INSTITUTO de ENSEÑANZAS a DISTANCIA de ANDALUCÍA

PAC

Preparación Acceso a CFGS

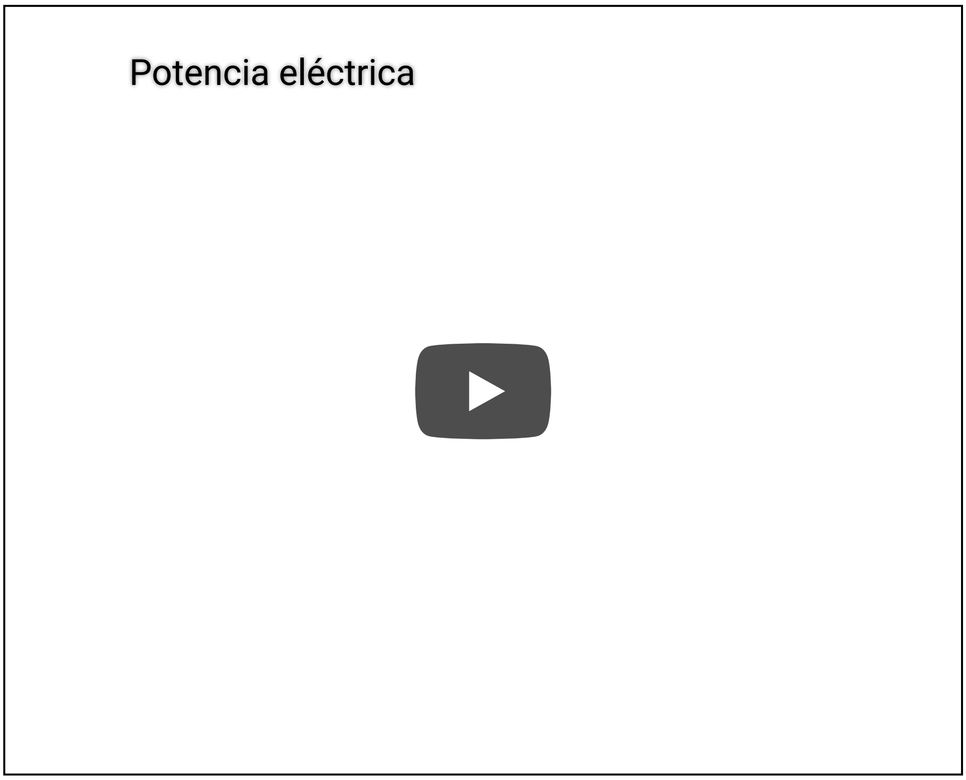
Tecnología Industrial

Contenidos

Principios de máquinas: Corriente alterna

Si le preguntaran a Emilio que lámpara lucirá más, una de 100 W o una de 60 W, la respuesta sería inmediata: la de 100, que tiene mas potencia. Luego, está claro, que la potencia es una medida directa de la energía que se produce, o que se consume. Pero, ¿qué es la potencia eléctrica?

En corriente continua la potencia es la que desarrolla un trabajo efectivo. En corriente alterna, no es tan sencillo, ya que las bobinas y condensadores toman energía de la red en un cuarto de ciclo y la devuelven en el siguiente, por lo que no llegan a consumir realmente energía y su potencia media es nula. Por este motivo, se hace necesario profundizar un poco en qué es lo que ocurre en un circuito de corriente alterna y en qué pasa con la potencia.



Video 1. Potencia eléctrica.

Fuente: Youtube.

1. Magnitudes Fundamentales de una Onda

Habiendo definido ya qué es una onda periódica, es el momento de conocer los elementos característicos de la misma y ver de que manera están relacionados.

- **Frecuencia** (**f**): se define frecuencia como el número de repeticiones que un fenómeno o suceso periódico se repite en la unidad de tiempo. Para el caso que nos ocupa, la frecuencia será el número de ondas completas, o ciclos que se producen en un segundo. La unidad de medida es el **hercio** (Hertz) y se designa por **Hz**. Si nos atenemos al ejemplo de la figura:

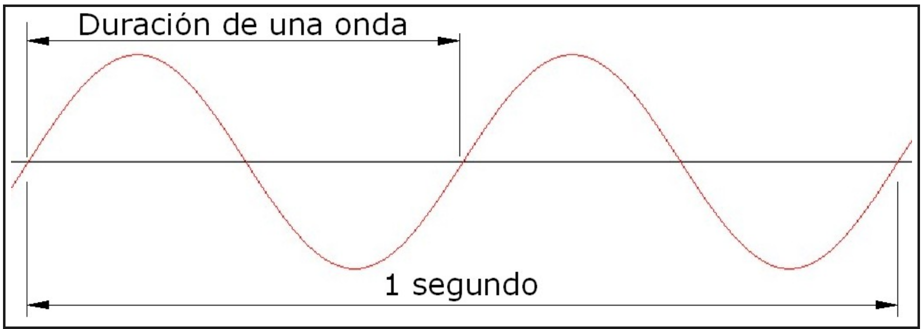


Imagen 2: Frecuencia y período.
Fuente: Elaboración propia.

Pulsa sobre la imagen para ampliarla.

Observamos que en un segundo se producen dos ondas, por lo tanto cada onda se producirá en 1/2 segundo y la frecuencia será de dos ondas por segundo. Si entiendes esto, entenderás que el período **T** es el inverso de la frecuencia **f** y viceversa. Expresando esto en una relación matemática, tendremos:

$$T = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

La corriente alterna que recibimos en nuestros hogares es producida con una frecuencia de 50 Hz, lo que significa que en un segundo se han producido 50 ondas; es decir una onda se produce en 0,02 segundos. En 2 centésimas de segundo ha producido una semionda positiva y otra negativa, es decir cada 0,01 segundos la corriente invierte su polaridad pasando por un valor 0 de tensión; eso supone que si estuviéramos mirando una bombilla deberíamos ver como en cada segundo se enciende y apaga 100 veces. Menos mal que nuestro ojo no es capaz de apreciar esa fluctuación.

En el apartado anterior vimos la relación entre ω y T; si profundizamos un poco más tendremos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

- **Período** (**T**): ya lo hemos citado en la introducción, no obstante lo volvemos a recordar. Es el tiempo que invierte una onda en realizar un ciclo; se mide en segundos.
- **Fase**: la fase de una onda relaciona la posición de una característica determinada del ciclo, como por ejemplo la cresta o el valle, con la posición de la misma característica en otra onda y se puede medir en tiempo, distancia o ángulo. De igual manera, dentro de una misma onda podemos encontrar que puntos iguales de la onda en diferentes períodos representan el mismo estado, por lo que decimos que están en fase.
- **Amplitud**: dijimos que las ondas senoidales responden a la expresión que se indica más abajo, y en ella se puede observar que el valor de x será máximo, es decir, será igual a $\mathbf{x_m}$ cuando sen (ωt) valga la unidad. A ese valor máximo lo llamamos amplitud.

$$x = x_m \cdot sen(wt)$$

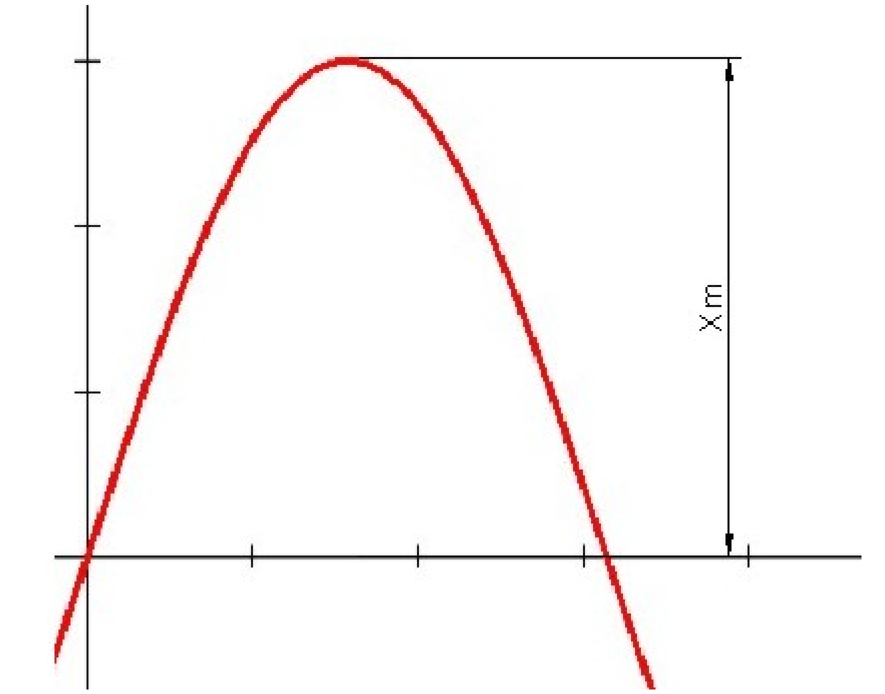


Imagen 3: Amplitud de onda x_m.

Fuente: Elaboración propia.

1.1. Valores de una Onda Senoidal

En corriente alterna se suele trabajar con otros parámetros aparte de los ya mencionados, que en realidad son valores que toma la onda. Antes de que avances en este apartado, te tengo que decir que no debes asustarte por las integrales que aparecen, pues no se te pide que las resuelvas, aunque podrías hacerlo. Lo que realmente nos interesa son las expresiones finales que esas integrales nos dan y que son las que usaremos. Ahora sí, pasemos a ver algunos de ellos:

- **Valor instantáneo**: Es el que toma la ordenada (tensión o intensidad) en un instante, **t**, determinado.

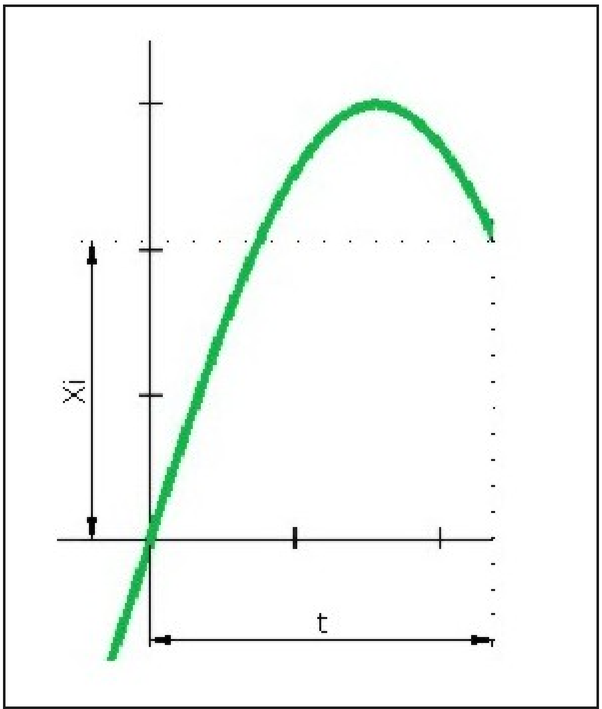


Imagen 4. Valor instantáneo.

Fuente: Elaboración propia.

- **Valor de cresta o pico**: Es el valor máximo que toma la onda y que conocemos como **Amplitud.**
- **Valor medio X_m:** antes de nada conviene aclarar que no es lo mismo $\mathbf{X_m}$ que $\mathbf{x_m}$. El primero, en mayúsculas corresponde al valor medio y el segundo, en minúsculas, al valor máximo de cresta de la onda. Pues bien, se define valor medio como la media aritmética de todos los valores instantáneos que adquiere la onda en un intervalo de tiempo. Si analizamos un período, el valor medio será cero, pues los valores de la semionda positiva quedarán anulados por los de la semionda negativa. No obstante en las ondas senoidales se considera un semiperíodo. Su expresión matemática es:

$$X_m = \frac{1}{T/2} \cdot \int_0^{T/2} [f(t)]dt$$

Recordando que la función senoidal f(t) era del tipo $x = x_m \mathrm{sen}(\omega t)$ y sustituyendo y resolviendo la integral, nos quedará:

$$X_m = \frac{x_m}{T/2} \cdot \int_0^{T/2} sen(wt)dt$$

- **Valor eficaz X**: El valor eficaz de una corriente alterna es el valor que tendría una corriente continua que produjera la misma potencia que dicha corriente alterna, al aplicar ambas, primero una y luego otra, sobre una misma resistencia. Cuando decimos que la tensión de alimentación en un circuito es de 230 V nos estamos refiriendo a su valor eficaz. Al igual que en el caso anterior hay una expresión matemática para su obtención.

$$X=\sqrt{\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}[x_m sen(wt)]^2 dt}$$

Si resolvemos la integral obtendremos la expresión que nos interesa:

$$X=\frac{x_m}{\sqrt{2}}$$

Ejercicio resuelto

¿Cuál será el valor instantáneo de una onda senoidal que tiene un valor de pico de 125 V y una frecuencia de 50 Hz a 2ms de comenzar el ciclo? ¿Y a los 10 y 15ms?

Recuerda que ω la obtendremos en radianes/s y que habrá que pasar los radianes a grados para poder calcular el seno del ángulo.

Mostrar retroalimentación

$$e=e_m\cdot sen(\omega\cdot t)$$

$$\omega=2\cdot\pi\cdot f=2\pi\cdot 50=100\pi\frac{rad}{s}$$

$$\omega\cdot t=100\pi\frac{rad}{s}\cdot\frac{2}{1000}s=0{,}2\pi rad$$

$$\frac{180^0}{\pi}=\frac{x}{0{,}2\pi}\Longrightarrow x=36^0$$

$$e=125\cdot sen(36)=73{,}47V$$

Para t=10ms:

$$\omega\cdot t=\pi rad=180^0$$

$$e=125\cdot sen180=0V$$

Para t=15ms:

$$\omega\cdot t=\frac{3}{2}\cdot\pi rad=270^0$$

$$e=125\cdot sen270=-125V$$

2. Circuito resistivo excitado por una corriente alterna

Circuito resistivo

Empezaremos por el caso más sencillo, que es el de una resistencia, que supondremos totalmente óhmica o pura (Sólo ofrece valor óhmico, sin embargo algunas resistencias bobinadas pueden tener un componente inductivo), que está conectada a un generador de corriente alterna senoidal.

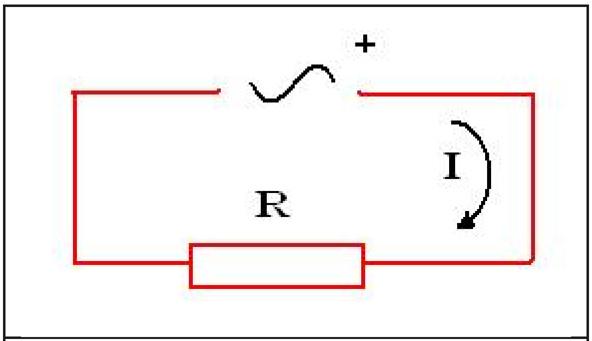


Imagen 2. Círculo resistivo.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

El valor de la tensión proporcionada por el generador va a ser:

$$V = Vm^{*}sen(W^{*}t)$$

Donde, como ya sabes, V es el valor instantáneo y Vm el valor máximo de la tensión.

Ahora vamos a aplicar la Ley de Ohm con lo que obtendremos que:

$$I = V/R$$
$$I = (Vm^{*}senWt)/R$$
$$I = (Vm/R)^{*}senWt$$
$$I = Im^{*}senWt$$

Basta comparar las dos ecuaciones para ver que tanto la intensidad como la tensión tienen la misma frecuencia y además están en fase. Gráficamente se representa de la siguiente forma.

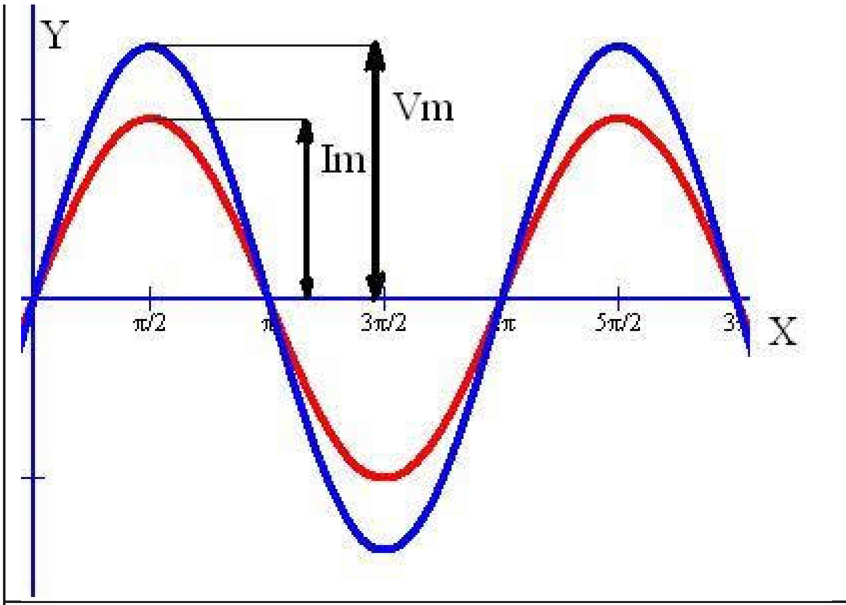


Imagen 3.
Fuente: Elaboración propia realizada con Graph

Si ahora dividimos por $\sqrt[2]{2}$, en ambos miembros de la ecuación, para obtener el valor eficaz llegamos a que:

$$I = \frac{Im}{\sqrt[2]{2}}$$

$$\frac{Im}{\sqrt[2]{2}} = \frac{(\frac{Vm}{\sqrt[2]{2}})}{R}$$

De esta expresión deducimos que la Ley de Ohm se cumple tanto para valores máximos como valores eficaces.

$$I = \frac{V}{R}$$

Potencia en un circuito resistivo.

Como ya has estudiado la potencia eléctrica viene dada por la siguiente expresión P=V*I.

Simplemente tendremos que sustituir las expresiones del valor instantáneo tanto de la tensión como de la intensidad y obtendremos:

$$V = Vm{*}senWt$$
$$I = Im{*}senWt$$
$$P = (Vm{*}senWt){*}(Im{*}senWt)$$
$$P = Vm{*}Im{*}(sen^2(W{*}t))$$

Como la potencia instantánea depende de:

$$sen^2(W{*}t))$$

resulta que siempre será positiva o nula, es decir la resistencia absorbe potencia.

Como tenemos que:

$$Um = U\sqrt[2]{2}$$

e

$$Im = I\sqrt[2]{2}$$

y

$$sen^2(W{*}t) = (1-\cos(2{*}W{*}t))/2$$

basta con sustituir y llegaremos a que:

$$P = V{*}I{*}(1-\cos(2W{*}t))$$

La gráfica que nos quedaría sería la siguiente, donde puedes ver que la potencia es siempre positiva.

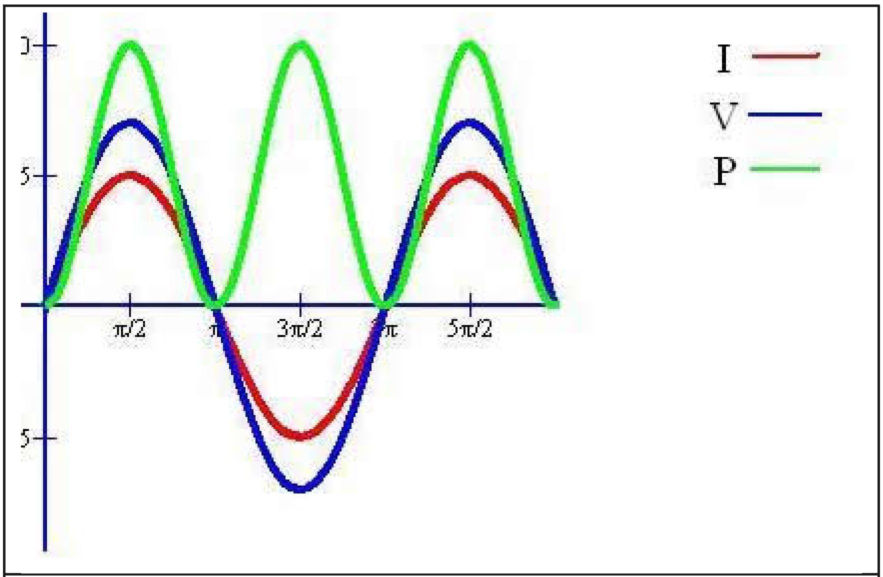


Imagen 4.
Fuente: Elaboración propia creada con Graph.

El valor máximo de la potencia es:

$$Pm = Vm^{*}Im.$$

Importante

El valor medio en un periodo será **$P=I^2*R$**, a esta potencia se la denomina **Potencia Activa.**

Comprueba lo aprendido

Contesta verdadero o falso.

La potencia disipada en una resistencia puede ser negativa.

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Falso

La potencia se mide en vatios (w).

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero

La potencia en una resistencia nunca puede ser nula.

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Falso

3. Impedancia

Impedancia

Vamos a ver por último el concepto de impedancia, fíjate que en el circuito de la figura ya no aparece mención ninguna a que sea un circuito resistivo, inductivo o capacitivo. Veamos que es esa **"Z"** que aparece ahora en el circuito.

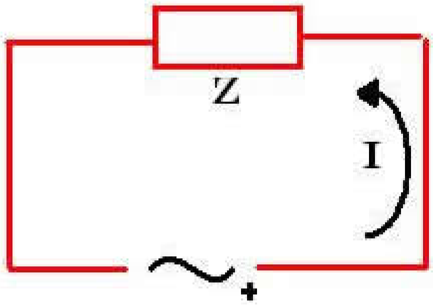


Imagen 13.
Fuente: Imagen prpia creada con Paint.

Importante

En todo circuito eléctrico, tenga naturaleza resistiva, inductiva o capacitiva, se cumple la **Ley de Ohm.**

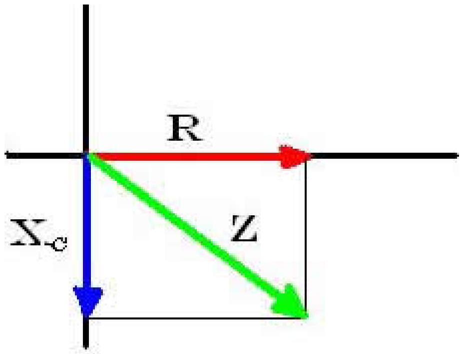
Por lo tanto vamos a definir una nueva magnitud que englobará a las anteriores y que denominaremos **impedancia** y representaremos por **Z** y se medirá en **ohmios (Ω).**

Aplicando la Ley de Ohm tenemos que:

$$Z = \frac{V}{I}$$

En un circuito de corriente alterna, el valor de Z seria equivalente al de R en un circuito de corriente continua. Por lo tanto podemos decir que la impedancia se opone al paso de corriente.

Has recordado en el tema anterior las operaciones con números complejos. La impedancia va a venir dada por un número complejo, en el que la parte real corresponderá con el valor de la resistencia y la parte imaginaria con la bobina o el condensador. A continuación lo puedes ver gráficamente.

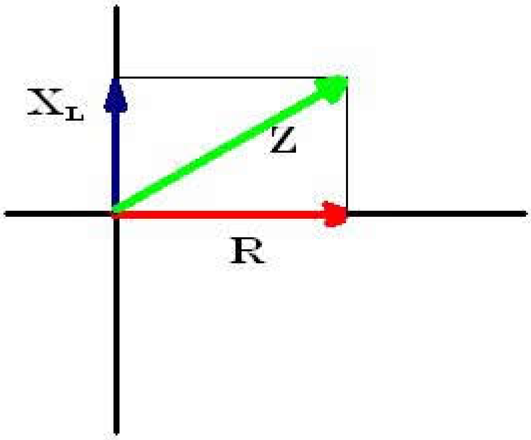


Imagen 14. Circuito inductivo. Fuente: Elaboración propia creada con paint.	Imagen 15. Circuito capacitivo. Fuente: Elaboración propia creada con paint.

4.1. Introducción

En corriente continua la potencia que absorbe cualquier receptor es el producto de la tensión a la que se ve sometido por la intensidad que lo recorre. Pero en corriente alterna varía la tensión, por lo que también varía la intensidad, lo que, como es lógico, origina también una variación en la potencia. Además, en estos circuitos, la presencia de bobinas y condensadores, hace que la energía sea absorbida y suministrada varias veces, lo que también da lugar a variaciones en la potencia.

A lo largo de este tema estudiaremos todos estos procesos, haciendo una mención especial a un parámetro conocido como factor de potencia que, como veremos mas adelante, nos da una idea de cómo se aprovecha la energía suministrada por los generadores en un circuito.

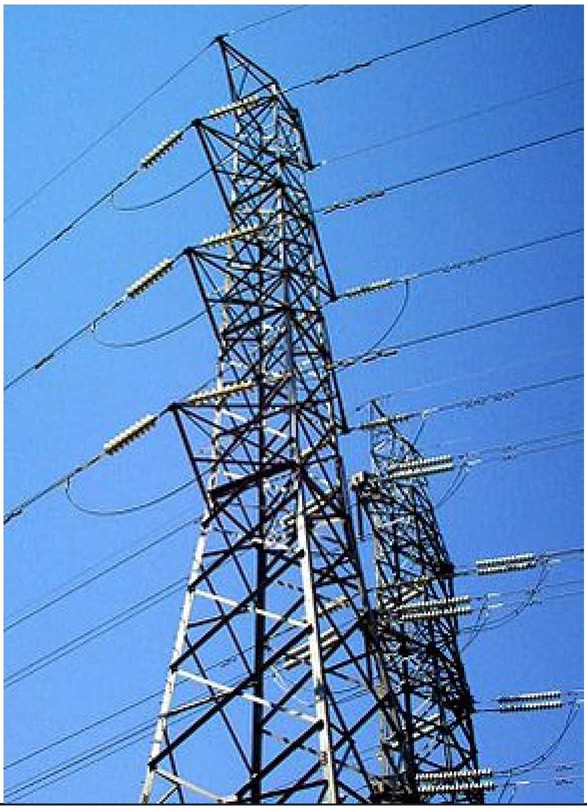


Imagen 1. Potencia eléctrica. Fuente: Wikipedia.
Licencia Creative Commons

4.2. Potencia activa

Con carácter general se denomina **potencia activa**, **media**, **real** o **verdadera** a la expresión:

$$\boxed{P = V.I.\cos\varphi}$$

El ángulo φ es igual a:

$$\boxed{\varphi = arctg\frac{X}{R}}$$

Donde: X es la reactancia

R es la resistencia

Éste ángulo es una medida entre el desfase entre la tensión y la intensidad que se produce en corriente alterna.

La potencia activa es la utilizable por el circuito, es decir, la que produce un trabajo efectivo.

La potencia media será la mitad de la máxima. En un circuito resistivo será:

$$\boxed{Pm = \frac{Vmax.Imax}{2}}$$

$$\boxed{Pm = \frac{Vmax}{\sqrt{2}}.\frac{Imax}{\sqrt{2}} = V.I}$$

Esta expresión es similar a la de corriente continua, pero, teniendo en cuenta que los valores de tensión e intensidad son los **valores eficaces**.

Esta potencia consumida por la resistencia la denominaremos **P** y la mediremos en **Vatios** (**W**).

Importante

Observamos que sólo existe una potencia media real, comparable a la de corriente continua, en los receptores resistivos puros, ya que en las bobinas y condensadores la potencia media es nula como hemos visto anteriormente.

4.3. Potencias aparente y reactiva

Habíamos visto en el apartado anterior qué ocurre con la potencia en los receptores resistivos puros, pero ¿qué ocurre en corriente alterna con los receptores inductivos y capacitivos?

En las bobinas y condensadores se produce una potencia que fluctúa por la red entre el generador y los receptores, no siendo transformada en trabajo efectivo en estos últimos. A esta potencia la denominamos **Potencia reactiva**, se representa por la letra **Q** y se mide en **Voltamperios reactivos** (**VAr**).

$$\boxed{Q = V.I.\text{sen}\varphi}$$

Al producto de los valores eficaces de tensión e intensidad, no lo podemos llamar potencia activa, puesto que ya hemos visto que no es una potencia real, por este motivo, lo denominamos **Potencia aparente** y se designa por la letra **S**. Es una potencia que se mueve por los conductores desde el generador hasta los receptores.

$$\boxed{S = V.I}$$

La unidad de medida de esta potencia aparente es el **voltamperio** (**VA**).

Haremos un cuadro resumen de las potencias que aparecen en corriente continua para su mejor comprensión:

Magnitud	Símbolo	Cálculo	Unidad
Potencia activa	P	$P=V.I.\cos\varphi$	W
Potencia reactiva	Q	$Q=V.I.\text{sen}\varphi$	VAr
Potencia aparente	S	$S=V.I$	VA

Para una mejor comprensión de todo lo anterior e interpretarlo físicamente, se suele representar el **Triángulo de potencias:**

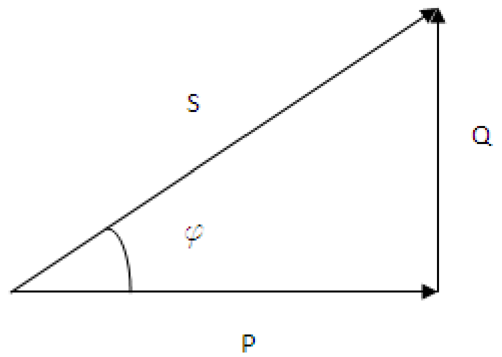


Imagen 9. Triángulo de potencias.
Fuente: Elaboración propia.

Como se puede deducir fácilmente de este triángulo:

$$\boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$$

También apreciamos en el triángulo de potencias que la potencia aparente es la suma vectorial de la potencia activa y la reactiva.

4.3.1. Teorema de Boucherot

Paul Boucherot fue un ingeniero electrotécnico francés que enunció el siguiente teorema:

"En una red eléctrica, se conservan por separado las potencias activa y reactiva, para una frecuencia constante".

Esto quiere decir que las potencias activas y reactivas suministradas a un circuito son iguales a las potencias absorbidas en dicho circuito. En realidad éste es el principio de conservación de la energía.

Este teorema se puede enunciar matemáticamente así:

$$\boxed{\Sigma P_T = 0}$$

$$\boxed{\Sigma Q_T = 0}$$

4.4. Potencia compleja

La potencia compleja es:

$$\boxed{\vec{S} = P + Qj}$$

Esto se observa en el triángulo de potencias descrito en apartados anteriores:

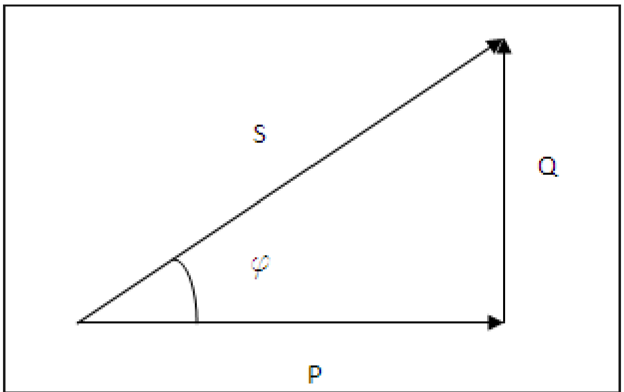


Imagen 11. Triángulo de potencias.
Fuente: Elaboración propia.

Esta forma de expresar la potencia tendrá:

- Un **módulo** que corresponde con: **S=V.I**
- Una **parte real** que será: la **potencia activa**
- Una **parte imaginaria**, siendo: la **potencia reactiva**

4.5. Factor de potencia

El factor de potencia de un circuito indica qué relación hay entre la potencia aparente y la potencia activa, es decir, qué parte de potencia aparente es potencia activa. Esto es:

$$\boxed{FP = \frac{P}{S}}$$

Si nos fijamos en el triángulo de potencias descrito anteriormente, el factor de potencia es el cateto contiguo dividido por la hipotenusa. Si recuerdas algo de trigonometría, esto corresponde con el coseno del ángulo:

$$\boxed{FP = \cos\varphi}$$

Curiosidad

Date cuenta de que el factor de potencia, al ser un coseno, es adimensional, es decir, no tiene unidades de medida. Además su valor sólo oscila entre 0 y 1. Cuanto más próximo sea a 1, mayor igualdad habrá entre la potencia activa y la aparente.

Si el factor de potencia es igual a 1 toda la potencia aparente será activa, no habrá por tanto, potencia reactiva. Esto sólo ocurre en los receptores resistivos puros

4.5.1. Corrección del factor de potencia

La energía eléctrica es absorbida por los receptores y transformada por ellos en otros tipos de energía (calorífica, mecánica, luminosa, etc.), como ya sabes. La mayoría de estos receptores son resistivios (como lámparas) e inductivos (como motores, trasformadores, fluorescentes, etc.). Estos receptores necesitan una potencia reactiva considerable para producir sus campos magnéticos. Además producen un desfase entre la tensión y la intensidad y ésta se retrasa un cierto ángulo φ con respecto a la tensión. Por estos motivos, **la energía eléctrica que toman de la red es mayor de la que realmente necesitan, ya que una parte de dicha energía eléctrica es devuelta a la red cada cuarto de ciclo**.

Cuanto menor sea el factor de potencia, mayor será la diferencia entre la potencia aparente y la activa y más energía innecesaria se consumirá. **A menor factor de potencia, más intensidad se consumirá**.

Las compañías eléctricas no cobran por la potencia reactiva, pero penalizan por consumos con factor de potencia bajo, requieren que sus clientes tengan un factor de potencia lo más próximo a 1 posible (por encima de cos φ=0.9).

Curiosidad

Para comprender la importancia del factor de potencia, pondremos como ejemplo dos receptores, ambos de 2000 W de potencia y conectados a la misma red de 230V, la diferencia entre ambos es que el primero tiene un factor de potencia de 0.8 y el segundo, de 0.2. Veamos qué ocurre con la potencia aparente que absorben cada uno:

$$\boxed{I1 = \frac{P1}{V.\cos\varphi} = \frac{2000}{230.0,8} = 10,86A}$$

$$\boxed{S1 = V.I1 = 230.10,86 = 2497,8VA}$$

$$\boxed{I2 = \frac{P2}{V.\cos\varphi} = \frac{2000}{230.0,2} = 43,47A}$$

$$\boxed{S2 = V.I2 = 230.43,47 = 9998,1VA}$$

Como puedes comprobar, el bajo factor de potencia significa que se absorbe aproximadamente el triple de potencia.

Pero, ¿**cómo se consigue corregir el factor de potencia**?

Recuerda que los efectos inductivos y capacitivos se contrarrestan. Habíamos dicho que la mayoría de los receptores son de tipo inductivo, pues bien, la solución es obvia, habrá que instalar cargas capacitivas:

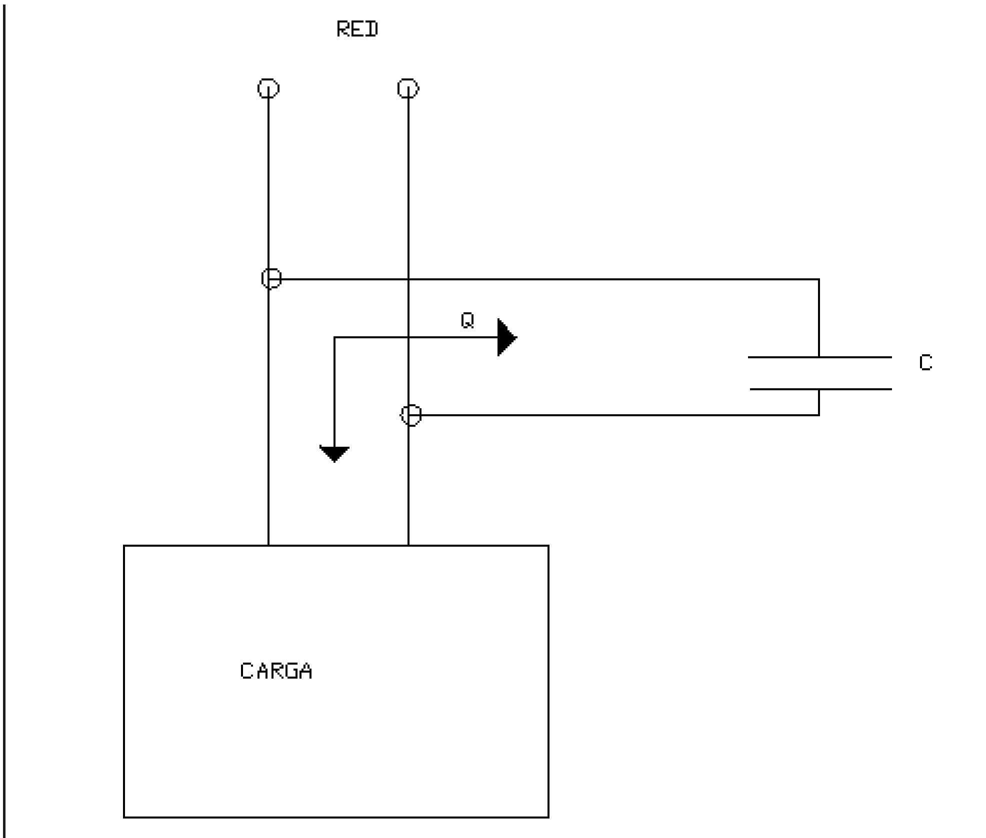


Imagen 12. Corrección del Factor de Potencia.
Fuente: Elaboración propia.

Importante

Para corregir el factor de potencia se instalan condensadores en paralelo con la red.

Los condensadores absorberán la potencia reactiva de las bobinas. En un cuarto de ciclo los condensadores absorberán la potencia reactiva de las bobinas, pero se la devolverán en el cuarto de ciclo siguiente, pudiendo producir éstas sus campos magnéticos. Con esto no se modifica la potencia activa, sólo se reduce la potencia aparente y, por tanto, también se reducirá la intensidad de corriente.

4.5.2. Calculo de los condensadores necesarios

Para reducir el factor de potencia, debemos reducir el ángulo φ, para lo que, como hemos visto anteriormente, debemos aplicar una potencia reactiva Q_c. φ es el ángulo inicial y φ_1, el que queremos conseguir. Q_1 será la potencia aparente final y Q, la que teníamos inicialmente.

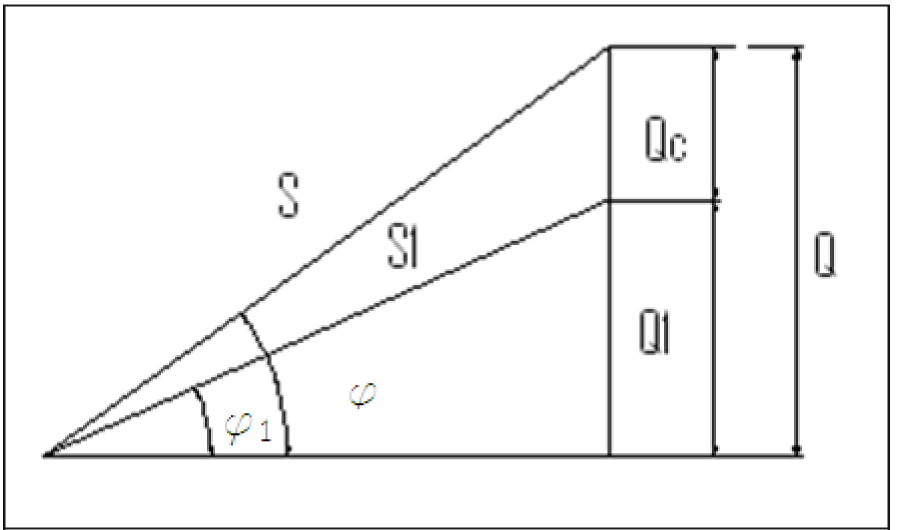


Imagen 13. Compensación de potencia aparente.
Fuente: Elaboración propia.

Como observamos en el triángulo de potencias para calcular Q_c tendremos que hacer Q menos Q_1:

$$\boxed{Q = P \text{ tg } \varphi}$$

$$\boxed{Q_1 = P \text{ tg } \varphi_1}$$

$$\boxed{Q_c = Q - Q_1}$$

$$\boxed{Q_c = P(\text{tg } \varphi - \text{tg } \varphi_1)}$$

5. Circuitos serie paralelo y mixto. Resolución de problemas

En el tema anterior viste como se comportaban las resistencias, bobinas y condensadores cuando se conectaban a un circuito de corriente alterna. Recuerda que el tema terminaba con el concepto de impedancia.

Pues bien, en este tema vamos a ver que ocurre cuando asociamos los elementos lineales entre si, esto va a dar origen a diferentes posibilidades que analizaremos por independiente.

Aunque hasta ahora hemos considerado elementos puros eso en la práctica no es posible. Las resistencias van a tener un componente inductivo, las bobinas y condensadores un componente resistivo.

¿Esto que supone? no te será difícil entender que los desfases que veíamos en el tema anterior ya no van a ser los previstos que idealmente recuerda que siempre eran de 90º.

Por lo que en todo circuito eléctrico vamos a tener una combinación ya sea en serie, paralelo o mixto de diferentes componentes lineales.

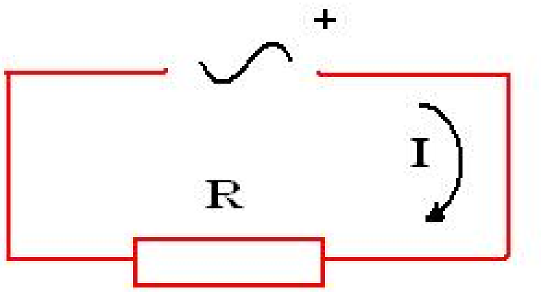


Imagen 1. Fuente: Banco de imagenes del ITE.

Licencia: Creative Commons.

Importante

Tienes que tener muy claro el concepto de impedancia y los diferentes métodos de resolución de circuitos.

5.1. Circuito serie R-L-C

Circuito serie R-L-C

Vamos a ver que ocurre ahora si conectamos a un circuito una resistencia, una bobina y un condensador.

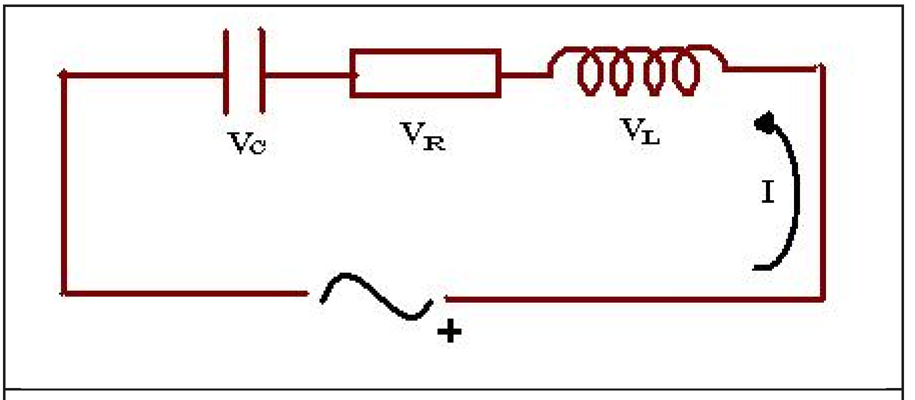


Imagen 7.
Fuente: Elaboración propia realizada con Paint.

Al igual que ocurría en los casos vistos anteriormente tenemos que:

$$V = V_R + V_L + V_C$$

Sustituyendo:

$$V = (R^* I) + j(W^* L) - j\left(\frac{1}{W^* C}\right)$$

Gráficamente tenemos:

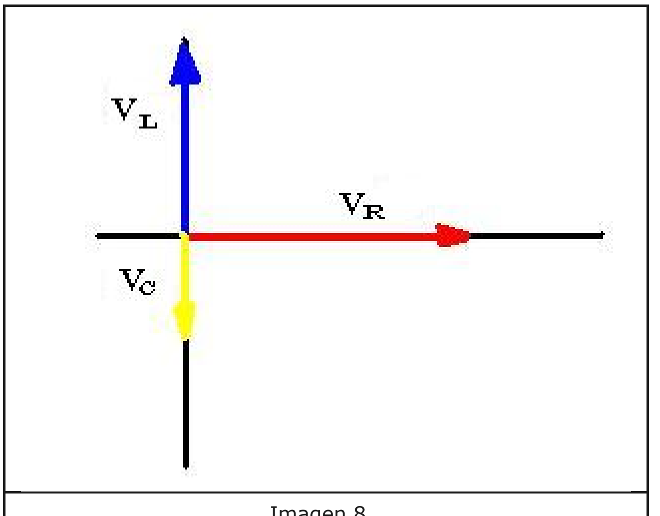


Imagen 8.
Fuente: Elaboración propia realizada con Paint.

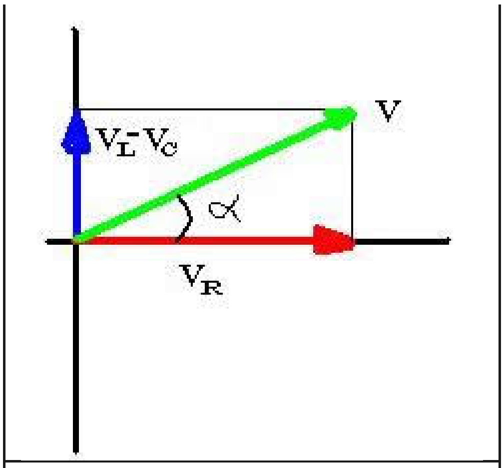


Imagen 9.
Fuente: Elaboración propia realizada con Paint.

Calculamos la impedancia tal y como hemos hecho en los dos casos anteriores:

$$Z = \sqrt[2]{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

El ángulo de desfase vendrá dado por:

$$\tan\alpha = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Importante

¿Qué ocurre si $X_L > X_C$ y $tg\alpha > 0$? Es un circuito inductivo en el que la tensión irá adelantada respecto de la intensidad?

¿Qué ocurre si $X_L < X_C$ y $tg\alpha < 0$? Es un circuito capacitivo en el que la tensión irá retrasada respecto de la tensión?

¿Qué ocurre si $X_C = X_L$ y $tg\alpha = 0$? la componentes inductiva y capacitiva se contrarrestan, en este caso diremos que están en **resonancia**?

5.2. Circuitos en paralelo

Circuitos en paralelo

Para simplificar el trabajo con elementos conectados en paralelo vamos a introducir el concepto de **admitancia.**

Importante

Vamos a denominar admitancia al cociente entre la intensidad y la tensión y la denominaremos por **"Y".**

$$Y = \frac{I}{V}$$

Como puedes ver, la admitancia es simplemente la inversa de la impedancia:

$$Y = \frac{1}{Z}$$

Pero seguro que te preguntas ¿Donde está la ventaja de trabajar con admitancias?

Pues bien, la admitancia equivalente, expresada en forma compleja, es igual a la suma de las admitancias de cada rama tal y como puedes ver a continuación:

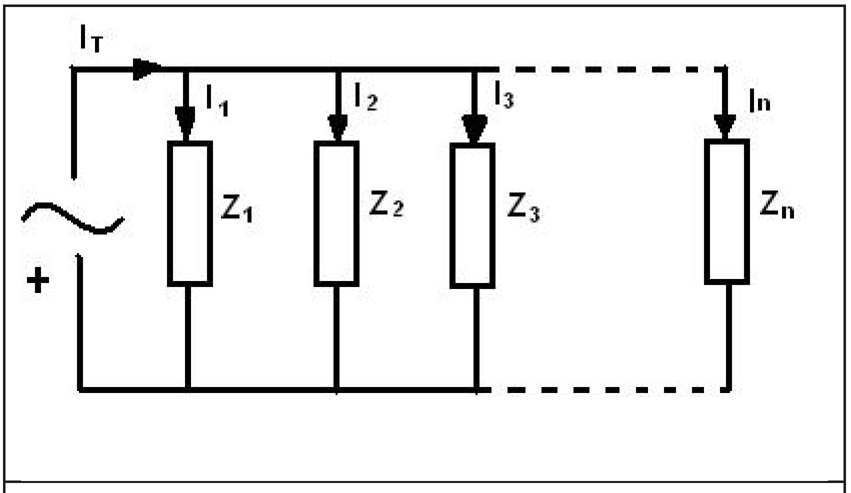


Imagen 10.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

De la figura anterior podemos ver fácilmente que:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + ... + I_n$$

Aplicando la Ley de Ohm:

$$I_T = \frac{V}{Z_1} + \frac{V}{Z_2} + ... + \frac{V}{Z_n}$$

Sacamos factor común a la tensión y nos queda que:

$$I_T = V\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+....+\frac{1}{Z_n}\right)$$

Expresado utilizando el concepto de admitancia:

$$Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3 + ... + Y_n$$

Finalmente:

$$I_T = V^* Y_T$$

Para que afiances el concepto vamos a resolver un ejercicio.

Reflexiona

Dado el circuito de la figura, calcula la admitancia, la impedancia y la intensidad generada por el alternador.

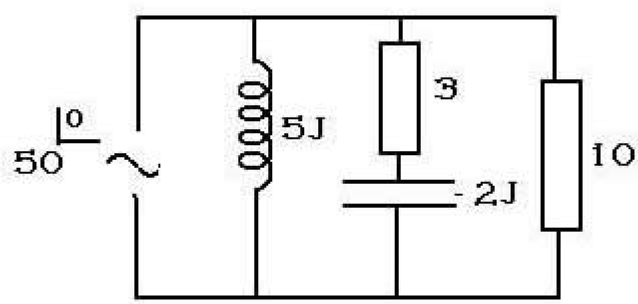


Imagen 12.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Mostrar retroalimentación

Primero calculamos la admitancia que será

$$Y_T = \frac{1}{5i} + \frac{1}{3-2i} + \frac{1}{10} \rightarrow \frac{43}{130} - \frac{3 \cdot i}{65}$$

$43.0/130 \rightarrow 0.33077$

$3.0/65 \rightarrow 0.046154$

Luego la admitancia será $Y_T = 0.33077 - 0.046154 \cdot i$

Ahora calcularemos la Impedancia total que sabemos que es:

$Z_T = \frac{1}{Y}$ **luego aplicando la fórmula tendremos:**

$$Z_T = \frac{1}{\frac{43}{130} - \frac{3 \cdot i}{65}} \rightarrow \frac{86}{29} + \frac{12 \cdot i}{29}$$

$86/29.0 \rightarrow 2.9655$

$12/29.0 \rightarrow 0.41379$

Luego la Impedancia total es $Z_T = 2.9655 + 041379i$

Ahora calcularemos la Intensidad

para ello usaremos la fórmula $I = \frac{V}{Z_T}$

Ahora pasamos V que está en forma polar a binómica y tenemos :

polar(50,0º) $\rightarrow$ 50

Luego aplicando la Ley de Ohm

$$I = \frac{50}{\frac{86}{29} + \frac{12 \cdot i}{29}} \rightarrow I = \frac{215}{13} - \frac{30 \cdot i}{13}$$

$215/13.0 \rightarrow 16.538$

$30/13.0 \rightarrow 2.3077$

Luego la intensidad será $I = 16.538 - 2.30077i$

5.3. Resolución de circuitos en alterna

Resolución de circuitos en alterna

Ya viste en temas anteriores, los diferentes teoremas fundamentales para la resolución de circuitos, ahora vamos a ver algunos de esos teoremas pero aplicados a la corriente alterna.

Verás que son prácticamente iguales, la única dificultad añadida que puedes encontrar va a ser a la hora de trabajar con números complejos, sólo tendrás que prestar mas atención para no cometer errores en las operaciones.

Imagen 13. Fuente: Banco de imagenes del ITE

5.3.1. Leyes de Kirchhoff

Leyes de Kirchhoff

Como recordarás existían dos Leyes de Kirchhoff las cuales puedes recordar a continuación.

Importante

Tienes que repasar:

1ª Ley de Kirchhoff.

$$\Sigma I_i = 0$$

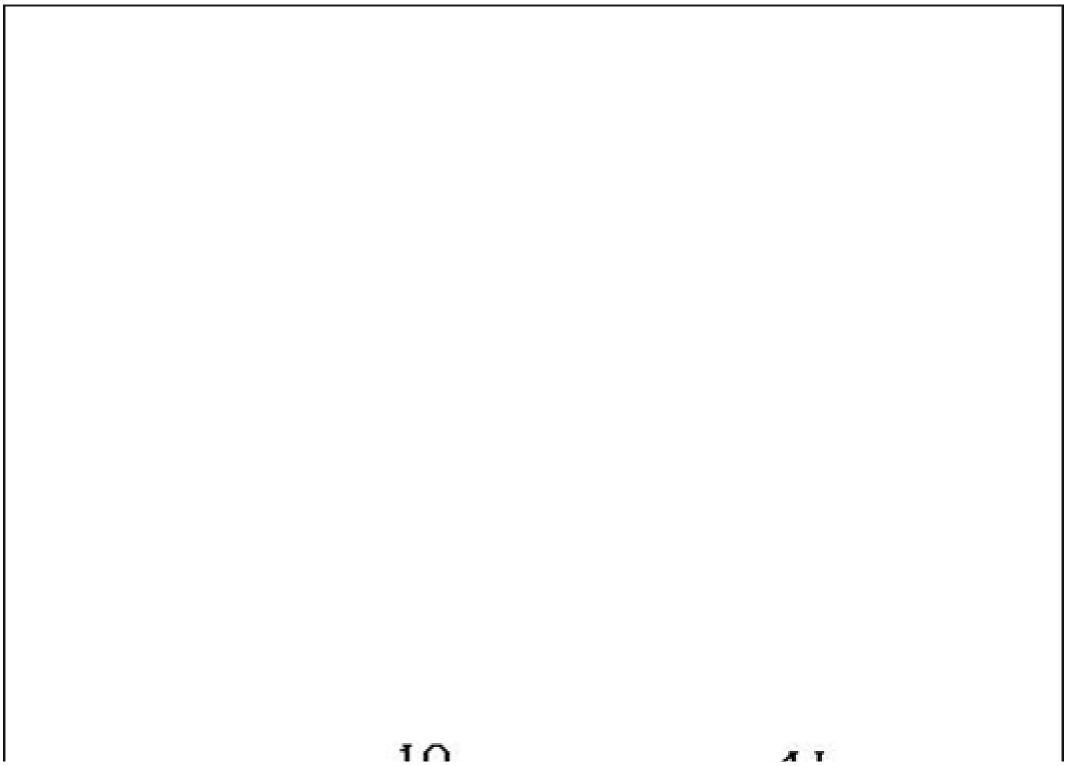
2ª Ley de Kirchhoff.

$$\Sigma \varepsilon_i = \Sigma Z_i {}^* I_i$$

Las leyes de Kirchhoff se utilizan para resolver cualquier circuito aplicando el método de mallas. La mejor forma para entender el método de mallas y las Leyes de kirchhoff es mediante la resolución de un ejercicio.

Reflexiona

Calcula la corriente que circula por cada malla en el siguiente circuito.



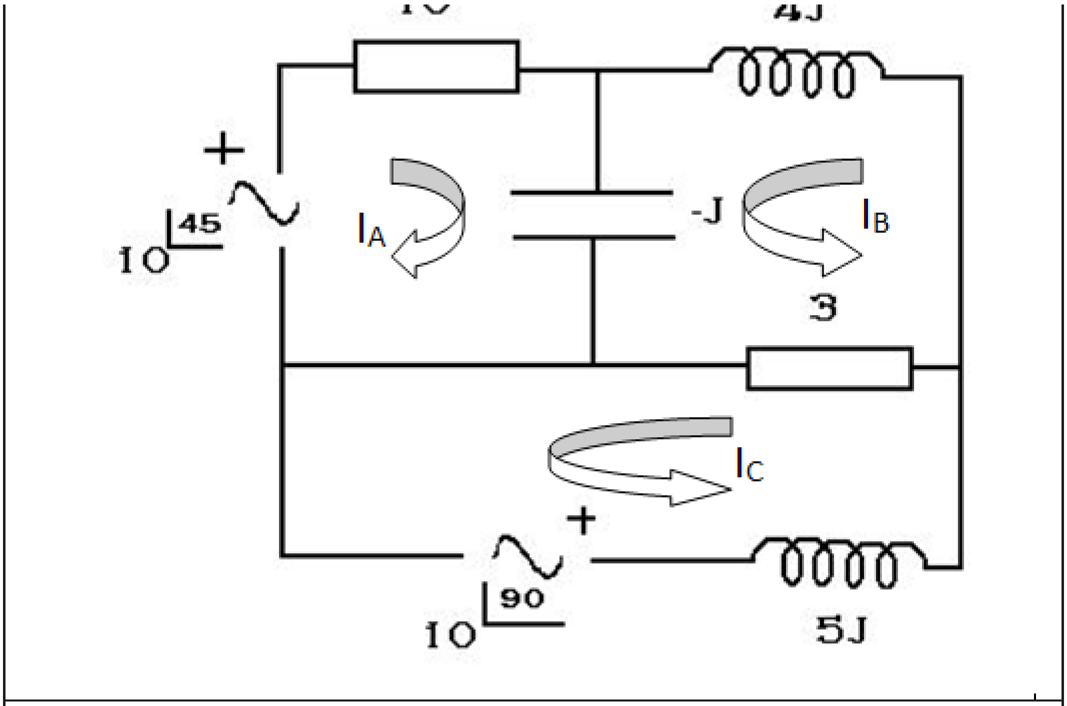


Imagen 16b.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Mostrar retroalimentación

Tomando los sentidos de corriente (I_A, I_B e I_C) indicados en la imagen anterior:

I_A= 0,654 + 0,866 j

I_B= 0,938- 0,341 j

I_C= 1.568 + 0.378 j

5.3.2. Principio de superposicion

Principio de Superposición

Al igual que ocurría en el apartado anterior, vas a ver que el principio de superposición se aplica de igual modo en circuitos de corriente continua como en circuitos de corriente alterna.

Ya sabes que el principio de superposición dice que si en un circuito existen varios generadores, las corrientes y tensiones en cada componente es igual a la suma de cada generador actuando de forma independiente.

Importante

Cuando apliques el principio de superposición recuerda que las fuentes de tensión se van a cortocircuitar y las fuentes de intensidad se abrirán.

A continuación y para que afiances conceptos vamos a resolver un circuito por el método de superposición.

Reflexiona

Utilizando el principio de superposición, calcular la corriente que pasa por la impedancia 3+2J.

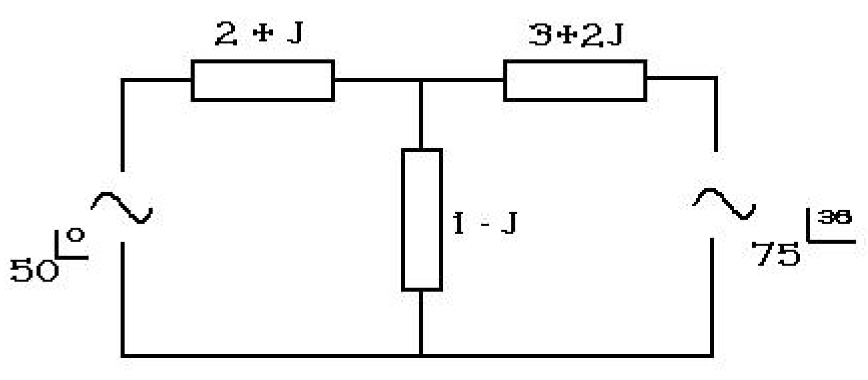


Imagen 20.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Mostrar retroalimentación

Aplicando el Teorema de superposición obtenemos que la Intensidad que circula por la impedancia 3+2j es:

$I=12.58 + 6.12\,j$

5.3.3. Teorema de Thevenin y Norton

Teorema de Thevenin

Como recordarás el Teorema de Thevenin decía que todo circuito se puede reducir a una fuente de tensión y a una impedancia equivalente.

La fuerza electromotriz será la existente entre los dos puntos sobre los que queremos aplicar el Teorema de Tevenin cuando entre ellos no hay impedancia alguna.

La impedancia equivalente es la resultante de cortocircuitar todas las fuentes de tensión y abrir todas las fuentes de corriente.

Mapa Conceptual

Mapa conceptual (pdf - 343041 B).

TI_U2_T4_mapa_conceptual.pdf 1 / 1

Fuentes para el profesorado

Descargar CMAP.

Resumen

Tema 1. La actividad económica 1 / 26

Ejercicio resuelto

Vamos a aplicar las expresiones que acabamos de aprender con un ejercicio. Supongamos que tenemos una función senoidal del tipo x=50 sen(20t).

Deseamos conocer:

- El período y la frecuencia.
- La amplitud.
- Valor eficaz.
- Valor medio.

Mostrar retroalimentación

De la expresión se deduce que ω=20 rad/s; por lo que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20} = 0{,}314\,s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}314} = 3{,}183\,Hz$$

La amplitud será x_m=50.

El valor eficaz lo obtendremos:

$$X = \frac{x_m}{\sqrt{2}} = \frac{50}{\sqrt{2}} = 35{,}35$$

El valor medio será:

$$X_m = \frac{2 \cdot x_m}{\pi} = \frac{2 \cdot 50}{\pi} = \frac{100}{\pi} = 31{,}83$$

Ejercicio resuelto

Hallar la expresión de la intensidad que circula por un circuito que tiene conectado una resistencia pura de 50 Ω y se conecta a un generador que proporciona 200 V y una frecuencia de 50 Hz.

Mostrar retroalimentación

Aplicando la Ley de Ohm obtendremos el valor eficaz de la corriente:

$$I=\frac{V}{R}\longrightarrow I=\frac{200}{50}\longrightarrow I=4A$$

Ahora obtenemos su valor eficaz, quedando que:

$$Im=I*\sqrt[2]{2}\longrightarrow Im=4*\sqrt[2]{2}\longrightarrow Im=5{,}65A$$

Además como W = 2*Π*f tenemos que W =2*Π*50; W=100*Π. Que sustituyendo en la expresión de la intensidad instantánea llegamos a que:

$$I=5{,}65*sen314t$$

Ejercicio resuelto

Explica de forma vectorial que ocurre en un circuito que tengamos una resistencia, una bobina y un condensador. Supón que el valor de X_L es mayor que el de X_C.

Mostrar retroalimentación

Primero colocamos los valores de R, de X_L y de X_C.

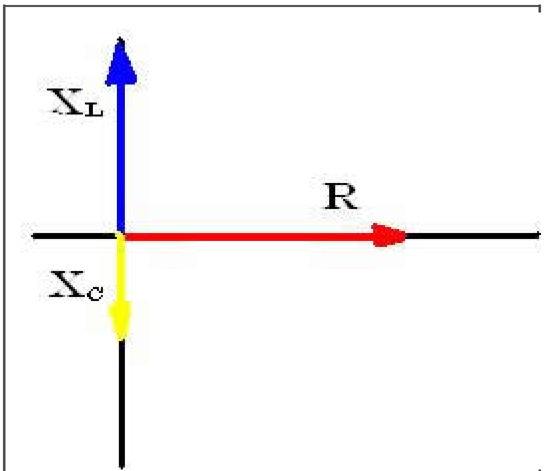
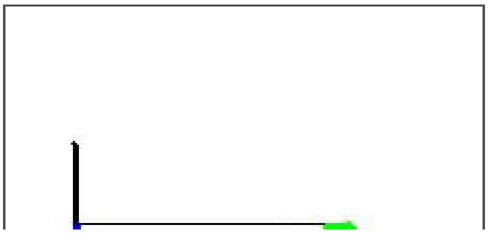


Imagen 16.

Operando vectorialmente obtenemos que:



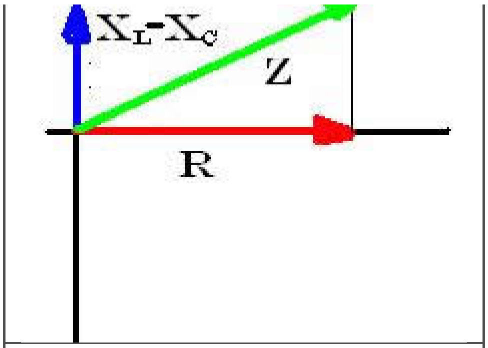


Imagen 17.

Ejercicio resuelto

Tenemos un circuito con una resistencia R= 5Ω y una inductancia de X_L=3Ω. Expresar el valor de la impedancia en forma compleja. Repetir el ejercicio si sustituimos X_L por X_C=2Ω.

Mostrar retroalimentación

Z = 5 + 3j

Z= 5 - 2j

Ejercicio resuelto

Un motor tiene una potencia activa de 4000 W y está conectado a una tensión V= 220 V, si su cos φ= 0,8 calcula cual será su intensidad.

Fíjate bien en las unidades de la potencia para saber de qué potencia te están hablando.

Mostrar retroalimentación

Sabiendo que P=V.I.cos φ sólo tenemos que despejar I:

$$\boxed{I = \frac{P}{V.\cos\varphi}}$$

$$\boxed{I = \frac{4000}{220.0{,}8} = 22{,}72A}$$

Ejercicio resuelto

En el siguiente circuito, calcular las potencias activa y reactiva que produce el generador, aplicando el teorema de Boucherot, sabiendo que:

$I_1= 10.2^{1/2}$ A, $I_2=10.2^{1/2}j$ A y siendo las resistencias de 10Ω cada una, la bobina, L=5j Ω y el condensador, C=-5j Ω.

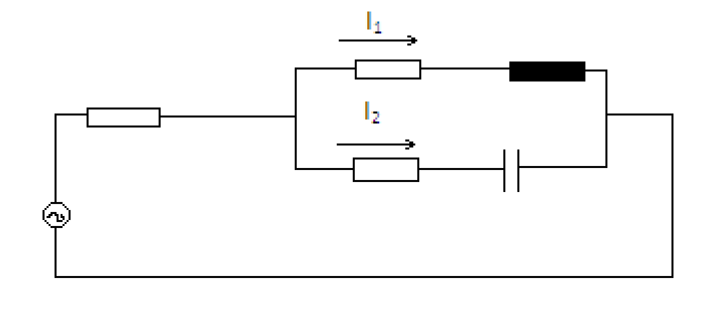


Imagen 10. Circuito.
Fuente: Elaboración propia.

Mostrar retroalimentación

Las potencias activas en cada carga serán:

$P_1=R_1.I_1{}^2 = 10. (10.2^{1/2})^2= 4000$ W

$P_2=R_2.I_2{}^2 = 10. (10.2^{1/2})^2= 4000$ W

Para calcular P_R, necesitamos saber la I_T:

$I_T= I_1+I_2 = 10.2^{1/2}+ 10.2^{1/2}j = 20_{45^o}$ A

$P_R=R.I^2= 10. 20^2= 4000$ W

Las potencias reactivas serán:

$Q_1= X_1.I_1{}^2 = 5. (10. 2^{1/2})^2 = 2000$ VAr

$Q_2= X_2.I_2{}^2= -5.(10. 2^{1/2})^2 = -2000$ VAr

$Q_R= 0$

Según el teorema de Boucherot, las potencias dadas por el generador serán igual a las potencias absorbidas por los elementos pasivos del circuito:

$P_{Generador}= 4000 + 4000 + 4000 = 12000$ W

$Q_{Generador}= 2000 - (-2000) = 0$

Ejercicio resuelto

Calcular el factor de potencia de una instalación que tiene el siguiente triángulo de potencias:

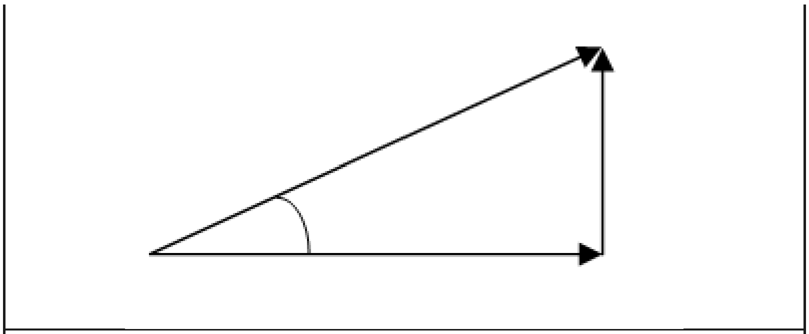


Imagen 12. Ejercicio.
Fuente: imagen de elaboración propia Fuente: Imagen de elaboración propia.

P= 5 kW y Q= 4kVAr

Mostrar retroalimentación

Del triángulo vemos que:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

De aquí:

$$S = 6403{,}12 \text{ VA}$$

El cos φ es:

$$Cos\varphi = \frac{P}{S}$$

Realizando la operación:

$$\cos\varphi = 0{,}78$$

Ejercicio resuelto

A un circuito de corriente alterna alimentado por un generador de 125V 50 Hz, le conectamos en serie una resistencia de 25 Ω, una bobina de 100 mH y un condensador de 50 μF. Calcular:

a. La impedancia del circuito.
b. El ángulo de desfase.
c. La intensidad que atraviesa el circuito.
d. Las caídas de tensión en cada componente.
e. Realiza el esquema gráfico y exprésalo en forma compleja.

Mostrar retroalimentación

a) Primero calcularemos las reactancias inductiva y capacitiva:

$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2\pi f = 0.1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 31.42\ \Omega$$ y

$$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{C \cdot 2\pi f} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50} = 159.15\ \Omega$$

Luego tenemos que $\overrightarrow{X_L} = 31.42j \ (\Omega)$ y $\overrightarrow{X_C} = -159.15j \ (\Omega)$

Ahora calcularemos la impedancia del circuito, que en forma binómica será:

$\vec{Z} = R + (X_L - X_C)j = 25 + (31.42 - 159.15)j = 25 - 127.73j \ (\Omega)$ y ahora el módulo de la impedancia será:

$$\left|\vec{Z}\right| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(25\ \Omega)^2 + (-127.73\ \Omega)^2} = 130.15\ \Omega$$

b) Como sabemos que $tg\ \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{31.42 - 159.15}{25} = -5.109 \ \Rightarrow \ \varphi = -78.93^{\circ}$

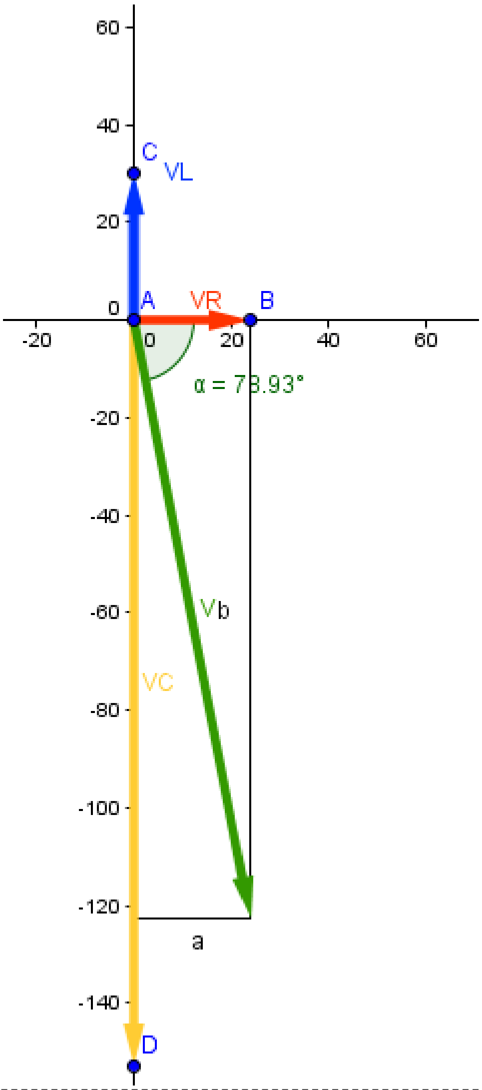
c) Para calcular la intensidad eficaz que atraviesa el circuito aplicaremos la Ley de Ohm:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{125}{130.15} = 0.96\ A$$

d) Ahora vamos a calcular las caidas de tensión en cada componente:

$$U_R = R \cdot I = 25\ \Omega \cdot 0.96\ A = 24\ V$$
$$U_L = X_L \cdot I = 31.42\ \Omega \cdot 0.96\ A = 30.16\ V$$
$$U_C = X_C \cdot I = 159.15\ \Omega \cdot 0.96\ A = 152.78\ V$$

e) Esquema gráfico.



Ejercicio resuelto

Hallar la admitancia y la impedancia equivalente en el siguiente circuito, así como la intensidad que circula por el mismo.

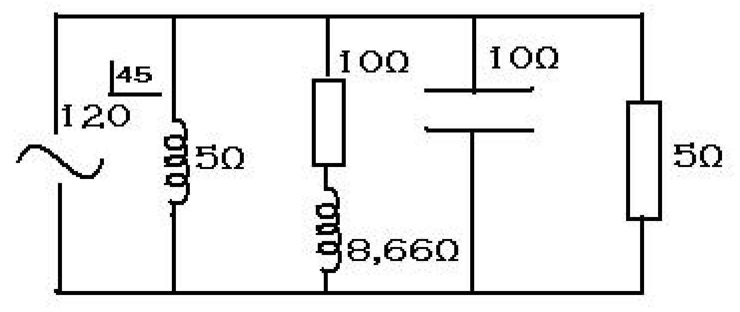


Imagen 11.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Mostrar retroalimentación

Calculamos la admitancia de cada una de las ramas del circuito, así pues tenemos que:

$$Y_1 = \frac{1}{5j} = -0{,}2j$$

$$Y_2 = \frac{1}{(10+8{,}66j)}$$

$$Y_3 = \frac{1}{-10j}$$

$$Y_4 = \frac{1}{10}$$

Por lo tanto, la admitancia total va a ser la suma de las admitancias:

$$Y_T = 0{,}16 - 0{,}35j$$

La impedancia será la inversa de la admitancia, por tanto:

$$Z_T = \frac{1}{0{,}16-0{,}35j}$$

$$Z_T = 1{,}08 + 2{,}36j$$

Calculamos la intensidad que circula por el circuito. Para ello hacemos uso de la Ley de Ohm:

$$I_T = \frac{(84{,}85 + 84{,}85j}{1{,}08 + 2{,}36j}$$

$$I_T = 43{,}28 - 16{,}1j$$

Ejercicio resuelto

Dado el circuito de la figura calcula la corriente que circula por cada malla.

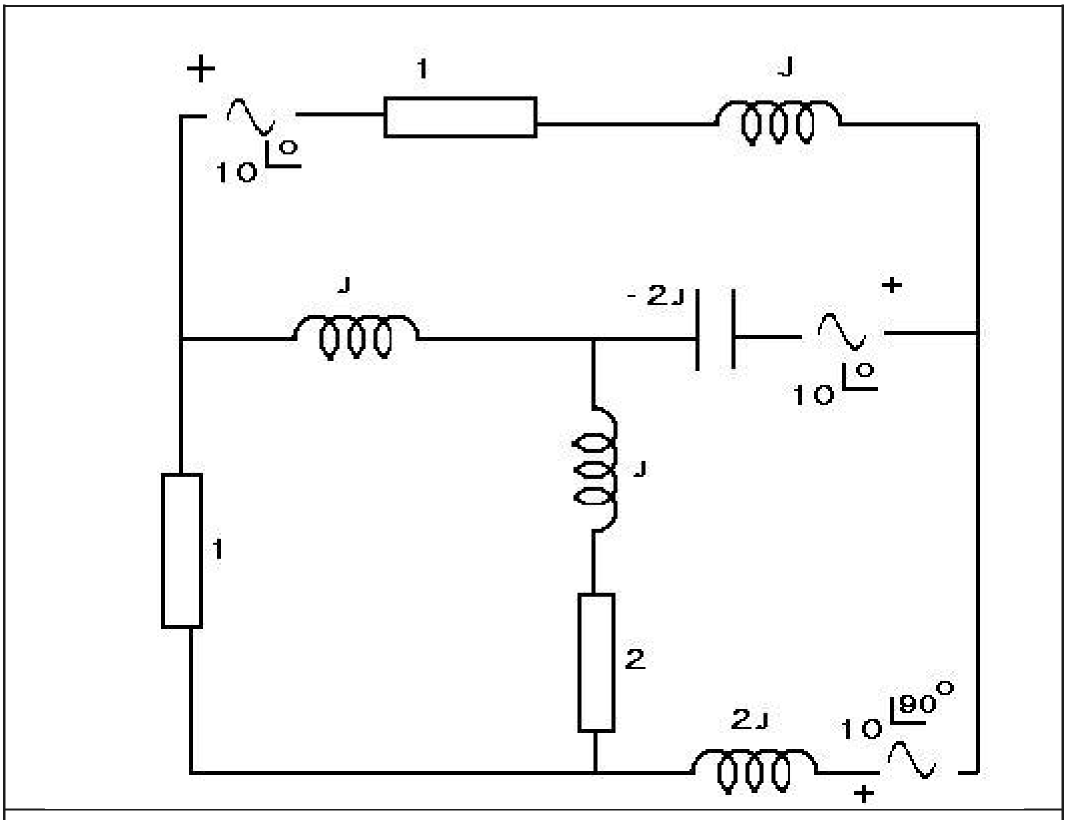


Imagen 14.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Mostrar retroalimentación

Lo primero que vamos hacer es definir un sentido a las corrientes de cada malla, que denominaremos I1, I2 e I3 y que como ya sabes tomamos el sentido, aleatorio que queramos, puesto que como recordarás no va a afectar a la resolución del ejercicio.

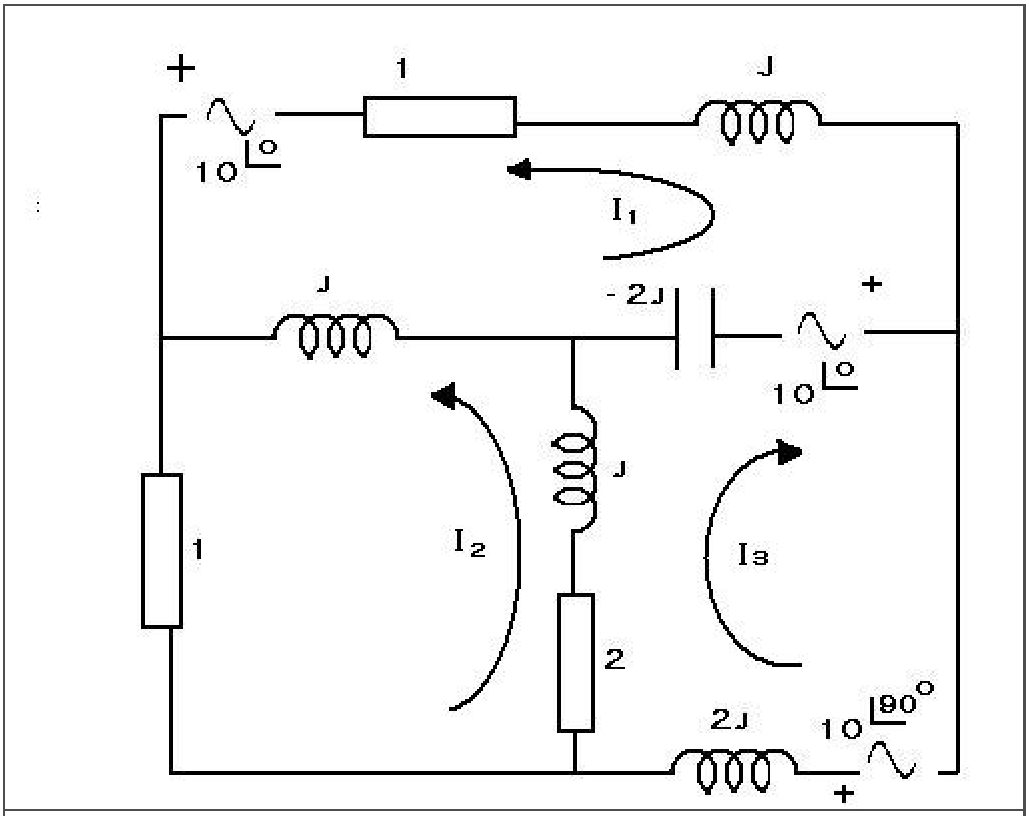


Imagen 15.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint

Ahora obtenemos las ecuaciones, teniendo mucho cuidado con los sentidos de las corrientes.

$$\begin{cases} 20 = 1 \cdot I_1 + j \cdot (I_1 - I_2) - 2j \cdot (I_1 + I_3) \\ 0 = (3+2j) \cdot I_2 + j \cdot (I_2 - I_1) + (2+j) \cdot (I_2 + I_3) \\ 10 + 10j = (2+j) \cdot I_3 + (2+j) \cdot (I_2 + I_3) - 2j \cdot (I_3 + I_1) \end{cases}$$

Resolviendo este sistema por cualquiera de los métodos que conoces llegas a que:

$$\begin{cases} I_1 = 4.9662 + 4.783 \cdot j \\ I_2 = -0.56895 - 0.80039 \cdot j \\ I_3 = 0.19286 + 5.5256 \cdot j \end{cases}$$

Dado el circuito de la figura, calcular la intensidad de corriente que circula por la impedancia Z.

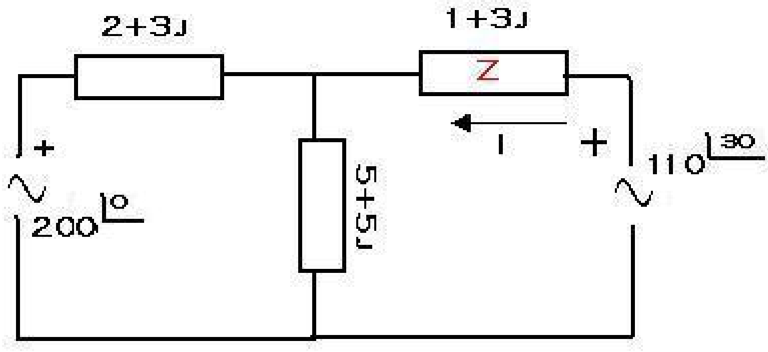


Imagen 17.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Mostrar retroalimentación

Aplicando el principio de superposición y puesto que son dos fuentes de tensión las que tenemos, primero cortocircuitaremos una y luego la otra.

Empecemos cortocircuitando la de 200 V. Y Resolvemos por el método de mallas.

Resolvemos ahora cortocircuitando la fuente de 20 V y dejando la de 10 V, tenemos que:

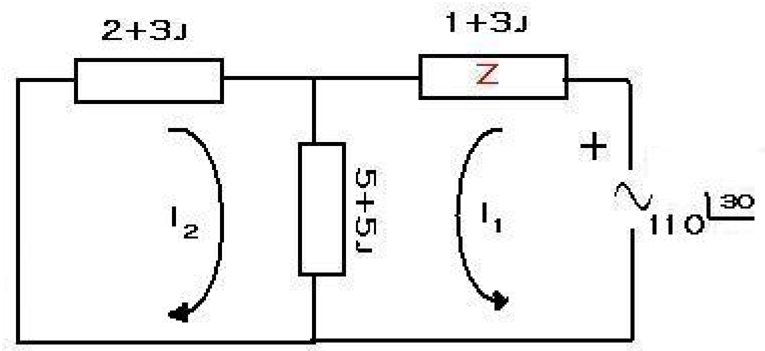


Imagen 18.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Empezamos a resolver por mallas para sacar las ecuaciones, la expresión de la tensión que nos la dan en forma polar la pasamos a forma compleja. Además recuerda que la corriente que pasa por la impedancia 5+5j es la suma de I1 e I2 por ir en el mismo sentido, si fueran en sentidos opuestos se restarían.

$$\begin{cases} 95.26+55j=(1+3j)*I_1+(5+5j)*(I_1+I_2) \\ 0=(2+3j)*I_2+(5+5j)*(I_1+I_2) \end{cases}$$

Con estas dos ecuaciones formamos un sistema que pasamos a resolver. Operando, para simplificar el sistema llegamos a:

$$\begin{cases} 95.26+55j=(6+8j)*I_1+(5+5j)*I_2 \\ 0=(5+5j)*I_1+(7+8j)*I_2 \end{cases}$$

De la segunda ecuación despejamos I1 que nos queda:

$$I_1 = -(\frac{(7+8j)I_2}{(5+5j)})$$

Este valor de I1 lo sustituimos en la otra ecuación y llegamos a:

$$95{,}26+55j = -(6+8j)*(\frac{(7+8j)I_2}{(5+5j)})+(5+5j)I_2$$

Resolviendo ésta ecuación obtenemos el valor de I2.

$$I_2 = -10{,}63+8{,}058j$$

Con este valor de I2 es muy sencillo obtener el valor de I1.

$$I_1 = -16{,}75-11{,}025j$$

Resolvemos ahora cortocircuitando la otra fuente de tensión, el circuito que tenemos es el siguiente:

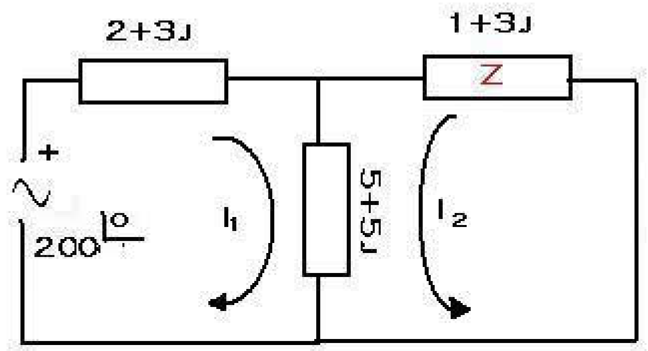


Imagen 19.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

El sistema de ecuaciones que nos queda es el siguiente:

$$\begin{cases} 200 = (2+3j)*I_1+(5+5j)*(I_1+I_2) \\ 0 = (1+3j)*I_2+(5+5j)*(I_1+I_2) \end{cases}$$

Operando llegamos al siguiente sistema.

$$\begin{cases} 200 = (7+8j)*I_1+(5+5j)*I_2 \\ 0 = (5+5j)*I_1+(6+8j)*I_2 \end{cases}$$

Despejando I1 en la primera ecuación.

$$I_1 = -(\frac{(6+8j)I_2}{(5+5j)})$$

Sustituyendo y operando llegamos a que los valores de I1 e I2 son:

$$I_2 = -9.41 + 22{,}353j$$

$$I_1 = 17.647 - 29{,}412j$$

La intensidad que pasa por Z va a ser la suma de I1 (del primer circuito) e I2 (del segundo circuito).

$$I_T = (-9{,}4118 + 22{,}353j) + (-16.75{,} - 11.025j)$$

$$I_T = -26.162 + 11.328j$$

Reflexiona

Calcular el equivalente Thevenin del siguiente circuito:

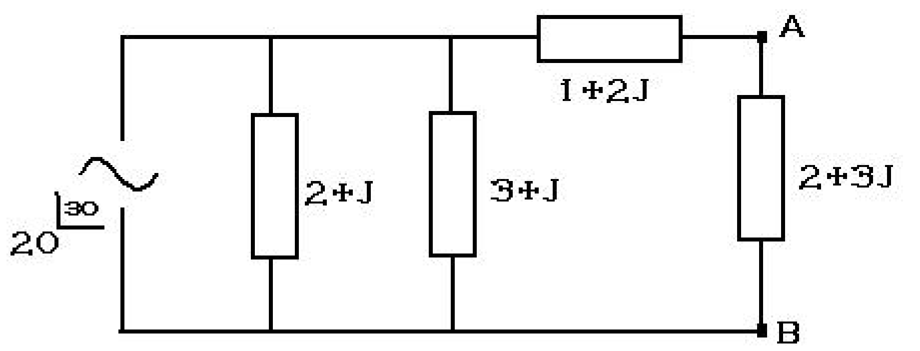


Imagen 26.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Mostrar retroalimentación

Solución:

$$V_{TH} = -10\sqrt{3} - 10j$$

y

$$R_{TH} = 2.21 + 2.52j$$

Ejercicio resuelto

Calcular el equivalente Thevenin del siguiente circuito entre los puntos A y B.

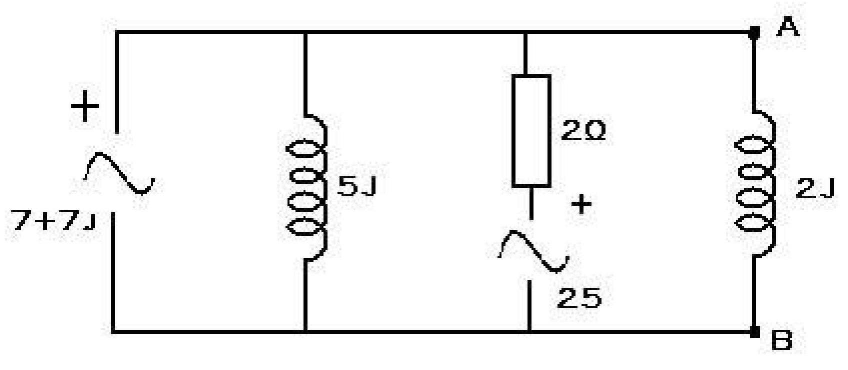


Imagen 21.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Mostrar retroalimentación

Lo primero que hacemos es abrir el circuito entre los puntos A y B.

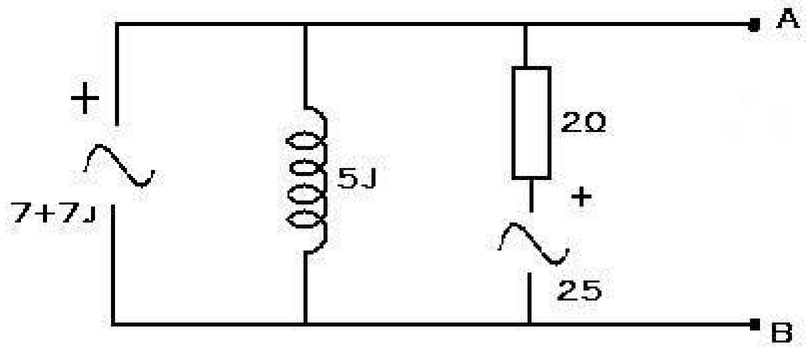


Imagen 22.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

A continuación calculamos, por el método de mayas la corriente que circula por cada una de ellas.

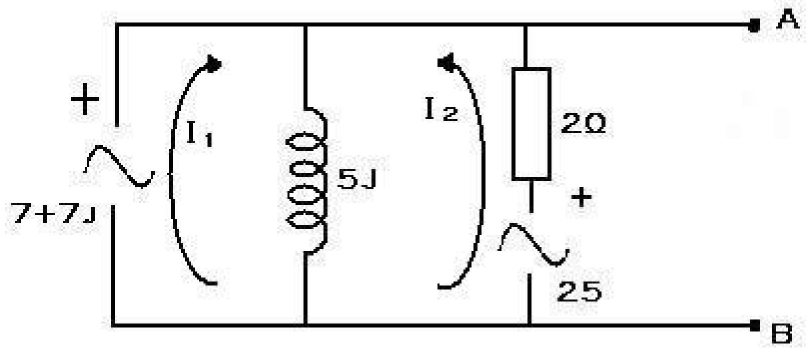


Imagen 23.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Sacamos las ecuaciones y resolvemos.

Sacamos las ecuaciones y resolvemos:

$$\begin{cases} 5j^*(I_1+I_2)=(7.07+7.07j) \\ 25=5j^*(I_1+I_2)+2^*I_2 \end{cases}$$

Resolviendo este sistema llegamos a que:

$$\boxed{I_2=9-3{,}5J}$$

Con este valor de intensidad es fácil llegar a que:

$$\boxed{V_T=-I_2{}^*2+25}$$

$$\boxed{V_T=-2^*(9-3{,}5J)+25}$$

Por lo tanto la tensión equivalente Thevenin será:

$$\boxed{V_T=7+7J}$$

Valor que, por otra parte podíamos haber obtenido de una forma mas sencilla desplazándonos del punto A al punto B pasando por la fuente de valor V= 7+7j.

Calculamos ahora la impedancia Thevenin, cortocircuitando las fuentes de tensión y abriendo, si las hubiera, las fuentes de corriente nos queda el siguiente circuito:

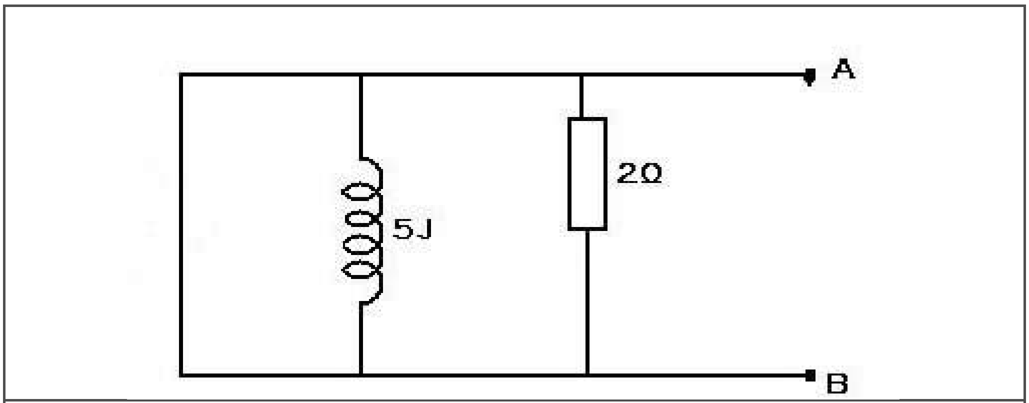
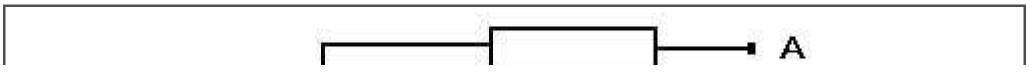


Imagen 24.
Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Fácilmente llegaremos a que el valor de la impedancia Thevenin es:

$$\boxed{Z_T=1{,}7+0{,}7J}$$

Por lo tanto el circuito equivalente Thevenin es el siguiente:



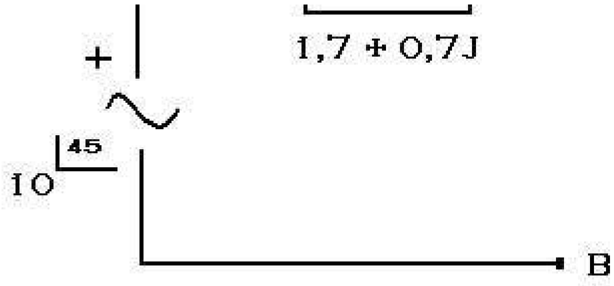


Imagen 25.

Fuente: Elaboración propia creada con Paint.

Imprimible

Descargar imprimible

Aviso Legal

Aviso Legal

El presente texto (en adelante, el "**Aviso Legal**") regula el acceso y el uso de los contenidos desde los que se enlaza. La utilización de estos contenidos atribuye la condición de usuario del mismo (en adelante, el "**Usuario**") e implica la aceptación plena y sin reservas de todas y cada una de las disposiciones incluidas en este Aviso Legal publicado en el momento de acceso al sitio web. Tal y como se explica más adelante, la autoría de estos materiales corresponde a un trabajo de la **Comunidad Autónoma Andaluza, Consejería de Educación y Deporte (en adelante Consejería de Educación y Deporte**).

Con el fin de mejorar las prestaciones de los contenidos ofrecidos, la Consejería de Educación y Deporte se reserva el derecho, en cualquier momento, de forma unilateral y sin previa notificación al usuario, a modificar, ampliar o suspender temporalmente la presentación, configuración, especificaciones técnicas y servicios del sitio web que da soporte a los contenidos educativos objeto del presente Aviso Legal. En consecuencia, se recomienda al Usuario que lea atentamente el presente Aviso Legal en el momento que acceda al referido sitio web, ya que dicho Aviso puede ser modificado en cualquier momento, de conformidad con lo expuesto anteriormente.

Régimen de Propiedad Intelectual e Industrial sobre los contenidos del sitio