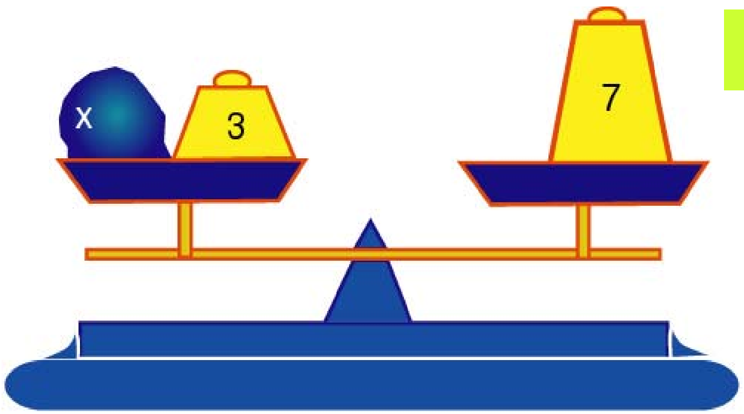
TEMA 3. ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

1. ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

1.1 Planteamiento general

- **Identidad:** Es una expresión con una igualdad que se cumple siempre.
  - Identidad **numérica**: Sólo aparecen números.
  - Identidad **algebraíca**: Aparecen números y letras.
- **Ecuación:** Es una expresión con letras y números en una igualdad que se cumple sólo para ciertos valores de las letras.



¿Cuánto vale x si la balanza está equilibrada?

Hay que resolver le ecuación $x + 3 = 7$

$$x = 7 - 3$$
$$x = 4$$

La **solución** es $x = 4$ porque $4 + 3 = 7$

Soluciones de una ecuación son los valores que tiene que tomar la incógnita para que se verifique la igualdad.

1.2 Resolución de una ecuación de primer grado (I)

Resolver una ecuación es hallar sus soluciones

Ecuación	Soluciones
$x + 3 = 7$	Una
$x + 3 = y + 2$	Infinitas
$x + 5 = x - 1$	Ninguna

Una, Infinitas: Compatibles

Ninguna: Incompatibles

En este caso es una identidad

No hay ningún número tal que al sumarle 5 y restarle 1 dé lo mismo

1.2 Resolución de una ecuación de primer grado (II)

1	2
$5x - 3 = 7 - (1 - 2x)$	$x - 6 = -2(3x - 4)$
$5x - 3 = 7 - 1 + 2x$	$x - 6 = -6x + 8$
$5x - 3 = 6 + 2x$	$x = -6x + 14$
$5x = 9 + 2x$	$7x = 14$
$3x = 9$	$x = 2$
$x = 3$	

1.2 Resolución de una ecuación de primer grado (III)

3	4
$\frac{x}{4} = 1 - \frac{x-4}{6}$	$\frac{3x}{2} - \frac{2x+1}{5} = \frac{5x}{4} + 7$
m.c.m (4, 6) = 12	m.c.m (2, 5, 4) = 20
$12 \cdot \frac{x}{4} = 12 - 12 \cdot \frac{x-4}{6}$	$20 \cdot \frac{3x}{2} - 20 \cdot \frac{2x+1}{5} = 20 \cdot \frac{5x}{4} + 140$
$3x = 12 - 2(x - 4)$	$30x - 8x - 4 = 25x + 140$
$3x = 12 - 2x + 8$	$22x - 4 = 25x + 140$
$5x = 20$	$-3x = 144$
$\boxed{x = 4}$	$\boxed{x = -48}$

1.2 Resolución de una ecuación de primer grado (IV)
Con qué debemos tener cuidado

- Al eliminar un paréntesis precedido de un signo menos, hay que cambiar todos los signos de los términos del paréntesis.
- En el caso de que un signo menos preceda a una fracción, éste ha de cambiar el signo del numerador o del denominador.

$-3(x-2) = 3(-x+2) = -3x + 6$

También se puede poner:

$-3(x-2) = 3(x-2)(-1)$

Observa la siguiente ecuación:

$$-\frac{3x-5}{20} = \frac{x}{5}$$

Las siguientes igualdades son también válidas:

$$\frac{-3x+5}{20} = \frac{x}{5}$$

$$\frac{3x-5}{-20} = \frac{x}{5}$$

$$\frac{3x-5}{20} = -\frac{x}{5}$$

JUNTA DE ANDALUCIA

2. ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

- Una **ecuación de segundo grado** es una ecuación que puede expresarse de la
forma general $ax^2 + bx + c = 0$, siendo a, b y c números y $a \neq 0$.
- Las **soluciones** de una ecuación son los valores de x que al ser sustituidos verifican la ecuación.

Ecuaciones	Prueba para $x = 5$ y $x = -9$	Respuesta
$x^2 - 3x - 4 = 0$	$5^2 - 3 \cdot 5 - 4 \neq 0$ $(-9)^2 - 3 \cdot (-9) - 4 \neq 0$	x = 5 no es solución x = –9 no es solución
$x^2 - 6x + 5 = 0$	$5^2 - 6 \cdot 5 + 5 = 0$ $(-9)^2 - 6 \cdot (-9) + 5 \neq 0$	x = 5 sí es solución x = –9 no es solución
$3x^2 + 12x - 135 = 0$	$3 \cdot 5^2 + 12 \cdot 5 - 135 = 0$ $3(-9)^2 + 12(-9) - 135 = 0$	x = 5 sí es solución x = –9 sí es solución

2.1 Ecuaciones completas

- **Resolución de $ax^2 + bx + c = 0$**

- Se resta c en los dos miembros: $ax^2 + bx = -c$
- Se multiplica por 4a: $4a^2x^2 + 4abx = -4ac$
- Se busca un cuadrado perfecto en el primer miembro, para lo cual hay que sumar b^2 a los dos miembros:
- $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$
- Se expresa el primer miembro como cuadrado perfecto:
- $(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$
- Se extrae la raíz cuadrada y se tienen dos ecuaciones de primer grado:

$$\begin{cases} 2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac} \\ 2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac} \end{cases}$$

- Se despeja x en ambas ecuaciones:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2.2 Otros casos (I)

- Si en una ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, alguno de los coeficientes b o c es nulo, se dice que es incompleta.
- Las ecuaciones incompletas son de la forma:
  - $ax^2 = 0$
  - $ax^2 + c = 0$
  - $ax^2 + bx = 0$

- **Resolución de ecuaciones con b = 0**: en este caso
- las ecuaciones se resuelven directamente, despejando x.

- $b = 0, c = 0$

•Resuelve $2x^2 = 0$
• Se divide por 2: $x^2 = 0$
• Se extrae la raíz cuadrada: $x = 0$

- $b = 0$

•Resuelve $7x^2 – 63 = 0$
• Se suma 63: $7x^2 = 63$
• Se divide por 7: $x^2 = 9$
• Se extrae la raíz cuadrada: $x = 3, x = – 3$

2.2 Otros casos (II)

- **Resolución de $ax^2 + bx = 0$**: en este caso se descompone
- en factores sacando factor común x

•Resuelve $4x^2 – 9x = 0$

• Se saca factor común x: $x(4x – 9) = 0$

• Se iguala a 0 el primer factor: $x = 0$

• Se iguala a 0 el segundo factor: $4x – 9 = 0$

$$x = \frac{9}{4}$$

La ecuación $ax^2 + bx = 0$ siempre tiene la solución x = 0, siendo su otra solución

$$x = \frac{-b}{a}$$

Número de soluciones de una ecuación de segundo grado

Hemos visto que las soluciones de una ecuación de segundo grado vienen dadas por la relación

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Discriminante: △
Determina el número de soluciones
de la ecuación

- Si △ > 0,existen dos soluciones reales
- Si △ = 0, existe una única solución real
- Si △ < 0, no existen soluciones reales