceso imposible** al que no ocurre nunca, es decir, no está formado por ninguna solución del espacio muestral. Suele representarse por el símbolo ϕ que representa al conjunto vacío.

Ejemplo:

Supongamos un partido de fútbol y los puntos que puede obtener un equipo. El espacio muestral sería E={0, 1, 3}. Cada uno de esos puntos sería una de los sucesos elementales. Un suceso podría ser A={obtener puntos}, que estaría formado por las posibilidades de obtener 1 ó 3 puntos, es decir, A={1,3}. Si consideramos el suceso obtener menos de 5 puntos, eso sería un suceso seguro, ya que cualquiera de los resultados lo cumple. Por último, el suceso obtener dos puntos en el partido sería un suceso imposible.

Puedes ver otros ejemplos de los conceptos anteriores en el siguiente vídeo:

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/2J3EpDBCXoY

Vídeo de Tuto mate alojado en Youtube

Importante

Los sucesos suelen denotarse con letras mayúsculas, dando prioridad a aquellas que estén relacionadas con la propia definición del suceso. Por ejemplo, si hablamos del suceso "Sacar un número par", podemos denotarlo por P. Los sucesos los podemos representar utilizando diagramas de Venn :
(En este diagrama A y B son dos sucesos, y el rectángulo E representa el espacio muestral).

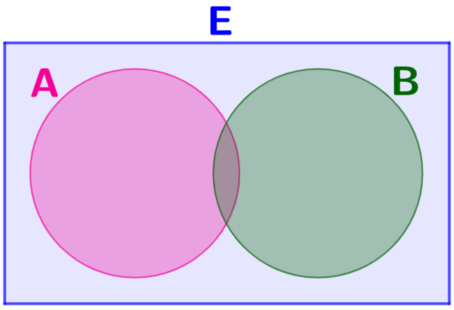


Diagrama de Venn
Imagen de elaboración propia

Reflexiona

Si lanzamos un dado de seis caras podemos obtener un número que sea:

1) impar	**3)** un 1 ó un 4	**5)** mayor que 7	**7)** un cuatro	**9)** par
2) menor que 3	**4)** menor que 10	**6)** un cinco	**8)** múltiplo de 3	**10)** distinto de 5

¿Alguno de los anteriores sucesos son elementales? En caso afirmativo indica cuáles.

Sí. El suceso 6 y el 7 son sucesos elementales.

Comprueba lo aprendido

En este enlace, correspondiente al proyecto ed@d, puedes ver ejemplos de experimentos aleatorios, junto con su espacio muestral y algunos sucesos. En la siguiente escena puedes hacer un ejercicio para diferenciar experimentos y escribir sus espacios muestrales.

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esomatematicas/3quincena12/3q12_ejercicios_resueltos_1a.htm

Importante

Dos sucesos se llaman **compatibles** si pueden suceder a la vez, es decir, hay algún suceso elemental que corresponda a los dos sucesos. En caso contrario, cuando no pueden darse a la vez, se llaman **incompatibles**.

Por ejemplo, es incompatible en un partido de fútbol el suceso de que el equipo que juega en casa gane con el suceso de que el mismo equipo pierda. Pero si es compatible que el equipo que juega en casa no gane con el suceso de que no pierda, pues estos dos sucesos incluyen el suceso común empatar dentro de sus conjuntos.

Reflexiona

Consideramos el experimento de lanzar un dado de seis caras, bien construido, con los números del 1 al 6 en sus caras y fijarnos en el valor que sale.

a) ¿Cuál sería el espacio muestral?

b) ¿Cuál sería el suceso obtener número primo?

c) ¿Y el suceso obtener múltiplo de 3?

d) Escribe el suceso obtener un número de una cifra.

e) ¿Quién sería el suceso obtener 10?

a) El espacio muestral estaría formado por todos los resultados posibles, en nuestro caso, E={1, 2, 3, 4, 5, 6}.

b) A={sacar un número primo} = {2, 3, 5}

c) B={múltiplo de 3} = {3,6}

d) C={número de una cifra} = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Este sería el suceso seguro, ya que vemos que coincide con el espacio muestral.

e) Este sería el suceso imposible, ya que no hay ningún resultado del espacio muestral que lo cumpla.

Comprueba lo aprendido

1) El suceso de que mañana no haga sol y el suceso de que no llueva son sucesos:

Sugerencia

- a) Compatibles
- b) Incompatibles

Pues claro, puede estar nublado, puede nevar.

¿Estas seguro que siempre que no hace sol llueve?

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto

2) Al extraer una bola de una bolsa donde hay bolas rojas, verdes y blancas el extraer una bola roja o el extraer una bola blanca son sucesos:

Sugerencia

- a) Compatibles
- b) Incompatibles

No. ¿Nosotros hemos dicho acaso que las bolas eran de dos colores?

A menos que fuesen bolas mágicas que cambien de color, está claro que es incompatible.

Solución

1. Incorrecto
2. Opción correcta

3) Que el número ganador de la lotería del próximo sorteo termine en 5 o que el número que gane el sorteo sea múltiplo de 3.

Sugerencia

- a) Compatibles
- b) Incompatibles

Tienes razón, puede salir el número 00015, aunque seguramente tu no lo hubieses comprado, ¿verdad?

Lo sentimos pero hay muchos números múltiplos de 3 que acaban en 5.

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto

2.2. Operaciones con sucesos

Cuando uno, en su tierna infancia, comienza a adentrarse en el apasionante mundo de las matemáticas, comienza con las cosas más simples: reconocer los números, contar, ordenar, y llega un momento en que se comienza a operar con esos números. A partir de ahí lo que hacemos es ampliar el número de operaciones que vamos conociendo y aplicando.

A veces nos llaman la atención sobre alguna operación que no es posible realizar. Por ejemplo, a todos nos han dicho alguna vez que no es posible sumar peras y manzanas, aunque si podemos, si el resultado son piezas o kilos de frutas. Podemos pensar que sólo podemos operar con números, pero vamos a ver en este apartado que también es posible operar con otros elementos, en nuestro caso con sucesos.

Importante

Dado un suceso cualquiera A se llama **suceso contrario** de A al que se verifica siempre que no se verifique A, es decir, el que está formado por todos los sucesos elementales que no están en A. Al contrario de un suceso se le representa de diversas formas, según los apuntes que veamos, unas veces como A', otras como A^c, pero nosotros utilizaremos la notación que suele ser más aceptada. Así nosotros representaremos el contrario de A como $\overline{A}$.

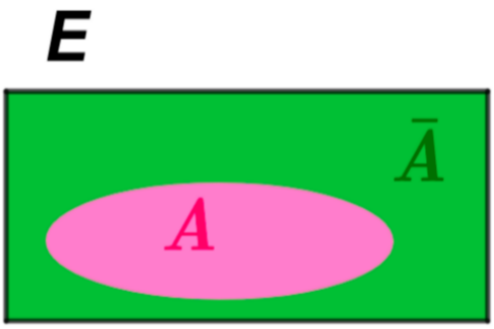


Imagen de elaboración propia

Ejemplo:

Si lanzamos un dado de seis caras y consideramos el suceso salir par, su contrario sería, lógicamente, salir impar, es decir:

A={salir un número par} = {2, 4, 6} $\overline{A}$ = {no salir par} = {salir impar} ={1, 3, 5}

Reflexiona

Vamos a considerar el experimento de sacar una bola de una bolsa opaca donde hay diez bolas numeradas del 1 al 10. Escribe qué sucesos elementales compondrían cada uno de los siguientes sucesos y escribe su suceso contrario.

a) A={salir un 7}

b) B={salir un número múltiplo de 3}

c) C={salir un número mayor que 6}

> a) A={7} $\bar{A}$ ={no salir un 7} = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10}
>
> b) B={3, 6, 9} $\bar{B}$ = {salir un número no múltiplo de 3} = {1, 2, 4, 5, 7, 8, 10}
>
> c) C={7, 8, 9, 10} $\bar{C}$ ={salir un número menor o igual que 6} = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Ahora vamos a ver las dos operaciones fundamentales con sucesos y verás que quizás te recuerden cosas conocidas. ¿Recuerdas cuando calculábamos el m.c.d. y el m.c.m. de varios números, que en el primero escogíamos sólo los factores comunes y en el segundo tomábamos los valores comunes y los no comunes, lógicamente sin repetir los comunes? Pues algo parecido veremos a continuación.

Importante

Se define la **unión de dos sucesos A y B** como un nuevo suceso que ocurre cuando sucede A o B, o ambos sucesos. Se representa por **A** $\cup$ **B** y está formado por todos los sucesos elementales que pertenecen a A, a B o a ambos.

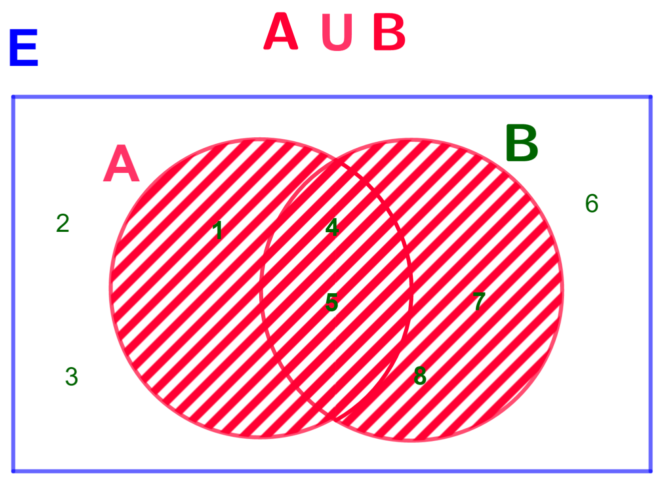


Imagen de elaboración propia

Se define la **intersección de dos sucesos A y B** como un nuevo suceso que solo ocurre cuando ocurren a la vez A y B. Se representa por **A** $\cap$ **B** y está formado por los elementos comunes a ambos sucesos.

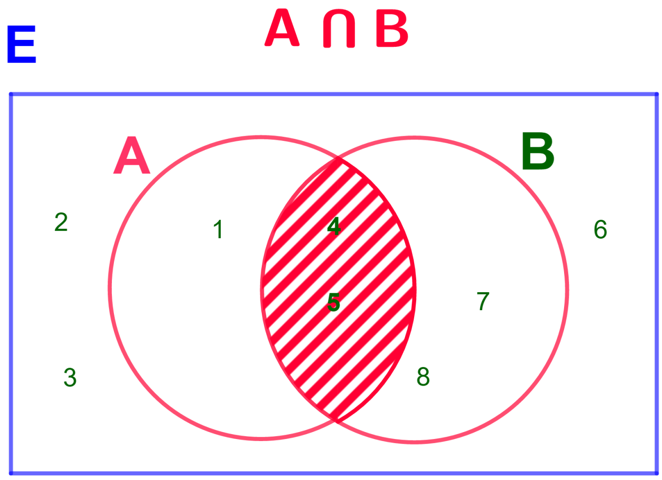


Imagen de elaboración propia

Ejemplo:

Si tenemos el experimento de lanzar un dado cúbico y el suceso A={salir número impar} = {1,3,5} y B={salir número primo}={2,3,5}, la unión sería $A \cup B$={salir impar o primo} = {1,2,3,5}, y la intersección $A \cap B$={salir un número primo que sea impar} = {3,5}.

La intersección de sucesos nos sirve además para estudiar la compatibilidad o no de dos sucesos. En concreto, si la intersección de dos sucesos es el conjunto vacío, es decir, el suceso imposible, entonces los **sucesos** son **incompatibles.** En caso contrario son **compatibles**.

Como caso particular un suceso y su contrario son incompatibles y su unión da el conjunto de todos los elementos, es decir, el espacio muestral. Luego dado un suceso cualquiera A se verifica: $A \cap \overline{A} = \emptyset \;\; y \;\; A \cup \overline{A} = E$

Debes tener también en cuenta que lo contrario de la unión de dos sucesos no es la unión de los contrarios sino la intersección. Por ejemplo, lo contrario de que un dado pueda salir par o múltiplo de 3 es que el número que salga no sea ni par ni múltiplo de 3. De forma análoga, lo contrario de que salga un número impar y primo es que salga un número que no sea impar o que no sea primo, es decir, el 2 verificaría ese suceso.

Resumiendo, se cumple siempre $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ y $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.

Comprueba lo aprendido

Puedes ver ejemplos realizados por *María José García Cebrian* en la página de ed@d a la que te lleva el siguiente enlace: Ejercicios de unión, intersección y contrarios

---

Reflexiona

Jorge es muy aficionado a jugar con sus amigos al dominó. Mientras terminan de llegar todos los compañeros de partida, suele proponer ejercicios a los amigos para que tengan claro cuáles son las fichas que hay y lleven después las cuentas en la cabeza. Les plantea los siguientes sucesos, coger una ficha del montón con la condición:

A={la suma de los números que componen la ficha sea mayor que 8}

B={la diferencia entre los dos números sea menor que 2}

Imagen de Wikimedia Commons Licencia CC

Jorge les pregunta;

-Si hay alguna ficha que cumpla las dos condiciones y, en ese caso, cuál o cuáles son.

-Qué fichas cumplen alguna de las dos condiciones.

-Qué fichas no entran dentro del suceso B.

-Y qué fichas no cumplen ninguna de las dos condiciones.

Ayuda: Fíjate que lo que está proponiendo Jorge equivale a los siguientes sucesos: $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{B}$ y $\overline{A \cup B}$. Lo mejor es que comiences escribiendo el espacio muestral. Te recordamos que en el dominó normal hay 28 fichas que van desde la doble blanca (que representaremos por 00) hasta la doble 6 y aparecen todas las formas de combinar los números del 0 al 6.

El espacio muestral sería:

E={00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 22, 23, 24, 25, 26, 33, 34, 35, 36, 44, 45, 46, 55, 56, 66}

Por tanto, tendríamos los sucesos:

A={36, 45, 46, 55, 56, 66}

B={00, 01, 11, 12, 22, 23, 33, 34, 44, 45, 55, 56, 66}

$A \cap B$={45, 55, 56, 66}

$A \cup B$={00, 01, 11, 12, 22, 23, 33, 34, 36, 44, 45, 46, 55, 56, 66}

$\overline{B}$={02, 03, 04, 05, 06, 13, 14, 15, 16, 24, 25, 26, 35, 36, 46}

$\overline{A \cup B}$={02, 03, 04, 05, 06, 13, 14, 15, 16, 24, 25, 26, 35}

Para saber más

Para saber más

Por último, un vídeo de las **matematicas.es** donde se practica todo lo visto en este apartado:

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/-SFyAoDO-28

Sucesos. Operaciones con sucesos
Vídeo de lasmatematicas.es alojado en Youtube

3. Probabilidad

Hemos visto que en los experimentos aleatorios, antes de realizarlos, no podemos saber a ciencia cierta qué resultado va a obtenerse. Pero si sabemos que esos resultados tienen una serie de resultados que son posibles, por ejemplo, en Granada capital, no sabemos qué sorpresas pueden darnos los elementos, si nevará, hará un calor tórrido, habrá un terremoto, incluso puede haber alguna inundación parcial, pero está claro que no puede haber un maremoto.

En este tema vamos a medir las posibilidades de que ocurran los distintos resultados de un experimento aleatorio, veremos que la intensidad varía según el suceso. Por ejemplo, es muy probable que en Écija haga mucho calor en verano, eso no quita que algún día pueda descargar una tormenta de verano, es decir, no es un suceso seguro. De la misma forma es muy poco probable que en tu calle haya un Club de Esgrima, pero no es imposible.

Si quieres ver sucesos con muy poca posibilidad de ocurrir, échale un vistazo al siguiente vídeo.

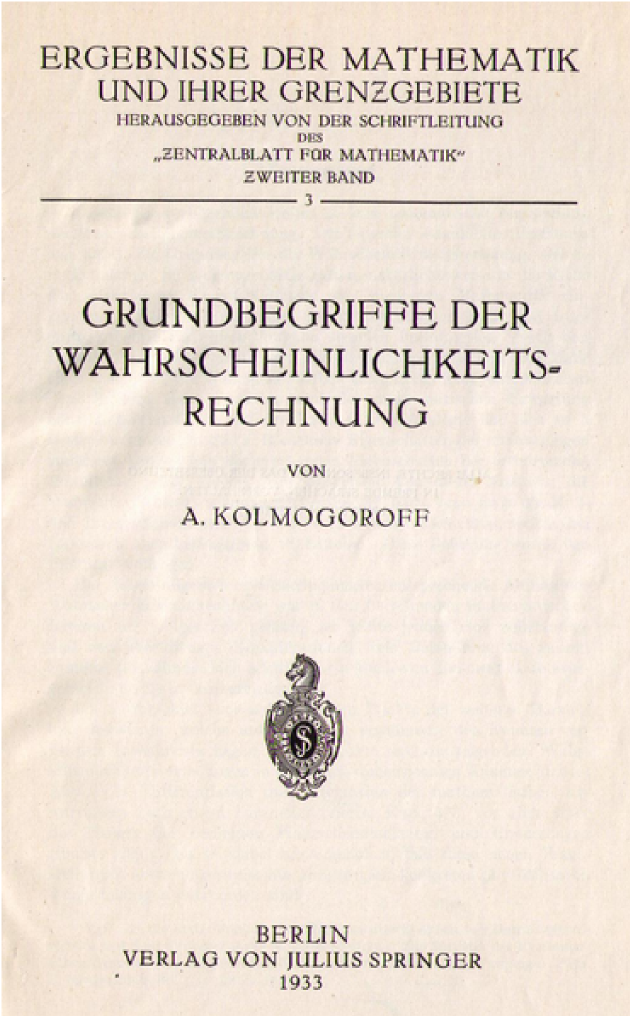
Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/vwfW_8qNDs

Vídeo de Heydi Valdivieso alojado en Youtube

3.1. Definición de probabilidad. Axiomática de Kolmogorov

En 1933, el matemático ruso Andrey Kolmogorov presentó una definición de probabilidad que se basaba en el cumplimiento de una serie de axiomas, y que permanece vigente hasta nuestros días.

En matemáticas, llamaremos axioma a un resultado que no necesita demostración y a partir del cual se desarrolla una teoría o se definen otros términos.



ERGEBNISSE DER MATHEMATIK
UND IHRER GRENZGEBIETE
HERAUSGEGEBEN VON DER SCHRIFTLEITUNG
DES
„ZENTRALBLATT FÜR MATHEMATIK"
ZWEITER BAND
3

GRUNDBEGRIFFE DER
WAHRSCHEINLICHKEITS-
RECHNUNG

VON
A. KOLMOGOROFF

BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1933

Conceptos básicos de la teoría de la probabilidad
Imagen en [Wikimedia Commons](). Licencia [CC]()

Importante

Para cada suceso A, perteneciente a un espacio muestral E, se define la **probabilidad de A, simbolizada por P(A),** como un número que cumple los siguientes axiomas:

1. La probabilidad de cualquier suceso, es siempre mayor o igual que cero: **P(A)≥0**

2. La probabilidad del espacio muestral es 1: **P(E)=1**

3. Si tenemos un conjunto de sucesos incompatibles entre sí, entonces la probabilidad de la unión es igual a la suma de las probabilidades. En el caso conjuntos de dos y tres sucesos se expresaría así:

Si tenemos dos sucesos A, B incompatibles (**$A \cap B = \emptyset$**) entonces se cumple que **$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$**

Si tenemos tres sucesos A, B, C, incompatibles dos a dos (**$A \cap B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$**) entonces se cumple que **$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$**

Por lo tanto la probabilidad de un suceso será un número comprendido entre 0 y 1 que mide la mayor o menor posibilidad de que ocurra dicho suceso. Cuanto más cerca de 1 es más probable que ocurra, cuanto más cerca de 0 más difícil.

Como consecuencia de las anteriores axiomas se tienen las siguientes **propiedades**:

a. La probabilidad de un suceso es siempre un número comprendido entre 0 y 1. La probabilidad del suceso seguro es 1 y la del suceso imposible es 0, es decir, $P(E)=1$, $P(\varnothing)=0$.
b. La suma de las probabilidades de los sucesos elementales vale 1.
c. La suma de un suceso y de su suceso contrario vale 1: $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ como consecuencia $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
d. (esta propiedad para calcular probabilidad del contrario o complementario)
e. La probabilidad de un suceso es igual a la suma de las probabilidades de los sucesos elementales que lo forman.
f. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Si los sucesos son incompatibles, como su intersección es el suceso imposible cuya probabilidad es cero, la fórmula anterior se reduce a la expresión: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Vamos a ver su aplicación en el siguiente ejercicio.

Caso práctico

Jorge es un bromista y a veces lleva un dado trucado para quedarse con sus amigos que intentan jugar con él sin saber que les hace trampas. Las probabilidades que tiene ese dado de sacar las caras del 1 al 5 son las siguientes: $P(1) = 0{,}15$; $P(2) = 0{,}20$; $P(3) = 0{,}10$; $P(4) = 0{,}15$; $P(5) = 0{,}20$.

1. ¿Cuál sería la probabilidad de obtener un 6 con ese dado?
2. Si lanzamos el dado, ¿qué probabilidad hay de obtener un número par?
3. ¿Y de obtener un múltiplo de 3?

1. Como la suma de las probabilidades de los sucesos elementales debe dar la unidad, tenemos la igualdad: $P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6) = 0{,}15+0{,}20+0{,}10+0{,}15+0{,}20+P(6) = 1$.

Basta que resolvamos la ecuación $0{,}80+P(6) = 1$, de donde $p(6) = 1 - 0{,}80 = 0{,}20$

2. El suceso obtener par se compone de los sucesos obtener 2, 4 ó 6 por lo que tendríamos la probabilidad

$P(\text{obtener par}) = P(2) + p(4) + p(6) = 0{,}2+0{,}15+0{,}20 = 0{,}55$

3. Si queremos obtener un múltiplo de 3, necesitamos obtener 3 ó 6, luego el cálculo sería:

$P(\text{obtener múltiplo de } 3) = P(3)+P(6) = 0{,}10 + 0{,}20 = 0{,}30$

Comprueba lo aprendido

El otro día encontró Jorge en una tienda de magia un dado trucado con la característica de que las caras con números pares tenían el triple de probabilidad de salir que las de caras impares.

1. En ese tipo de dado la probabilidad de obtener un 2 es ______ y la de obtener un 3 es ______ .
2. La probabilidad de obtener un número primo es ______ .

Pista para resolverlo: Llama p a la probabilidad de cada número impar [P(1)=P(3)=P(5)=p] y entonces la probabilidad de obtener cada par será 3p [P(2)=P(4)=P(6)=3p]. Suma todas las probabilidades, iguala la suma a 1 y halla p, y con ello cada probabilidad.

Escribe la probabilidad con dos cifras decimales y señala la parte decimal con ",".

1. P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=p+3p+p+3p+p+3p=12p =1, luego $p=\frac{1}{12}=0{,}08$ y $3p=\frac{3}{12}=0{,}25$. Luego la P(2) = 0,25 y P(3) = 0,08.
2. La probabilidad de obtener primo se descompone en P(obtener primo) = P(2)+p(3)+P(5) = 0,25+0,08+0,08 = 0,41.

Para saber más

En el siguiente vídeo, podemos ver ejemplos y algo de teoría relacionada con la probabilidad de la unión de dos sucesos:

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/C_dL3sXTUik

Probabilidad de la unión de sucesos
Vídeo de lasmatematicas.es alojado en Youtube

Caso práctico

Extraemos una carta de una baraja, halla la probabilidad de obtener una carta:

1. De copas o bastos.
2. De oros o figura.

Estamos en el caso de la probabilidad del apartado anterior, pero en este caso vamos a hacerlo mediante las fórmulas anteriores.

1. La probabilidad $P(obtener\ copas)=\frac{10}{40}$ y la de $P(obtener\ bastos)=\frac{10}{40}$.
El ejercicio nos está pidiendo la probabilidad de la unión de dos sucesos que son incompatibles, luego

$$P(obtener\ copas\ o\ bastos)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{10}{40}+\frac{10}{40}=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

2. En esta caso, si los sucesos son A={obtener oros} y B={obtener figura} hay que tener en cuenta que son sucesos compatibles, luego hay que considerar el suceso intersección que es cuando obtenemos una figura de oros, por lo tanto, la probabilidad en este caso sería:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{10}{40}+\frac{12}{40}-\frac{3}{40}=\frac{19}{40}=0{,}475$$

Comprueba lo aprendido

Tenemos dos sucesos de un experimento aleatorio.

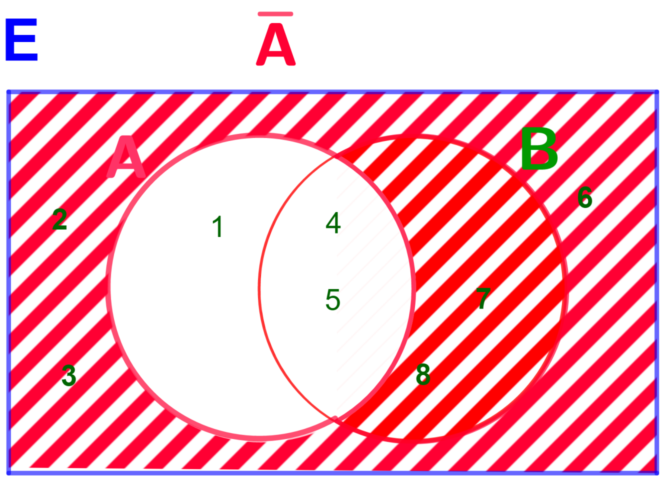
1. Si conocemos que $P(A)=0{,}62$; $P(B)=0{,}35$ y $P(A\cap B)=0{,}24$, la probabilidad de la unión sería igual a $P(A\cup B)=$ _____ .

2. Si ahora conocemos los datos $P(A\cup B)=0{,}83$; $P(B)=0{,}47$ y $P(A\cap B)=0{,}32$; la probabilidad del suceso A sería P(A)= _____ .

1. En este caso $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0{,}62+0{,}35-0{,}24=0{,}73$
2. Basta despejar el valor de la probabilidad de A en la fórmula: $P(A)=P(A\cup B)-P(B)+P(A\cap B)=0{,}83-0{,}47+0{,}32=0{,}68$

A veces, en lugar de conocer directamente las probabilidades de los sucesos A o B, conocemos los de sus contrarios, por ello es interesante recordar que A y B son dos sucesos , en este caso compatibles, que forman parte de un espacio muestral más general.

En las siguientes imágenes aparecen representados; el suceso contrario de A, el suceso contrario de B y el suceso contrario de la unión de A con B:



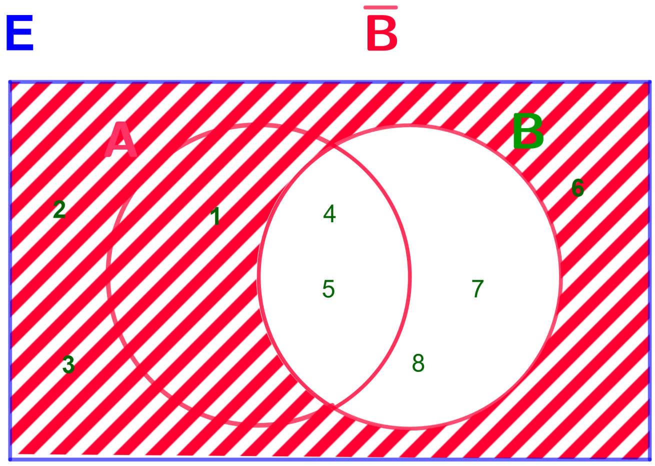
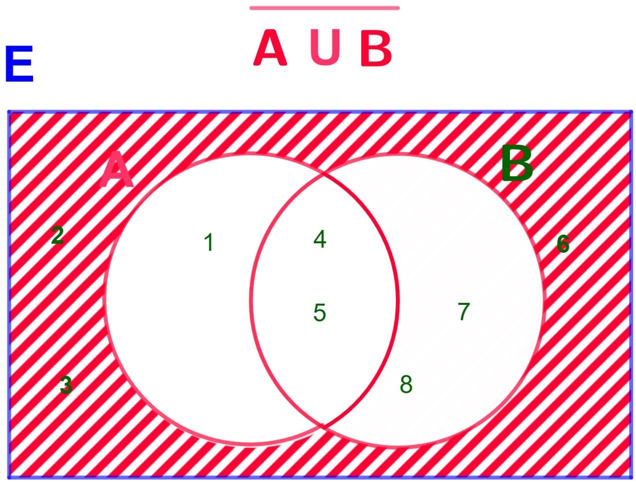


Imagen de elaboración propia



Caso práctico

En una ciudad las personas que leen el periódico El País representan el 25% de la población, los que leen El Mundo son el 17% y hay un 68% de la población que no lee ninguno de los dos periódicos.

¿Qué porcentaje lee ambos periódicos?
Ten presente que si un suceso tiene un porcentaje del 25% equivale a decir que su probabilidad es 0,25.

Si tenemos los sucesos A={lee El País} y B={lee El Mundo}, conocemos las siguientes probabilidades:

$P(A)=0{,}25$; $P(B)=0{,}17$ y $P(\overline{A \cup B})=0{,}68$

Por la propiedad de los sucesos contrarios: $P(A \cup B) = 1-P(\overline{A \cup B}) = 1-0{,}68 = 0{,}32$

Y basta despejar en la fórmula normal de la probabilidad para obtener lo que buscamos.

$P(A \cap B)=P(A)+P(B)-P(A \cup B) = 0{,}25+0{,}17-0{,}32 = 0{,}10$

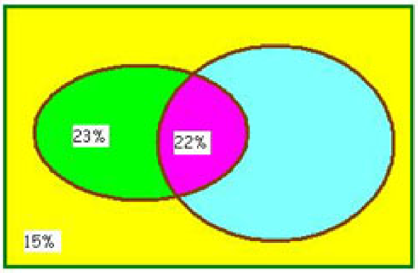
Es decir, hay un 10% de la población de esa ciudad que lee los dos periódicos.

Reflexiona

En un grupo de amigos, el 45% son aficionados al teatro, el 22% son aficionados al teatro y al cine y a un 15% no le gusta ninguna de las dos cosas. Si elegimos uno de los amigos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste el cine?

Tenemos dos sucesos A={aficionados al teatro} y B={aficionados al cine} y conocemos las siguientes probabilidades: $P(A)=0{,}45$; $P(A\cap B)=0{,}22$ y $P(\overline{A\cup B})=0{,}15$.
En primer lugar, tendremos que: $P(A\cup B)=1-P(\overline{A\cup B})=1-0{,}15=0{,}85$.
Basta despejar en la fórmula general el valor de $P(B)=P(A\cup B)-P(A)+P(A\cap B)=0{,}85-0{,}45+0{,}22=0{,}62$.
Luego la probabilidad de que le guste el cine es del 62%.

Este tipo de problemas también puede resolverse utilizando el diagrama que vimos antes. Fíjate en el dibujo siguiente. Como un 45% es aficionado al teatro y un 22% es aficionado al teatro y al cine hay un 45-22=23% de aficionados al teatro que no lo son al cine.
Como todo tiene que sumar 1 ó 100%, la parte azul, que son los aficionados al cine pero no al teatro, debe valer 100-23-22-15=40, luego en total los aficionados al cine son 40+22= 62%.



Comprueba lo aprendido

Para practicar

Para acabar esta parte, realiza una serie de ejercicios elaborados por *María José García Cebrian*para el proyecto ed@d. Mira primero los ejemplos que aparecen resueltos y pulsa después en el botón para hacer los ejercicios.

Ejercicios de probabilidad

3.2. Regla de Laplace

Siempre que se oyen cuentos sobre gente que hace trampas en el juego se habla de cartas marcadas, monedas o dados trucados, ruletas manipuladas y siempre en la línea de conseguir que los resultados que se esperan que tengan determinada probabilidad se vean alterados. Por ejemplo, todos suponemos que en cualquier moneda, si la lanzamos, tiene las mismas oportunidades de salir cara que cruz. Aunque esa idea nos comienza a cambiar si elegimos otros juegos. Por ejemplo, aunque nuestra mente nos diga lo contrario, todos pensamos que el número 00001 tiene menos posibilidades de salir en la lotería que el número 81782.

Hay por supuesto experimentos en los que los resultados no tienen las mismas posibilidades de salir. Por ejemplo, el día que hará mañana en Málaga es algo que no sabemos, pero no todos los resultados tienen la misma oportunidad de suceder. Si estamos en verano es mucho más probable que haga sol que no que llueva y prácticamente ninguna posibilidad de que nieve. Sin embargo, en este apartado no vamos a estudiar esos experimentos en general sino que vamos a estudiar aquellos en los que todos los resultados tienen la misma oportunidad de suceder.

Importante

Se llaman **sucesos equiprobables** aquellos que tienen la misma probabilidad de suceder. Por ejemplo, en una moneda no trucada, los sucesos salir cara y salir cruz tienen las mismas posibilidades de ocurrir. De la misma manera, en una baraja normal de cartas, si extraemos una al azar, cualquiera de las cartas tiene la misma posibilidad de salir.

Ejemplo:

Imagen de aesedepece en Flickr bajo CC

Vamos a poner un ejemplo de como hallar la probabilidad de un suceso en un experimento donde los resultados son equiprobables. Vamos a considerar una baraja de cartas española estándar. La probabilidad de salir cada una de las cartas es la misma, llamémosla p. Si sumamos todas las probabilidades de los sucesos elementales, es decir, las 40 cartas, tendremos que la suma vale **40·p** y que eso debe ser igual a **1**. Por tanto, si **40·p = 1**, cada carta tiene la probabilidad de salir igual a **p=1/40.**

Si ahora queremos hallar la probabilidad de que al extraer una carta nos salga una figura de oros, basta sumar las probabilidades de todos los sucesos elementales que forman ese suceso. En nuestro caso:
P(Obtener figura de oros)=P(Rey de oros)+P(Caballo de oros)+P(Sota de oros)= (1/40)+(1/40)+(1/40)=3/40

Como podemos ver, en el numerador tenemos la cantidad de cartas que corresponden al suceso pedido, es decir, figura de oros, y en el denominador el número total de cartas. Esto nos lleva a la siguiente regla.

Importante

En un experimento con resultados equiprobables, la probabilidad de un suceso es el cociente entre el número de resultados favorables al suceso partido por el número de resultados posibles del experimento, es decir, el número de sucesos elementales. Este resultado se conoce como **Regla de Laplace**.

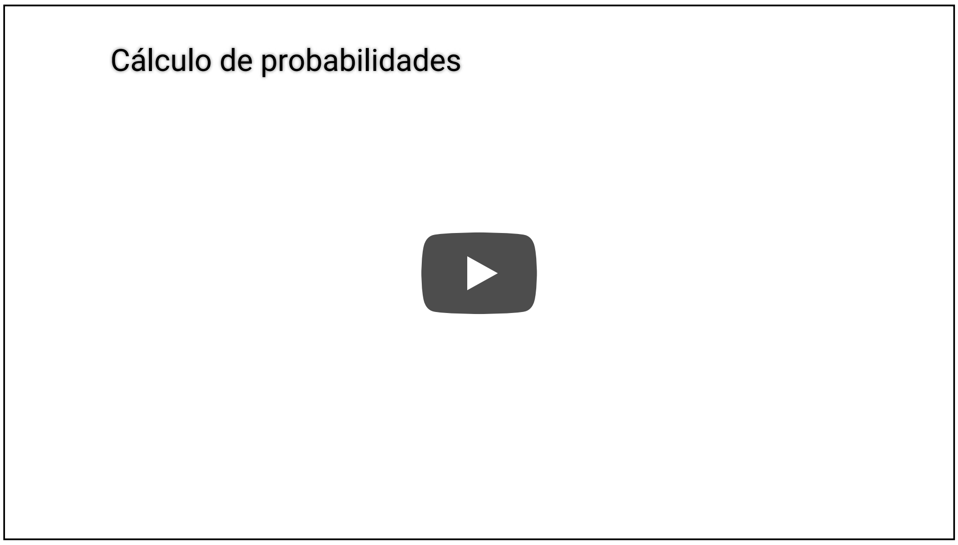
$$P(\text{de un suceso } A)=\frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}}$$

Ejemplo:

Si lanzamos un dado cúbico, la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 sería $\frac{2}{6}$ ya que hay dos sucesos favorables (el 3 y el 6) frente a seis posibles (los resultados del espacio muestral, 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Para afianzar los conceptos vistos hasta ahora y entender mejor la regla de Laplace te recomendamos que visualices este vídeo.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/2XWejSaiwNE](https://www.youtube.com/embed/2XWejSaiwNE)



Vídeo de Tuto mate alojado en [Youtube]()

Caso práctico

Tenemos un [dado con 20 caras]() numeradas del 1 al 20 (cuya figura geométrica es el polígono regular llamado icosaedro), lo lanzamos y nos fijamos en qué número obtenemos. Queremos saber que probabilidad hay de obtener un número que sea:

1. Múltiplo de 5.
2. Mayor que 12.
3. Mayor que 4 y menor que 12.

Hay cuatro posibilidades de obtener un múltiplo de 5 que son: 5, 10, 15 y 20; luego la probabilidad de este suceso es $P(obtener\ \ múltiplo\ \ de\ \ 5)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}=0{,}20.$

El suceso pedido es B={obtener número mayor que 12}={13,14,15,16,17,18,19,20} por ello su probabilidad es $P(obtener\ \ mayor\ \ que\ \ 12)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}=0{,}40.$

El suceso C={mayor o igual que 5 y menor que 12}={5,6,7,8,9,10,11} luego $P(C)=\frac{7}{20}=0{,}35.$

Fíjate que la probabilidad se da siempre como una fracción simplificada o como un decimal con dos cifras (*no olvides redondear correctamente*). Recuerda que la probabilidad siempre es un número comprendido entre 0 y 1 por lo que su valor siempre será "cero coma *algo*".

Comprueba lo aprendido

En el siguiente enlace puedes practicar la aplicación de la Regla de Laplace.

Regla de Laplace

Comprueba lo aprendido

Vamos a realizar el experimento de extraer una carta de una baraja española de 40 cartas. Calcula las siguientes probabilidades y recuerda escribir el valor en forma decimal (con ,) y utilizando un máximo de tres cifras decimales para no tener que redondear (no escribas 0 al final del decimal).

1. La probabilidad de obtener un 5 es ______ .
2. La probabilidad de obtener una figura es ______ .
3. Si queremos obtener la sota de espada, la probabilidad es ______ .
4. Un número menor que 5 tiene una probabilidad de ______ de salir.
5. Hay una probabilidad de ______ de obtener copas o bastos.
6. Obtener una carta de oros o una figura tiene una probabilidad de ______ .
7. La probabilidad de obtener una carta de copas que no sea figura es ______ .

Los cálculos que has debido de realizar son los siguientes:

1. Hay cuatros 5 en la baraja luego la probabilidad es 4/40 = 0,1.
2. Hay en total 12 figuras (tres por palo) su probabilidad es 12/40 = 0,3.
3. La sota de espadas es un suceso elemental, solo hay una carta y su probabilidad es 1/40 = 0,025.
4. Hay cuatro números menores que 5 en cada palo, en total hay 16 cartas con esa característica, luego la probabilidad es 16/40 = 0,4.
5. 10 cartas de bastos mas 10 de copas, en total hay 20 cartas que cumplen ese suceso, luego su probabilidad es 20/40 = 0,5.
6. Hay 10 cartas de oros y 9 figuras que no sean de oro (no debemos contar dos veces las figuras de oros), luego en total hay 19 cartas que compongan ese suceso y por tanto su probabilidad es 19/20 = 0,475.

7. Hay 10 cartas de copas, si le quitamos las 3 que son figuras tendremos en total 7 cartas, luego la probabilidad de este suceso es 7/40 = 0,175.

Curiosidad

Seguro que en alguna ocasión has jugado a la lotería e incluso puedes que seas una persona aficionada a otro tipo de sorteos como los de la ONCE. Normalmente, siempre vemos en los medios de comunicación las personas que han ganado un premio, pero no se entrevista a los miles que no han conseguido nada. A veces no nos creemos la dificultad de que en un sorteo pueda tocarnos un premio, sin embargo, en el siguiente vídeo se ejemplifica esa dificultad de una manera muy clara.

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/BB5uABwbhbE

¿Cuántas probabilidades hay de que nos toque la Lotería?
Video de Europapress.es alojado en youtube

Para saber más

Pierre-Simon Laplace
Imagen en wikimedia commons.Dominio Público

Pierre Simon Laplace, matemático francés que vivió a caballo entre el siglo XVIII y XIX fue quien organizó la teoría matemática de la probabilidad en su obra *Théorie analytique des probabilités.* También trabajó otras ramas de las matemáticas, como la astronomía.

Es famosa la frase que le dio a Napoleón cuando éste le recriminaba por qué en sus escritos de mecánica celeste no apareciera Dios. Laplace le contestó: "Señor, no he necesitado esa hipótesis".

En el siguiente vídeo tienes la primera parte del programa sobre la revolución francesa y las matemáticas de la serie Universo Matemático de Antonio Pérez Sanz. En esta parte se presentan datos biográficos de la vida de Laplace.

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/3FZUzd9gqwo

Universo matemático 08
Vídeo de jcgm3205 alojado en Youtube

3.3. Frecuencia relativa. Ley de los Grandes Números

Álvaro lanzando una moneda
Imagen en Pixabay. Licencia CC

Álvaro se levantó y sacó una moneda de un baúl. Se la tiró a Manu y le dijo: "A ver qué te parece esto".

Manu cogió la moneda. Era un dolar bastante brillante. Manu lo lanzó al aire y salió cruz.

- "¿Qué quieres que mire?"- dijo Manu.

- "Es una moneda trucada".

- "¿En serio? ¿Y siempre sale cruz?"- dijo mientras volvía a lanzar la moneda.

- "No, no siempre, pero sale con más frecuencia que en una moneda normal".

- "¿Y con qué probabilidad sale cruz?"

- "Pues no lo sé" - dijo Álvaro- "Pero podríamos calcularlo, ¿no?".

Hicieron diez lanzamientos y obtuvieron 6 cruces y 4 caras.

- "Si sale cruz con una **frecuencia** de 6 de cada 10, la **probabilidad** es 0,60"- dijo Álvaro.

- "No estoy seguro... creo que deberíamos hacer más tiradas".

Importante

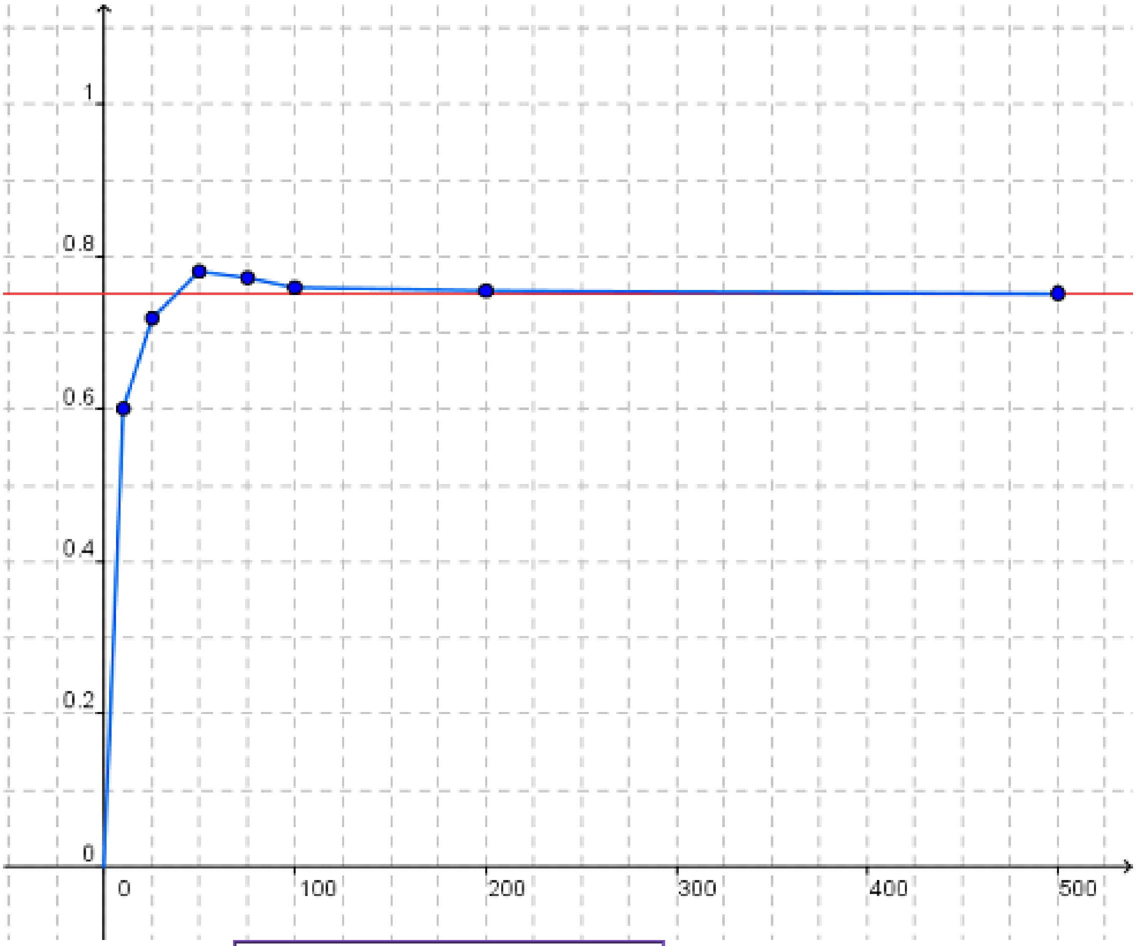
La **frecuencia absoluta** (f_i) de un suceso es el **número** de veces que ocurre.

La **frecuencia relativa** (h_i) de un suceso es la **proporción** de veces que ocurre. La obtenemos dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total N.

Ejemplo:

Manu y Álvaro siguieron lanzando la moneda y apuntaron los resultados, de forma que obtuvieron los siguientes resultados:
Si representamos estos datos, veremos que la Frecuencia Relativa se va acercando al valor 0,75.

Frecuencia Relativa



"Sale Cruz"		
Nº tiradas N	Frec. abs. f_i	Frec. relat. $h_i = f_i / N$
10	6	0,6
25	18	0,72
50	39	0,78
75	58	0,773
100	76	0,76
200	151	0,755
500	376	0,752

Número de tiradas

Importante

La **Ley de los Grandes Números** nos dice que si realizamos un experimento aleatorio reiteradamente, la frecuencia relativa de un suceso se irá aproximando al valor de la Probabilidad de dicho suceso. Cuanto mayor sea el número de repeticiones, mejor será la aproximación a la probabilidad que buscamos.

Comprueba lo aprendido

Para comprobar si un dado tetraédrico está trucado, vamos a comprobar si todas las caras del dado tienen la misma probabilidad de salir. Usando la Ley de los Grandes Números veamos que ocurre con la frecuencia relativa, cuando aumentamos el número de tiradas.

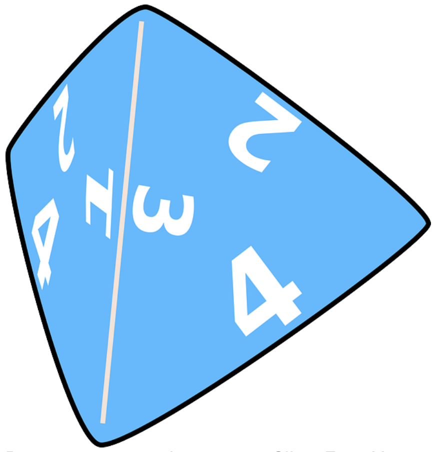


Imagen de Clker-Free-Vector en Pixabay. Pixabay License

Completa los espacios en blanco con la cifra decimal que corresponda. Utiliza todos los decimales necesarios en cada caso.

	Número de la cara							
	1		**2**		**3**		**4**	
Tiradas	fi	hi	fi	hi	fi	hi	fi	hi
N=100	27	27/100=0,27	25		25		23	
N=500	145	145/500=0,29	110		128			0,234
N=1000	298	0,298	203		248		251	
N=10000	3003	0,3003	1997			0,2501	2499	

a) ¿Todas las caras tienen la misma probabilidad de salir?, es decir, ¿crees que el dado está trucado? (responde sí/no) ____ .

b) Si jugaras con este dado a qué cara apostarías? A la cara número ____ .

c) Con los datos que tenemos, ¿podemos decir que la probabilidad de que salga el 4 es de 0,25? (responde sí/no) ____ .

4. Tablas de contingencia

Seguro que ya sabes calcular las probabilidades de muchos sucesos aleatorios, ya podrías decidir entre distintas opciones que te propusieran, calculando las probabilidades de que ocurran los distintos sucesos. Está claro que si tienes una bolsa con una serie de bolas que sabes cuáles son, es fácil calcular cuál es la probabilidad teórica de que salga una bola de cualquier color, pero el problema es que en la vida corriente no es fácil conocer cuál es la probabilidad de que ocurra un suceso, por ejemplo, la probabilidad de que elegido un recién nacido en un gran hospital, sea niña o niño.

Muchas veces la probabilidad de que ocurra un suceso se hace coincidir con su frecuencia relativa. Por ejemplo, antes hemos hablado del porcentaje de personas que leían El País en una determinada ciudad, lo lógico es suponer que si elegimos una persona al azar, la probabilidad de que esa persona lea el periódico coincide con su proporción, como hemos hecho en el caso anterior. Por eso, cuando no sabemos exactamente la probabilidad de un suceso, la sustituimos por la frecuencia relativa de cualquier estudio que conozcamos.

A veces esos estudios estadísticos vienen referidos a dos variables distintas y están distribuidos en una tabla.

Importante

En las Ciencias Sociales es muy corriente presentar datos de un estudio estadístico referidos a dos variables mediante una tabla de doble entrada llamada **tabla de contingencia** en la que se distribuyen los valores de cada variable mediante filas y columnas. Suele ser muy utilizadas cuando se trabajan con poblaciones en estudios sanitarios, económicos, industriales, etc.
A partir de esa tabla es muy fácil calcular la probabilidad de que ocurra cualquier suceso.

Caso práctico

Vamos a ponerte un ejemplo de nuestra relación cotidiana. Podemos estudiar el número de personas que están matriculadas en Educación a Distancia, en Secundaria y en Bachillerato, separándolas por hombres y mujeres. Tras redondear los datos, obtenemos la siguiente tabla.

	Hombre	Mujeres	Totales
Secundaria	180	260	440
Bachillerato	190	220	410
Totales	370	480	850

A partir de esa tabla es muy fácil calcular probabilidades, veámoslo en el siguiente ejercicio.

Si elegimos un alumno al azar entre los matriculados en la secundaria y bachillerato a distancia cuál sería la probabilidad de que fuera:

1. Mujer.
2. Estudiante de Bachillerato.
3. Un alumno de Secundaria.
4. Una alumna de Bachillerato.

1. $P(mujer)=\frac{número\ de\ mujeres}{número\ total\ de\ matriculados}=\frac{480}{850}=0{,}56$

2. $P(bachillerato)=\frac{número\ estudiantes\ bachillerato}{número\ total\ matriculados}=\frac{410}{850}=0{,}48$

3. $P(alumno\ secundaria)=\frac{número\ alumnos\ secundaria}{número\ total\ matriculados}=\frac{180}{850}=0{,}21$

4. $P(alumna\ bachillerato)=\frac{número\ alumnas\ bachillerato}{número\ total\ matriculados}=\frac{220}{850}=0{,}26$

Comprueba lo aprendido

¿Recuerdas a Mercedes, la estadística que conociste en la Unidad 5? Pues Mercedes ha estado haciendo un estudio para ver si en los clientes de restaurante influye el hecho de ser fumador o no a la hora de elegir carne o pescado. Ha realizado una tabla del estudio, pero cuando le hemos echado un vistazo, aún no la había terminado de rellenar. Lo primero que debes hacer es rellenar la tabla siguiente:

	Fumador	No fumador	Total
Carne	35		
Pescado		87	135
Total			250

Si elegimos una persona al azar de las que se han entrevistado, responde las siguientes cuestiones redondeando a dos cifras decimales:

1. La probabilidad de que sea fumador es ______ .
2. Hay una probabilidad de ______ de que sea aficionado a la carne.
3. Puede ser aficionado al pescado y no fumador con una probabilidad de ______ .
4. La probabilidad de que le guste la carne y fumar es de ______ .

La tabla completamente rellena ha debido quedar como:

	Fumador	No fumador	Total
Carne	35	80	115
Pescado	48	87	135

Total	83	167	250

1. $P(fumador)=\frac{83}{250}=0{,}33$
2. $P(elige\ \ carne)=\frac{115}{250}=0{,}46$
3. $P(pescado\ \ y\ \ no\ \ fumador)=\frac{87}{250}=0{,}35$
4. $P(fumador\ \ y\ \ carne)=\frac{35}{250}=0{,}14$

Reflexiona

En una determinada fábrica tienen tres máquinas A, B y C dedicadas a la fabricación de memorias externas USB. Periódicamente se realiza un estudio para ver el número de elementos defectuosos que fabrica cada una de las máquinas. Sabemos que del total de 1050 pendrive no defectuosos, 375 provienen de la máquina A, que ha fabricado en total 420 de las piezas estudiadas y 360 no defectuosos provienen de los 410 fabricados por la máquina C. Además la máquina B ha fabricado 55 piezas defectuosas de las estudiadas. Escribe una tabla de contingencia donde se relacionen las tres máquinas con el hecho de que las piezas sean o no defectuosas. Si elegimos una pieza al azar, entre las estudiadas, ¿cuál es la probabilidad de que?

1. La haya fabricado la máquina B.
2. Sea una de las defectuosas fabricada por la máquina A.
3. Sea una pieza defectuosa.
4. La haya fabricado la máquina C y no sea defectuosa.

La tabla completa sería:

	Máquina A	Máquina B	Máquina C	Totales
Pieza defectuosa	45	55	50	150
No defectuosa	375	315	360	1050
Totales	420	370	410	1200

$P(máquina\ \ B)=\frac{370}{1200}=0{,}31$

$P(defectuosa\ \ de\ \ A)=\frac{45}{1200}=0{,}04$

$P(defectuosa)=\frac{150}{1200}=0{,}13$

$P(no\ \ defectuosa\ \ de\ \ C)=\frac{360}{1200}=0{,}3$

Para saber más

La **combinatoria** estudia las diferentes formas en que se puede agrupar u ordenar un conjunto de elementos siguiendo unas pautas. Entre las técnicas de recuento que podemos utilizar para llevar a cabo nuestra labor se encuentran las tablas de contingencia que acabamos de ver y los diagramas de árbol que estudiaremos en el siguiente tema. Pero además existen otras técnicas que puedes ver pulsando sobre el siguiente recurso, elaborado por *Ildefonso Aranda y Paco Cuenca.*

	SIN Repetición	CON Repetición
VARIACIONES	V_n^p	VR_n^p
PERMUTACIONES	P_n	$PR_n^{a,b,c}$
COMBINACIONES	C_n^p	CR_n^p

Recurso de Ildefonso Aranda y Paco Cuenca alojado en Agrega.

Resumen

Importante

Llamaremos experiencia o **experimento determinista** aquel que en las mismas condiciones da lugar al mismo resultado, es decir, antes de realizarlo sabemos qué resultados vamos a obtener. Por ejemplo, el tiempo que tarda en llenarse la cisterna de nuestro cuarto de baño.

Se llama **experimento aleatorio** al que en igualdad de condiciones da resultados diferentes en cada realización del experimento, es decir, antes de realizar el experimento no sabemos a ciencia cierta qué es lo que vamos a obtener. Si sacamos a oscuras de nuestro cajón de calcetines un par cualquiera, no sabemos qué color podremos obtener (a menos, claro está, que tengamos todos los calcetines exactamente del mismo color).

Importante

Se llama **suceso elemental** a cada uno de los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Recibe el nombre de **espacio muestral** el conjunto formado por todos los resultados de un experimento aleatorio, es decir, por todos los sucesos elementales

Se llama suceso compuesto, o simplemente **suceso**, a cualquier subconjunto del espacio muestral, es decir, a un grupo de sucesos elementales.

Se llama **suceso seguro** aquel que se cumple siempre. Está formado por todos los resultados posibles, por ello coincide con el espacio muestral. Se llama **suceso imposible** al que no ocurre nunca, es decir, no está formado por ninguna solución del espacio muestral. Suele representarse por el símbolo ϕ que representa al conjunto vacío.

Importante

Los sucesos suelen denotarse con letras mayúsculas, dando prioridad a aquellas que estén relacionadas con la propia definición del suceso. Por ejemplo, si hablamos del suceso "Sacar un número par", podemos denotarlo por P. Los sucesos los podemos representar utilizando diagramas de Venn :
(En este diagrama A y B son dos sucesos, y el rectángulo E representa el espacio muestral).

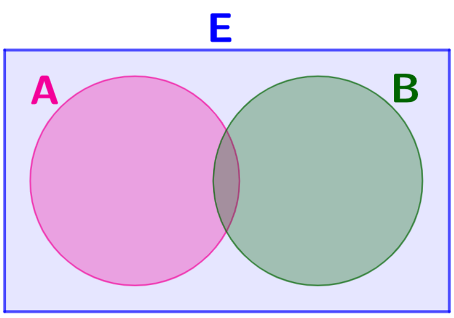


Diagrama de Venn
Imagen de elaboración propia

Importante

Dos sucesos se llaman **compatibles** si pueden suceder a la vez, es decir, hay algún suceso elemental que corresponda a los dos sucesos. En caso contrario, cuando no pueden darse a la vez, se llaman **incompatibles**.

Por ejemplo, es incompatible en un partido de fútbol el suceso de que el equipo que juega en casa gane con el suceso de que el mismo equipo pierda. Pero si es compatible que el equipo que juega en casa no gane con el suceso de que no pierda, pues estos dos sucesos incluyen el suceso común empatar dentro de sus conjuntos.

Importante

Dado un suceso cualquiera A se llama **suceso contrario** de A al que se verifica siempre que no se verifique A, es decir, el que está formado por todos los sucesos elementales que no están en A. Al contrario de un suceso se le representa de diversas formas, según los apuntes que veamos, unas veces como A', otras como A^c, pero nosotros utilizaremos la notación que suele ser más aceptada. Así nosotros representaremos el contrario de A como $\overline{A}$.

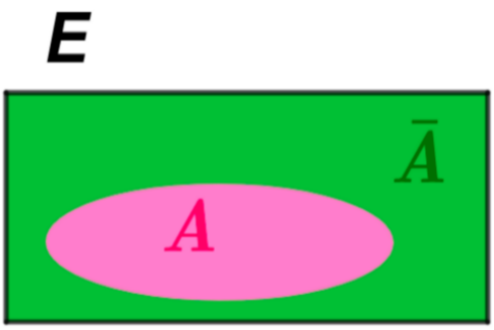


Imagen de elaboración propia

Importante

Se define la **unión de dos sucesos A y B** como un nuevo suceso que ocurre cuando sucede A o B, o ambos sucesos. Se representa por **A** $\cup$ **B** y está formado por todos los sucesos elementales que pertenecen a A, a B o a ambos.

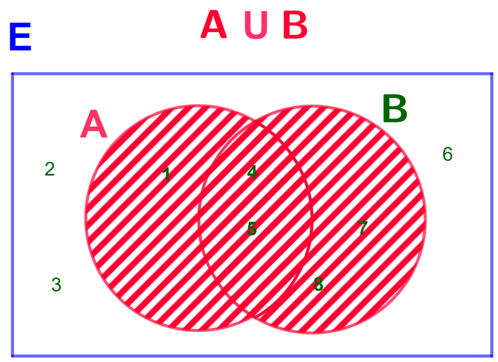


Imagen de elaboración propia

Se define la **intersección de dos sucesos A y B** como un nuevo suceso que solo ocurre cuando ocurren a la vez A y B. Se representa por **A ∩ B** y está formado por los elementos comunes a ambos sucesos.

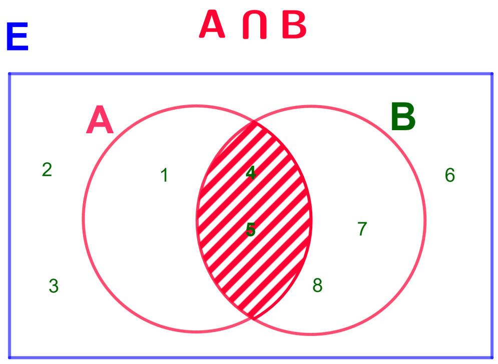


Imagen de elaboración propia

Importante

Para cada suceso A, perteneciente a un espacio muestral E, se define la **probabilidad de A, simbolizada por P(A),** como un número que cumple los siguientes axiomas:

1. La probabilidad de cualquier suceso, es siempre mayor o igual que cero: **$P(A)\geq 0$**

2. La probabilidad del espacio muestral es 1: **$P(E)=1$**

3. Si tenemos un conjunto de sucesos incompatibles entre sí, entonces la probabilidad de la unión es igual a la suma de las probabilidades. En el caso conjuntos de dos y tres sucesos se expresaría así:

Si tenemos dos sucesos A, B incompatibles (**$A\cap B=\emptyset$**) entonces se cumple que **$P(A \cup B)= P(A)+ P(B)$**

Si tenemos tres sucesos A, B, C, incompatibles dos a dos (**$A\cap B=\emptyset$, $A\cap C=\emptyset$,$B\cap C=\emptyset$**) entonces se cumple que **$P(A \cup B \cup C)= P(A)+ P(B)+ P(C)$**

Por lo tanto la probabilidad de un suceso será un número comprendido entre 0 y 1 que mide la mayor o menor posibilidad de que ocurra dicho suceso. Cuanto más cerca de 1 es más probable que ocurra, cuanto más cerca de 0 más difícil.

Importante

Se llaman **sucesos equiprobables** aquellos que tienen la misma probabilidad de suceder. Por ejemplo, en una moneda no trucada, los sucesos salir cara y salir cruz tienen las mismas posibilidades de ocurrir. De la misma manera, en una baraja normal de cartas, si extraemos una al azar, cualquiera de las cartas tiene la misma posibilidad de salir.

Importante

En un experimento con resultados equiprobables, la probabilidad de un suceso es el cociente entre el número de resultados favorables al suceso partido por el número de resultados posibles del experimento, es decir, el número de sucesos elementales. Este resultado se conoce como **Regla de Laplace**.

$$P(de\ un\ suceso\ A) = \frac{número\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{número\ de\ casos\ posibles}$$

Importante

La **frecuencia absoluta** (f_i) de un suceso es el **número** de veces que ocurre.

La **frecuencia relativa** (h_i) de un suceso es la **proporción** de veces que ocurre. La obtenemos dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total N.

Importante

La **Ley de los Grandes Números** nos dice que si realizamos un experimento aleatorio reiteradamente, la frecuencia relativa de un suceso se irá aproximando al valor de la Probabilidad de dicho suceso. Cuanto mayor sea el número de repeticiones, mejor será la aproximación a la probabilidad que buscamos.

Importante

En las Ciencias Sociales es muy corriente presentar datos de un estudio estadístico referidos a dos variables mediante una tabla de doble entrada llamada **tabla de contingencia** en la que se distribuyen los valores de cada variable mediante filas y columnas. Suele ser muy utilizadas cuando se trabajan con poblaciones en estudios sanitarios, económicos, industriales, etc.
A partir de esa tabla es muy fácil calcular la probabilidad de que ocurra cualquier suceso.