INSTITUTO de ENSEÑANZAS a DISTANCIA de ANDALUCÍA

2º de Bachillerato

Física

Contenidos

Física del siglo XX: Introducción a la Teoría Especial de la Relatividad

1. Introducción

Cierra los ojos por un momento y piensa: ¿qué objetos de la habitación están a tu derecha? Ahora date la vuelta y vuelve a hacerte la misma pregunta. ¿Son los mismos?

Si tu respuesta es "SÍ" es porque.....

¡Todo es relativo!

Ahora ponte de nuevo en situación y observa:

- El árbol de la primera imagen, ¿está a la izquierda o a la derecha del camino? Como sabes, la respuesta es: **depende.** Del camino elegido y del sentido en el que lo recorramos.
- La Luna, ¿está arriba o abajo? De nuevo la respuesta es: depende desde donde la estemos observando.

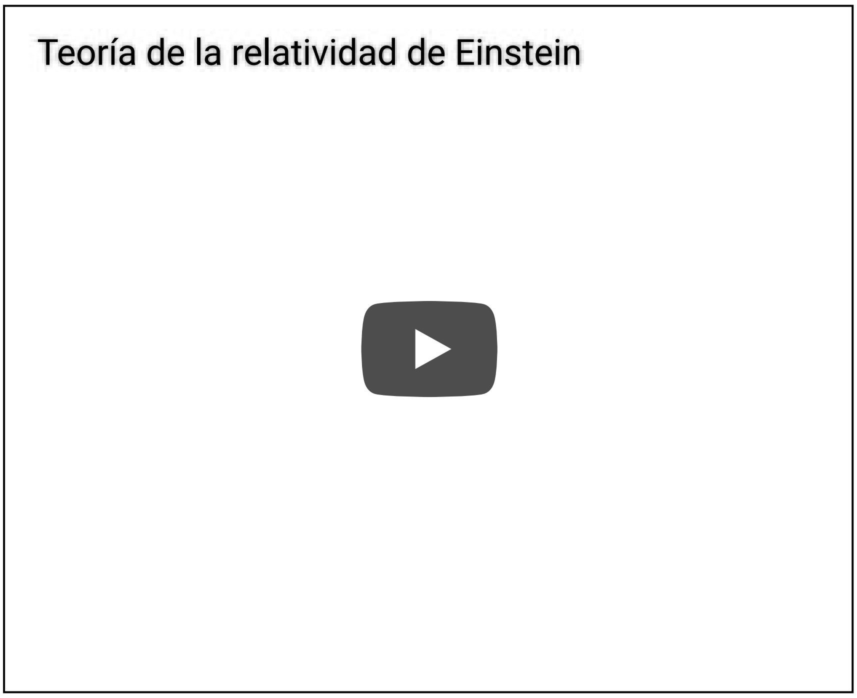
Fotografía de Relampague en Flickr. CC

Imagen de Kyle en Wikimedia Commons. CC0

Imagen de NASA en Wikimedia Commons. CC0

La Teoría de la Relatividad Especial que vamos a ver en este tema es mucho más que eso. Es una teoría que viene a cambiar nuestra concepción de la naturaleza y, como cualquier cambio, necesitó de un tiempo para asentarse entre la comunidad científica. Sobre todo si, como ocurre en este caso, de esta teoría se deducen cosas tan extrañas como que el tiempo puede ir más deprisa para una persona que para otra y que, por tanto, una de ellas podría "visitar" el futuro de la otra si se dan las condiciones adecuadas, según sea la velocidad entre ellos.

Como verás, no hay nada de magia en la teoría, está asentada sobre unos cimientos muy sólidos y comprobada experimentalmente. Échale un vistazo a este vídeo que puede servirte de introducción al tema.



Vídeo de cegel alojado en Youtube

2. Sistemas de referencia

¿Has pensado alguna vez si es posible encontrar un punto en el Universo que esté en reposo absoluto?. Hazlo y caerás en la cuenta de que el estado de reposo o movimiento son conceptos relativos. Por ejemplo, en la imagen observamos a Luis bajando y a Jorge subiendo. Si preguntáramos a cada uno, ambos pueden decir con propiedad que están en reposo y que es el otro el que se está moviendo.

Imagen de Verónica Rodríguez en Flickr. CC

¿Cuál de los dos tiene razón? La respuesta a esta pregunta puede parecer que no tiene mucho sentido, los dos y ninguno. Lo cierto es que la respuesta depende del sistema de referencia elegido.

Esta misma situación se repite cada vez que observamos un cuerpo en movimiento. De hecho, con frecuencia afirmamos que los objetos en la Tierra están en reposo cuando en realidad se están moviendo solidariamente con la Tierra. En la siguiente animación representamos esto.

Sistemas de referencia de Jesús Peñas en Educaplus bajo CC BY NC ND

La búsqueda del reposo absoluto ha ocupado a los científicos durante mucho tiempo, y siempre sin éxito. Para Aristóteles el reposo era el estado natural de los cuerpos. Sin embargo, Galileo demostró que el reposo y el movimiento uniforme eran indistinguibles. Esta idea, que sirvió a Newton para desarrollar los principios de la dinámica, es la base sobre la que se apoya todo lo que viene a continuación.

3. La transformación de Galileo

Imagina que deseamos estudiar algún evento desde dos puntos de vista.

- Desde el interior del vagón de un tren que viaja con cierta velocidad V' respecto de la Tierra. Llamaremos a este tren sistema de referencia S'.
- Desde el andén que, lógicamente, está reposo respecto de la Tierra. El andén será nuestro sistema de referencia S.

Si el evento ocurre dentro del tren supondremos que podemos observar y medir el objeto desde el andén, cuando lo hagamos, imaginaremos que el tren es "transparente".

Como evento puedes pensar casi en cualquier cosa: una pelota que cae, una partida de ping pong, otro tren que se mueve respecto de S y S',...lo que sea.

Vamos a situar en cada sistema a un observador que medirá las posiciones del objeto (Juan y Marta en nuestro ejemplo).

Los sistemas de referencia S y S´son como los que se representan en la figura.

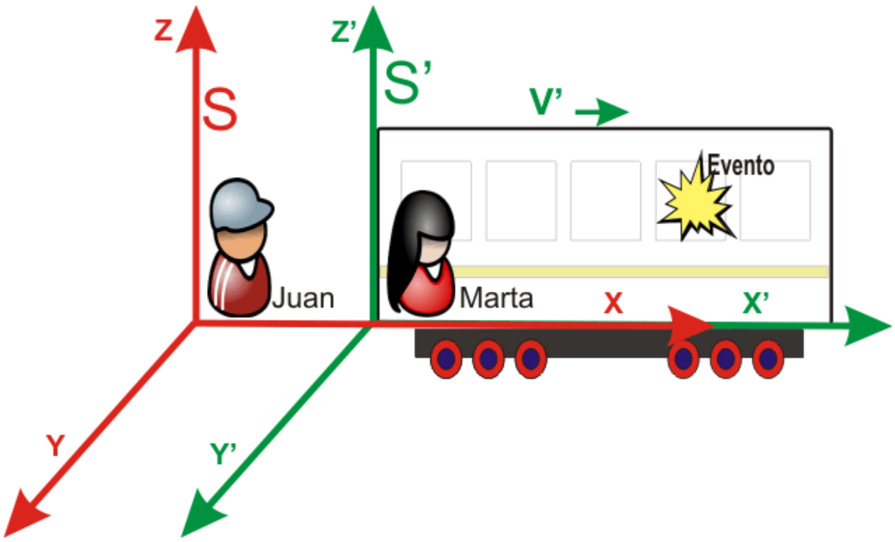


Imagen de Juancarcole en Wikimedia Commons. CC

El tren (sistema S´) se mueve hacia la derecha con una velocidad constante V'. Si elegimos como instante inicial el momento en que el tren pasa justo por un punto concreto del andén (sistema S), podremos escribir $x_0=x'_0=0$ que son las posiciones iniciales. Además, conforme el tren se va desplazando, su posición respecto del andén puede obtenerse x=vt.

Fíjate ahora en los dibujos siguientes: La posición del evento que mide Juan se describe por las coordenadas (x,y,z). Sin embargo, la posición del mismo evento que mide Marta se describe por (x',y',z')

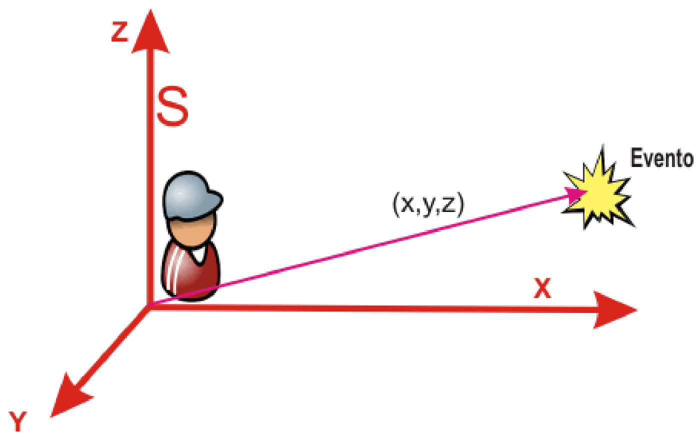


Imagen de Juancarcole en Wikimedia Commons. C C

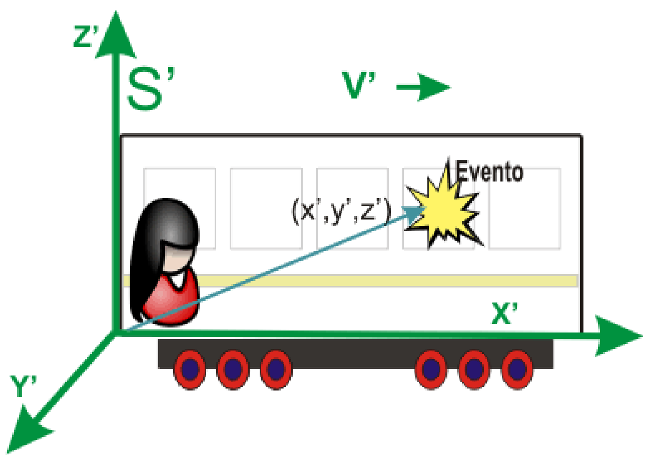


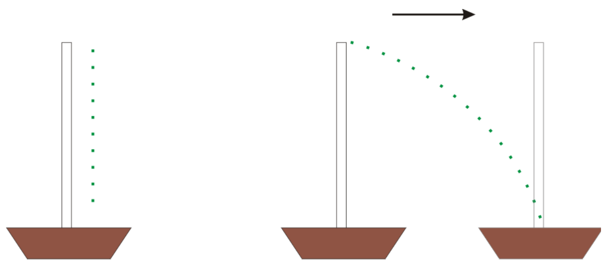
Imagen de Juancarcole en Wikimedia Commons. CC

Como hemos supuesto que el tren se mueve de izquierda a derecha, podemos afirmar que las coordenadas y y z son las mismas en ambos sistemas de referencia. Además puesto que el tren se mueve a velocidad V', la coordenada x medida por Juan irá aumentando conforme el tren se aleja. En resumen, si queremos relacionar la posición que mide Juan con la que mide Marta, obtenemos unas expresiones como estas:

$$\begin{aligned} x' &= x - V't \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \qquad \text{o bien} \qquad \begin{aligned} x &= x' + V't \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}$$

La última igualdad, t' = t, la hemos escrito para reflejar algo que a lo mejor te parece evidente, estamos suponiendo que el tiempo transcurre igual para ambos observadores. Aunque esto es algo que está muy de acuerdo con el sentido común y nuestra experiencia diaria, no lo des por seguro, en los próximos apartados veremos que hay que matizar esta afirmación.

En la película Ágora hay muchas escenas en las que se plantea el movimiento de objetos vistos desde diferentes sistemas de referencia. Te presentamos aquí una escena en la que Hipatia comprueba el movimiento de un objeto que cae desde el mástil del barco en el que viaja. Hipatia comprueba cómo, desde su punto de vista, el objeto cae verticalmente a pesar de que el barco se está desplazando. A la derecha representamos la trayectoria que vería un observador en reposo exterior al barco.



Movimiento del saco que observa Hipatia desde el interior del barco

Movimiento del saco respecto de un observador externo en reposo

Vídeo subido por Tarpafar a Youtube

Imagen de Juancarcole en Wikimedia Commons. CC

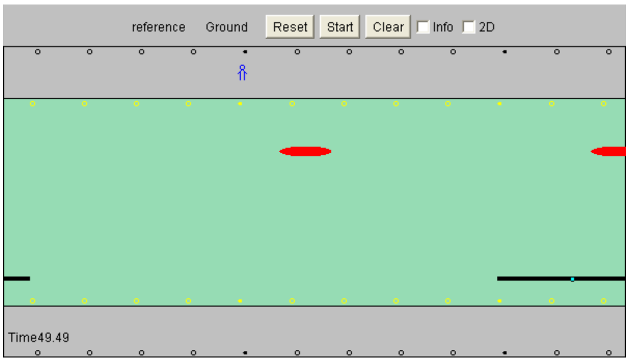
4. Principio de relatividad de Galileo

Vamos a hacer unas operaciones matemáticas a partir de las expresiones del apartado anterior. ¿Recuerdas la definición de velocidad instantánea?, se puede obtener derivando la posición respecto al tiempo.

$$\frac{dx'}{dt}=\frac{dx}{dt}-V' \longrightarrow v'=v-V'$$

Esta expresión matemática refleja un resultado muy lógico desde el punto de vista de nuestra experiencia común: La velocidad que mide Marta (v') es la que mide Juan (v) menos la velocidad del tren (V')

En el siguiente applet puedes comprobar que este resultado es el que cabía esperar. El applet simula el movimiento de unas barcas por un río. También se representa una balsa que se mueve a la deriva y una persona que está andando por la orilla. Al situar el cursor (sin hacer clic) sobre cualquiera de los elementos te sitúas allí y puedes observar cómo ahora es el resto del paisaje que parece moverse respecto de ti. Prueba a situar el cursor sobre la orilla, la persona, las barcas y la balsa y observa el resultado. También puedes marcar la opción info y verás representados los vectores velocidad de cada elemento.



Clic en la imagen para iniciar la animación

Pero vamos a seguir haciendo operaciones. ¿Recuerda que si derivamos la velocidad respecto del tiempo obtenemos la aceleración?, pues si hacemos esto con la ecuación de arriba (recuerda que V' es constante) obtenemos:

$$\frac{dv'}{dt}=\frac{dv}{dt} \longrightarrow a'=a$$

¿Qué quiere decir esto? La respuesta es fácil y sorprendente, ¡Desde los dos sistemas de referencia medimos la misma aceleración! y, por tanto, las fuerzas que explican el movimiento (recuerda **F=m·a**) son las misma en ambos sistemas.

Traducido al lenguaje común esto significa que no hay ninguna diferencia entre un sistema en reposo o un sistema que se mueva con velocidad constante respeto de él. Lo cierto es que de esto tenemos muchas experiencias: por ejemplo si estás en un ascensor cerrado al exterior que sube o baja con velocidad constante no podrías distinguir si está en reposo o movimiento, sólo detectas cambios cuando el ascensor frena o acelera (donde la velocidad deja de ser constante).

Este resultado constituye el Principio de la Relatividad de Galileo, que podemos enunciarlo así:

Los sistemas de referencia inerciales son físicamente indistinguibles, las leyes de la Física se cumplen p
Esto quiere decir que no hay ningún experimento que nos permita saber sin nos encontramos en un si
reposo o en otro que se mueva a cierta velocidad constante respecto del primero.

En el ejemplo del movimiento de caída de un objeto que hemos visto en el apartado anterior (barco de Hipatia), los dos observadores pueden explicar el movimiento simplemente por acción de la misma fuerza gravitatoria. La diferencia entre ellos está en que, respecto del observador en reposo, el objeto lleva una velocidad horizontal inicial cuando cae, lo que le obliga a describir una trayectoria parabólica. Pero debes caer en la cuenta que las fuerzas son las mismas en ambos sistemas (F=F')

Ejercicio resuelto

El indicador de velocidad de un coche A marca 66 km/h cuando es adelantado por otro coche B que circula a 120 km/h

¿Qué distancia separará a ambos vehículos al cabo de 12 segundos, si suponemos que todo el movimiento se produce en la misma recta?

Mostrar retroalimentación

La velocidad de B medida desde A es $v'=120-66=54$ km/h$=15$ m/s

A esta velocidad, en 12 segundos, el coche B recorrerá una distancia $\Delta x=15\cdot 12=180$ m

Para saber más

Fuerzas de inercia

Imagina que te encuentras de pie en el interior de un autobús en reposo. En el momento en que arranca te ves impelido hacia atrás. ¿Qué fuerza es la te ha empujado hacia atrás?, ¿qué o quién ha ejercido esa fuerza?, recuerda que las fuerzas son una forma de medir interacciones, por lo que es necesario un cuerpo que la ejerza y otro que la reciba. Esta misma situación aparece cuando el autobús frena o cuando gira para tomar una curva, pero no cuando el autobús se mueve a velocidad constante en una línea recta.

Fíjate bien, esta "fuerza extraña" (no existe ningún cuerpo que la ejerza) sólo aparece cuando el autobús abandona el estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme, es decir, cuando el autobús se convierte en un **sistema de referencia no inercial**.

Como ves, aparentemente, en este caso no se cumplen las leyes de Newton ya que no hay ninguna fuerza neta sobre ti y sin embargo te ves acelerado hacia atrás.

Y así ocurre en realidad. Sin embargo, podremos seguir utilizando las leyes de Newton (en particular $F=ma$) si nos "inventamos" una nueva fuerza, llamada fuerza de inercia que actúa sólo cuando el sistema en el que se observa está acelerado (sistema no inercial)

Son fuerzas que aparecen en los sistemas de referencia no inerciales (sistemas acelerados)

5. Experimento de Michelson y Morley

Las ecuaciones de Maxwell confirmaron que la luz tenía un carácter ondulatorio, así que los físicos del siglo XIX le atribuyeron todas las características conocidas a otros tipos de ondas, por ejemplo, la necesidad de un medio para propagarse.

Esto planteaba una cuestión interesante: ¿Sobre qué medio se propagaba la luz? Recuerda que la luz es capaz de viajar desde las estrellas a nosotros, donde no hay ningún medio material conocido.

De esta forma, como el medio de propagación era desconocido, sólo se podía conjeturar sobre cómo debía ser. A este medio, que impregnaba todo el espacio, que además debía ser muy elástico y no tener masa, se le llamó **éter**.

Fíjate que la situación que se generó era bastante absurda. Por un lado, la existencia del éter era necesaria como soporte para la propagación de la luz; por otro, el éter no era en modo alguno perceptible, todas las tentativas de llegar a saber algo sobre su densidad o presión no condujeron absolutamente a nada.

A pesar de ello, muchos científicos se lanzaron a la búsqueda del éter, conscientes de que, de haberse confirmado su existencia, este representaría el estado de reposo absoluto, a partir del cual podríamos medir el resto de velocidades.

Imagen de IsabelleVP en Wikimedia Commons. GNU

Así que, como siempre ocurre en ciencia, la experiencia es la que debe decidir la existencia o no del éter.

¿Hay alguna manera de comprobar experimentalmente si el éter existe o no?. En 1887 Albert Michelson (Premio Nobel de Física, 1907) y Edward Morley diseñaron un experimento que está considerado uno de los más importantes de la historia de la física.

Michelson y Morley pensaron que, como un objeto que viaja contra la corriente es más lento que uno que se desliza a favor de ella, la velocidad de la luz debería ser distinta según la dirección en que se desplaza el éter. Así que diseñaron un aparato como el de la figura, en el que dividían un haz de luz y la obligaban a recorrer dos caminos distintos, para juntarse de nuevo en un detector. Si la velocidad de la luz es diferente según la dirección, uno de los haces de luz divididos llegaría al detector con un cierto tiempo de retraso respecto del otro, y esto se observaría en forma de interferencia.

Las imágenes siguientes muestran un interferómetro como el utilizado por Michelson-Morley y un esquema de la trayectoria de los haces de luz.

Imagen en Wikimedia Commons de Cantons-de-l'Est. CC

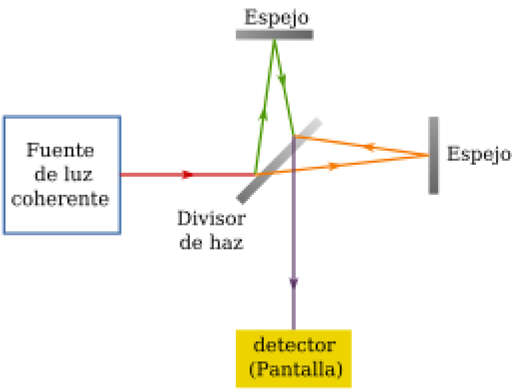


Imagen en Wikimedia Commons de Nahuel.necochea. CC0

El resultado fue desconcertante: la velocidad de la luz es exactamente igual en todas las direcciones lo cual significa que, si existía el éter, debía estar en reposo en todas las direcciones. Puesto que la Tierra se mueve, que el eter estuviera en reposo debería ser imposible. En consecuencia el éter no debía existir.

La siguiente simulación te permite controlar la "velocidad del éter (aether)" y la orientación del interferómetro (botones +/-). Al hacer clic en "play" podrás seguir la trayectoria de los haces de luz.

6. Postulados de la Teoría Especial de la Relatividad

Habrás visto las animaciones y todos los antecedentes que han llevado a cuestionarse la Física del momento. Desde luego, uno de los puntos de inflexión fue el intento de hallar el ÉTER.

Con los resultados del experimento de Michelson-Morley sobre la mesa, era difícil mantener la existencia del éter como medio soporte de las ondas electromagnéticas (recuerda que la luz es una onda electromagnética).

Pero, si no existe el éter, ¿con respecto a qué debe medirse la velocidad de la luz? La respuesta de Einstein fue tajante: la velocidad de la luz (en el vacío) es la misma en cualquier sistema de referencia inercial, la mida quien la mida. Después de todo, eso es lo que indicó el experimento de Michelson y Morley. Esta es la base de la Teoría Especial de la Relatividad, que se apoya en dos postulados:

- **La velocidad de la luz es constante en cualquier sistema de referencia.**

Este postulado va en contra del sentido común que, como hemos visto en apartados anteriores, nos invita a pensar que las velocidades se suman. Este principio nos informa que a la velocidad de la luz no podemos sumarle nada, todos los observadores miden el mismo valor.

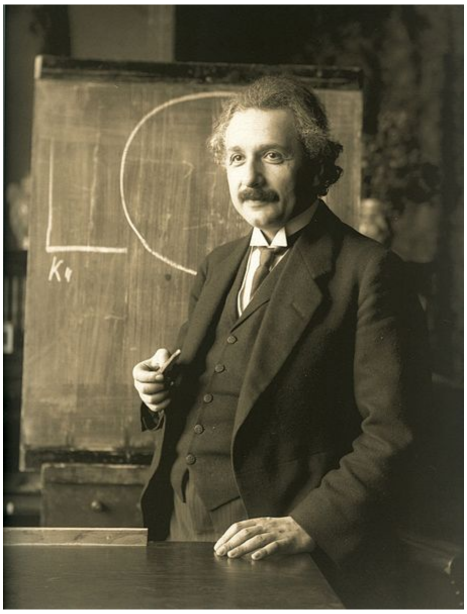


Imagen de Hemulen en Wikimedia Commons. CC0

- **Las leyes de la física son las mismas para todos los sistemas inerciales (sistemas que se mueven entre sí con velocidad constante y sin gravedad)**.

Esto viene a decir que los sistemas inerciales son físicamente indistinguibles, no hay experimento que nos permita distinguir un sistema de inercial u otro.

Para que estos principios se cumplan es necesario abandonar la transformación de Galileo. Einstein años antes. Esto es lo que te vamos a explicar a continuación.

7. La transformación de Lorentz

Después de ver los postulados de la Teoría de la Relatividad, en particular la constancia de la velocidad de la luz, debemos aceptar que hay que revisar las ecuaciones de transformación de Galileo. La razón es que ahora no podemos sumar velocidades alegremente, estamos limitados a no superar la velocidad de la luz.

Einstein se dio cuenta que la transformación adecuada para las nuevas condiciones de su teoría eran las llamadas ecuaciones de transformación de Lorentz. Su deducción se escapa un poco de los objetivos de nuestro curso aunque, si estás interesado, puedes echar un vistazo a este enlace.

Sin embargo, las consecuencias que se derivan de ellas son particularmente interesantes y, a veces, asombrosas. Así que nuestro plan es presentarte estas ecuaciones de transformación y, en los apartados siguientes, ver estas consecuencias.

Recuerda que los valores (x,y,z,t) son los valores de posición y tiempo que mide un observador en reposo respecto de otro que se mueve a velocidad v' respecto de él. Este observador en movimiento mide unos valores (x',y',z',t'). La relación entre unos valores y otros es:

$$x' = \gamma(x - v't) \;;\; y' = y \;;\; z' = z \;;\; t' = \gamma\left(t - \frac{v'}{c^2}x\right)$$

donde: $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}$ y $c = 3\cdot10^8$ m/s (velocidad de la luz en el vacío)

Fíjate bien, en las ecuaciones aparece la constante γ. De su definición podemos deducir lo siguiente:

1. Si la velocidad v' es pequeña en comparación con la velocidad de la luz, (v'<<c) , la constante γ es prácticamente igual a 1. (γ≈1). Estas son las velocidades que nosotros observamos en nuestra vida. Cambia estos valores en las ecuaciones de transformación y tendrás las ecuaciones de transformación de Galileo. ¡Esa es la razón por la que nosotros no observamos efectos relativistas en nuestra experiencia cotidiana!.
2. La velocidad v' no puede ser igual o mayor que c ya que, si así fuera, γ sería infinito o un número imaginario. Esto es fantástico, uno de los postulados de la Teoría de la Relatividad aparece como consecuencia de la transformación de Lorentz.

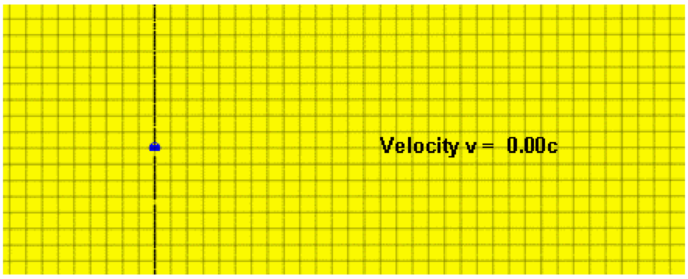


Imagen de Cantons-de-l'Est en Wikimedia Commons. CC

TRANSFORMACIÓN DE LAS VELOCIDADES

Jugando con las ecuaciones del movimiento al igual que se hizo con las ecuaciones de transformación de Galileo, si se pretende saber qué velocidades miden diferentes observadores de acuerdo con las nuevas relaciones de transformación de Lorentz, debes hacer lo mismo que antes, derivar las posiciones respecto del tiempo. No obstante ahora la cosa no es tan rápida ya que el tiempo que miden ambos observadores es diferente (recuerda que ahora t≠t').

Como en otras ocasiones, no se está demasiado interesados en el desarrollo matemático y sí en el resultado. De esta manera, si imaginas una situación similar a la empleada en la transformación de Galileo, esto es, un evento que se observa desde un sistema S' que se mueve a velocidad V' respecto de un sistema S (en reposo). :

$$v' = \frac{dx'}{dt} = \frac{v - V'}{1 - \frac{vV'}{c^2}}$$

En esta expresión:

- v' es la velocidad del evento que mide el observador situado en S'
- v la velocidad que mide el observador situado en S
- V' es la velocidad del sistema de referencia S', medida desde el sistema S que consideramos en reposo.
- c la velocidad de la luz

Ejercicio resuelto

Una nave espacial viaja a 0.8c respecto de la Tierra. Desde ella se observa una segunda nave que la adelanta con una velocidad relativa de 0.4c. Calcula la velocidad de la segunda nave respecto de la Tierra.

Mostrar retroalimentación

Para poder aplicar correctamente la fórmula de transformación de velocidades de Lorentz lo primero que debemos hacer es identificar las variables de nuestro problema. El evento que queremos analizar es el movimiento de la segunda nave.

- V'=0.8c es la velocidad del sistema S' (la primera nave) respecto del sistema S (la Tierra)
- v'=0.4c es la velocidad que mide el observador S' de la segunda nave.

El problema consiste en calcular v, velocidad de la segunda nave respecto del sistema S. Ahora podemos aplicar la fórmula:

$$0.4c = \frac{v-0.8c}{1-\frac{v0.8c}{c^2}} = \frac{v-0.8c}{1-\frac{v0.8}{c}}$$

Despejando v obtenemos $v = 0.9c$

8. Simultaneidad

A simple vista el aspecto de las transformaciones de Lorentz que más llama la atención es el de la relatividad del tiempo. Vas a ver que el tiempo no transcurre igual para un observador en reposo que para un observador que se mueva a una velocidad v respecto de él. Esto es aparentemente absurdo y, como podrás comprobar, conduce a conclusiones que aparentemente desafían el sentido común.

Sin embargo, lo único que podemos achacarle a estas ecuaciones es precisamente eso, nuestras conclusiones están en contradicción con el sentido común. Pero el sentido común no es más que una generalización de nuestra experiencia en situaciones cotidianas. ¿Podemos considerar experiencia cotidiana el que un objeto se mueva con una velocidad comparable a la de la luz? Desde luego que no, y esa es la razón por la que no debemos descartar las consecuencias de los postulados de la relatividad, sean cuales sean.

De hecho, la Teoría de la Relatividad también conduce a conclusiones "normales" cuando las velocidades son "normales".

Si observamos que dos sucesos ocurren en el mismo instante, ¿podemos afirmar que estos sucesos son simultáneos para todos los observadores?

Esta pregunta parece un poco absurda a primera vista, desde nuestra visión no relativista de la naturaleza la respuesta es simple: Dos sucesos simultáneos lo son se miren desde donde se miren.

Sin embargo, desde el punto de vista relativista esto no es así. Observa este vídeo y comprobarás que la simultaneidad o no de dos sucesos tiene mucho que ver con el estado de movimiento del observador. Fíjate también que el fenómeno sólo sería perceptible si la velocidad del vagón es comparable a la de la luz.

Vídeo de QuantumFracture alojado en Youtube

8.1. Dilatación del tiempo

Una consecuencia asombrosa de los postulados de Einstein es la relatividad del tiempo. Dicho de otra forma, los relojes de un observador en reposo y de un observador moviéndose a cierta velocidad respecto del primero, no corren a la misma velocidad.

En el vídeo siguiente se presenta una simulación de este fenómeno utilizando un "reloj de luz". Obsérvalo primero y después justificaremos matemáticamente este hecho.

Vídeo de himeservices alojado en Youtube

Simulador reloj de luz

No olvides que en este razonamiento es fundamental la suposición de que la velocidad de la luz es constante sea cual sea el estado de movimiento del sistema de referencia. De no ser así, a la velocidad de la luz habría que sumarle la velocidad del reloj (algo imposible según la teoría de la relatividad) y el tiempo entre dos pulsos sería el mismo en cualquier sistema.

Podemos hacer una construcción geométrica muy simple considerando el triángulo formado por la trayectoria del pulso de luz visto desde dentro y desde fuera de la nave. El triángulo sería como el de la figura, y en él podemos escribir:

$$Dentro\ de\ la\ nave:\ s = ct'$$
$$Fuera\ de\ la\ nave:\ s' = ct$$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$s'^2 = s^2 + d^2$$

Y teniendo en cuenta las relaciones de velocidad, espacio y tiempo:

$$c^2t^2 = c^2t'^2 + v^2t^2$$

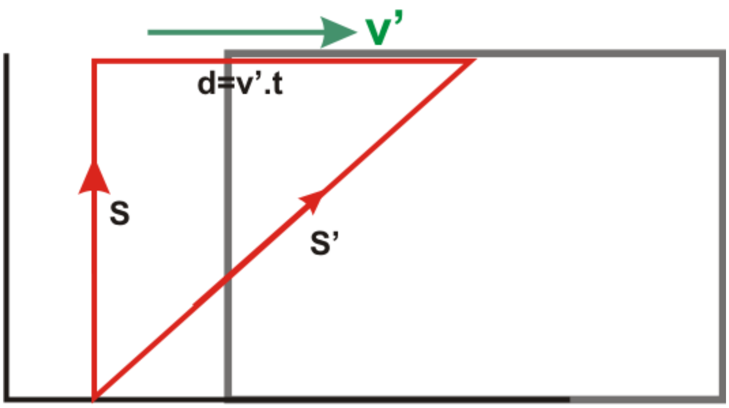


Imagen de Juancarcole en Wikimedia Commons. CC

A partir de aquí, haciendo operaciones obtenemos la siguiente relación entre el tiempo medido por el por el observador en reposo y el que mide el observador que se encuentra dentro de la nave.

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma t'$$

finalmente, puesto que $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > 1\ (siempre)$ concluimos que **t>t'** . El tiempo transcurre más deprisa para el observador que está en reposo.

La relatividad del tiempo nos ofrece resultados tan interesantes como la siguiente **paradoja de los** gemelos, en la que el tiempo pasa de forma distinta para dos gemelos, uno de los cuales realiza un viaje espacial a una velocidad próxima a la de la luz, mientras que el otro se queda en Tierra.

El siguiente vídeo muestra cómo el tiempo pasa más despacio para el gemelo que realiza el viaje.

Vídeo de dhij1 alojado en Youtube

Ejercicio resuelto

Jorge y Manuel son hermanos gemelos y tienen 30 años. Manuel es astronauta y realiza un viaje espacial de ida y vuelta a una velocidad constante de 0.7c. Cuando llega a su destino de nuevo en Tierra, observa que su viaje ha tenido una duración de 15 años.

¿Cuál será la edad de Jorge en ese momento, que se ha quedado en Tierra?

Mostrar retroalimentación

El tiempo que ha transcurrido para el gemelo que queda en Tierra es:

$$t = \frac{15}{\sqrt{1-\frac{(0.7c)^2}{c^2}}} = 21\ años$$

La edad de Jorge será entonces 30+21=51 años, 6 más que su hermano gemelo

8.2. Contracción de la longitud

Fíjate en la imagen en la que un barco se desplaza con velocidad constante respecto del puerto, que suponemos en reposo. En este apartado nos proponemos demostrar que la longitud del barco depende del lugar desde donde se mida, desde el propio barco o desde el puerto.

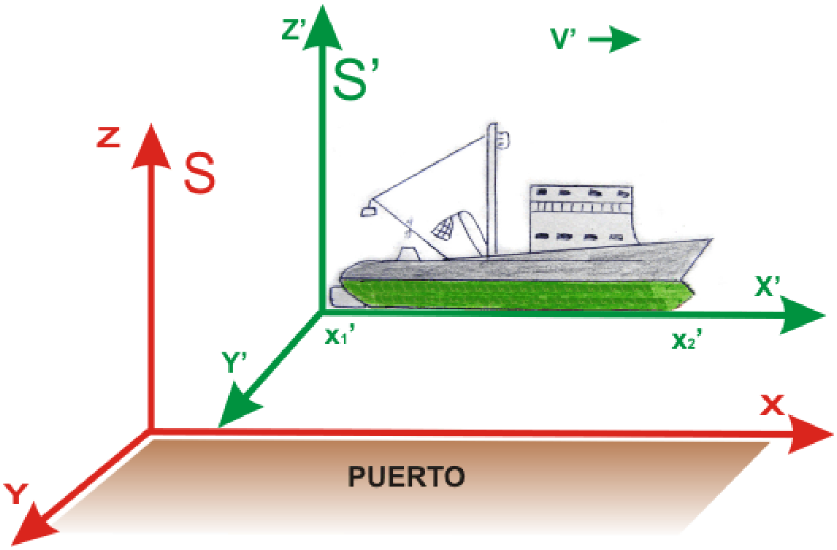


Imagen (adaptada) de la existente en Wikimedia Commons de Edward the Confessor. GNU

I) Desde el barco

La longitud del barco que mide el patrón se obtiene fácilmente restando las posiciones $\Delta x' = x'_2 - x'_1$ de los extremos del barco. Imagina que esta medición le da un resultado de 32 m.

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = 32\ m$$

II) Desde el puerto

Un observador situado en el puerto deberá medir las posiciones de los extremos simultáneamente ya que, de lo contrario, cuando mida el segundo extremo el barco se habrá desplazado una cierta distancia y el resultado será erróneo. Para este observador la longitud del barco es $\Delta x = x_2 - x_1$. Ahora bien, las ecuaciones de transformación de Lorentz nos permiten relacionar Δx con $\Delta x'$

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - v't) - \gamma(x_1 - v't) = \gamma(x_2 - x_1) \longrightarrow \Delta x' = \gamma \Delta x$$

recuerda que $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}$

Así que resulta que ambos observadores no miden la misma longitud. Además, puesto que el factor γ siempre es mayor que 1 ($\gamma > 1$), resulta que Δx siempre es menor que $\Delta x'$. Por lo tanto podemos afirmar que, **para el observador en movimiento, las longitudes son siempre más cortas**.

¿Por qué no se tiene en cuenta esta diferencia en las medidas que hacemos nosotros en nuestra vida? La razón, una vez más, se encuentra en que la diferencia entre ambas medidas es despreciable si la velocidad v' no es del orden de la velocidad de la luz. Esto se debe a que, para los valores que observamos nosotros en la naturaleza, podemos aproximar $\gamma = 1$.

No siempre se utilizan correctamente las ideas relativistas en televisión o cine. Aquí te dejamos el reflejo de un pequeño error cometido en una gran película: Blade Runner

Vídeo de juancastvaz alojado en Youtube

Ejercicio resuelto

Para celebrar la entrada del tercer milenio en la Tierra se celebra una carrera de naves espaciales. La ganadora de la prueba tiene una longitud de 240 m, medida en reposo.

¿Cuál fue la velocidad que alcanzó en la prueba si los observadores en Tierra (en reposo) midieron la longitud de la nave reducida un 10% respecto de su longitud en reposo?

Mostrar retroalimentación

La relación entre las longitudes de la nave medidas desde ambos sistemas de referencia es:

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma} \longrightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{0.9\Delta x'}{\Delta x'} = 0.9$$

Despejando v quedará:

$$\frac{v^2}{c^2} = 1-0.81 \longrightarrow v = 0.44c$$

9. Masa relativista

Seguro que recuerdas la expresión matemática de la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F = ma$$

Esta popular expresión nos dice que la aceleración de un cuerpo depende directamente de la fuerza resultante que actúe sobre él. De esta forma, si aplicáramos una fuerza indefinidamente sobre un cuerpo este iría aumentando su velocidad también de forma indefinida.

Pero la teoría especial de la relatividad nos dice que esto no funciona así, hay una velocidad que no puede sobrepasarse. ¿Resulta entonces que expresión matemática de la 2ª ley de Newton no es aplicable a todas las situaciones? Vamos a intentar resolver este dilema, porque llevamos tres años (desde 4ºESO) diciéndote que las leyes de Newton forman la base de la física que explica los movimientos en la naturaleza.

La solución la mostró Einstein (una vez más) al deducir que **la masa** de un cuerpo depende de su velocidad según la fórmula:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0$$

donde m_0 es la masa medida en reposo y m la masa medida a la velocidad v.

Fíjate que, de nuevo, cuando la velocidad es pequeña en relación con la velocidad de la luz, la fórmula anterior desemboca en que $m \approx m_0$. Esta es la razón por la que podemos pasar por alto esta corrección relativista en nuestra experiencia diaria, nosotros no vemos a diario nada que se mueva a velocidades tan desmesuradas.

Sin embargo, cuando la velocidad se aproxima a la de la luz, el cociente v^2/c^2 se va aproximando a 1 y, consecuentemente, el denominador es cada vez menor y la masa se hace cada vez mayor. En el límite, cuando v se aproxima a c, la masa se acerca a un valor infinito.

Ejercicio resuelto

Una partícula de 1 mg de masa en reposo es acelerada hasta una velocidad v=0.6c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Determine la masa de la partícula cuando se mueve a la velocidad v.

$c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Mostrar retroalimentación

La solución consiste en aplicar directamente la expresión de la masa relativista (la masa la expresamos en el SI, 1 mg=10^{-6} Kg)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{10^{-6}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}} = 1.25 \cdot 10^{-6}\ Kg$$

10. Equivalencia masa-energía

Te invitamos a utilizar las matemáticas para obtener un resultado muy popular:

Vamos a utilizar la expresión relativista de la energía cinética (su demostración está más abajo, en el apartado "Para saber más"):

$$E_C = mc^2 - m_0c^2$$

Observa la igualdad. El primer miembro representa una energía, así que cada uno de los términos del segundo miembro también deben representar una energía:

- El término m_0c^2 es la energía asociada al cuerpo en reposo. Se llama energía en reposo o energía propia

$$E_{reposo} = m_0c^2$$

- El término mc^2 es la energía relativista total

$$E = mc^2$$

Seguro que no es la primera vez que ves esta fórmula, existen infinidad de fotos y pósteres que la representan. En la imagen, te mostramos una pequeña muestra de ello, se trata de un sello emitido en Rusia dedicado a Albert Einstein.

Ahora estás en condiciones de conocer su significado, se trata de la expresión matemática que relaciona la masa de un cuerpo con su energía equivalente. Esta ecuación ilustra el **principio de equivalencia entre masa y energía**.

No es una fórmula cualquiera, en el tema siguiente, dedicado a la física nuclear, verás algunas de sus aplicaciones.

Imagen de Grebenkov en Wikimedia Commons
no sujeto a copyright

Para saber más

A partir de la expresión relativista de la masa podemos obtener la energía cinética que adquiere un cuerpo cuando actúa sobre él una fuerza resultante.

La deducción de esta expresión requiere que hagamos algunas operaciones matemáticas. Te sugerimos que le eches un vistazo al desarrollo matemático y, sobre todo, le prestes atención al resultado final.

En primer lugar vamos a sustituir la constante γ por un valor aproximado que se obtiene de desarrollar en serie la expresión de γ. El resultado es válido para velocidades mucho menores que c, que es el caso de nuestra experiencia cotidiana.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

Con este nuevo valor de γ obtenemos otra expresión para la masa relativista

$$m = \gamma m_0 \approx m_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = m_0+\frac{1}{2}\frac{m_0v^2}{c^2}$$

Multiplicamos por c^2 la expresión anterior

$$mc^2 = m_0c^2+\frac{1}{2}m_0v^2 = m_0c^2+E_c$$

Finalmente obtenemos **la energía cinética**, para velocidades pequeñas comparadas con c.

$$E_C = (m-m_0)c^2 = \Delta mc^2$$

Como ves, Δm representa la diferencia entre la masa en movimiento y la masa en reposo.

Ejercicio resuelto

Calcula la energía que ha sido necesario suministrarle a la partícula del ejercicio anterior (masa en reposo=1 mg) para que alcance la velocidad de 0.6c

$c=3\cdot10^8$ m/s

Mostrar retroalimentación

La energía que hay que suministrar será la diferencia entre las energías de la partícula en reposo y en movimiento. Esta energía se comunica lógicamente en forma de energía cinética, esto es:

$$\Delta E_c = mc^2-m_0c^2 = \Delta mc^2 = (1.25\cdot10^{-6}-10^{-6})(3\cdot10^8)^2 = 2.25\cdot10^{10}\ J$$

11. Confirmación de las predicciones de Einstein

Citando al propio Albert Einstein: "La teoría de la relatividad es una teoría parecida a un edificio de dos plantas, pues está compuesta de teoría de la relatividad especial y la teoría de la relatividad general.La teoría de la relatividad especial, base de la general, contempla todos los fenómenos físicos excepto la gravitación. La teoría de la relatividad general ofrece una ley gravitatoria y sus relaciones con las otras fuerzas de la naturaleza".

En el desarrollo de la teoría general, Albert Einstein planteó la idea de que la gravedad se debe a que los cuerpos con masa deforman el espacio-tiempo. Una de las predicciones de esta teoría era que la trayectoria de un rayo de luz proveniente de un objeto lejano debería desviarse al pasar cerca de un cuerpo suficientemente masivo, como el Sol.
La siguiente animación nos presenta este efecto. Podemos controlar la masa del Sol y su posición respecto del fondo de estrellas. Al hacer clic en "Go" la simulación nos muestra la trayectoria de los rayos de luz y, posteriormente, la posición aparente de la estrella.

El astrónomo inglés Arthur Eddington quiso saber si Einstein tenía razón. Para probarlo consideró que la luz de las estrellas situadas detrás del Sol debería doblarse al pasar rasando por la superficie de éste. Desde la Tierra veríamos esas estrellas en posiciones ligeramente alteradas respecto a las que se les han medido en otra época del año, cuando el Sol no está entre ellas. La pega es que la luz de las estrellas que están detrás del Sol únicamente es visible durante un eclipse total. De manera que Eddintong esperó el eclipse, buscó los medios y finalmente concluyó que la predicción de Einstein era correcta.

Curiosidad

La expedición de Eddington hizo sus históricas observaciones durante un eclipse que ocurrió el 29 de mayo de 1919 y que fue visible en la Isla Príncipe, frente al África occidental, y en partes de Brasil.

Eddington logró tomar 16 fotografías del eclipse y las estrellas circundantes. Al comparar la posición de éstas durante el eclipse con la posición conocida, sin el Sol de por medio,

Eddington concluyó que la desviación de los rayos luminosos era precisamente la predicha por la teoría de Einstein. Hoy sabemos que las mediciones de Eddington tenían una precisión de sólo 30%, de modo que, como decimos en la jerga científica, Eddington "cuchareó" para obtener los resultados que quería. De cualquier modo, el experimento se "cachareo" para obtener los resultados que quería. De cualquier modo, el experimento se ha repetido muchas veces y en todas se han confirmado las predicciones de la teoría general de la relatividad. Pero a Eddington le quedó el consuelo de conservar el honor de ser el primero en fotografiar una lente gravitacional.

Resumen

Importante

La base de la Teoría Especial de la Relatividad se apoya en dos postulados:

- **La velocidad de la luz es constante en cualquier sistema de referencia.**

Este principio nos informa que a la velocidad de la luz no podemos sumarle nada, todos los observadores miden el mismo valor.

- **Las leyes de la física son las mismas para todos los sistemas inerciales (sistemas que se mueven entre sí con velocidad constante y sin gravedad)**.

Esto viene a decir que los sistemas inerciales son físicamente indistinguibles, no hay experimento que nos permita distinguir un sistema de inercial u otro.

Importante

Dilatación del tiempo

El tiempo transcurre más deprisa para el observador que está en reposo.

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma t'$$

y puesto que $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > 1 \ (siempre)$ concluimos que **t>t'** .

Importante

Contracción de la longitud

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - v't) - \gamma(x_1 - v't) = \gamma(x_2 - x_1) \longrightarrow \Delta x' = \gamma \Delta x$$

recuerda que $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}}$ y siempre es mayor que 1 (γ>1), resulta que Δx siempre es menor que Δx'. Por lo tanto podemos afirmar que, **para el observador en movimiento, las longitudes son siempre más cortas**.

Importante

Masa relativista

Einstein dedujo que **la masa** de un cuerpo depende de su velocidad según la fórmula:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0$$

donde m_0 es la masa medida en reposo y m la masa medida a la velocidad v.

Cuando la velocidad es pequeña en relación con la velocidad de la luz, la fórmula anterior desemboca en que $m \approx m_0$. Sin embargo, cuando la velocidad se aproxima a la de la luz, el cociente v^2/c^2 se va aproximando a 1 y, consecuentemente, el denominador es cada vez menor y la masa se hace cada vez mayor. En el límite, cuando v se aproxima a c, la masa se acerca a un valor infinito.

Importante

Equivalencia masa-energía

$$E = m \cdot c^2$$

esta expresión matemática que relaciona la masa de un cuerpo con su energía equivalente es el **principio de equivalencia entre masa y energía**.

Aviso Legal

AVISO DEL SERVIDOR

Por motivos de seguridad esta página web solo está accesible mediante acceso seguro (https):

https://www.juntadeandalucia.es/Aviso_Legal_Andalucia_v04.htm

Por favor, actualice sus marcadores. Gracias.

Imprimible

Descargar imprimible