FC1 - Tema 6.3: Racionalidad práctica 3. La argumentación, la empresa: Lógica proposicional II

Racionalidad práctica 3. La argumentación, la empresa: Lógica proposicional II

Filosofía

1º Bachillerato

Contenidos

Racionalidad práctica 3. La argumentación, la empresa

Lógica proposicional II

Imagen en Flickr

Imagina que un día de estos en los que no tienes tiempo de nada, se aproxima la hora de comer de vuelta a casa y se te ocurre solucionar el almuerzo preparándote algo sencillo, por ejemplo un plato de espaguetis. Pensando en los ingredientes que necesitas, caes en la cuenta de que deberías pararte a comprar un paquete de sal y otra de pasta. Para acelerar el asunto decides acercarte a ese establecimiento que, aunque no te gusta demasiado, suele ser rápido por la ausencia de clientela. Coges los productos que buscabas y al pasar por caja el propietario te propone una oferta según él muy especial: puedes llevarte un lote de

productos de limpieza valorado en 20 € por el módico precio de 15€. Por supuesto, no te interesa, pero como éste insiste una y otra vez en la ventaja de esta compra, para escapar de la situación le respondes que lo pensarás detenidamente y que si te decides a comprarlo, volverás más tarde por su tienda.
Ya en el exterior y liberado de la presión, revisas distraídamente la cuenta:

1kg sal..........1’25 €
1 spaguettis...1’40€

Total..............5 €

Vuelves enojado, le explicas el error al tendero y como éste no entra en razón, sacas un bolígrafo y una libreta y haces la suma delante de él. Éste recapacita y admite la operación: debe devolverte 2,35€. Sin embargo, al recoger el dinero y disponerte a salir éste te retiene y te dice: “Ahora tienes que pagarme 15 €. ¿Recuerdas que me dijiste que vendrías si te decidías a comprar el lote de productos de limpieza? Pues como has venido, lo tiene que comprar”.
Este requerimiento conduciría probablemente a una larga discusión, una discusión que ya no podrías solventar con un simple cálculo que demostrara que tienes razón... ¿o tal vez sí?
Supón que sacas de nuevo el bolígrafo y la libreta y le haces la siguiente operación:

$[(p \to q) \land q] \to p$

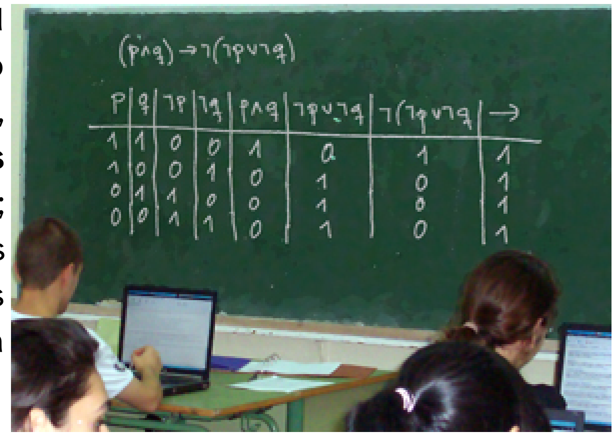
p	q	$p \to q$	$(p \to q) \land q$	$[(p \to q) \land q] \to p$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0
0	0	1	0	1

Con este nuevo cálculo demostrarías que de nuevo el equivocado era él. A pesar de haber afirmado que si te interesaba la compra volverías, volver no significa estar interesado en la compra. Su argumento sería incorrecto, como se observa en la tercera línea de valores de verdad de la tabla.
Pero, para qué vamos a engañarnos, está claro que la lógica no nos va a librar de situaciones como la anterior, entre otras cosas porque su uso no es tan general como el de las matemáticas, ni todo el mundo está dispuesto a analizar desinteresadamente los procesos

de razonamiento. En otros campos, como en el científico, la lógica es de gran utilidad y su empleo necesario para certificar la coherencia de sistemas de razonamiento complejos.

1. Las tablas de verdad

Importante



Clase en IES Alonso Sánchez de Huelva, 2009
Recurso propio

Una vez conocidos los valores de verdad atribuidos a cada uno de los casos de empleo de las conectivas, es posible establecer, **mediante tablas de verdad**, los **valores asignados a cualquier formulación compleja**; para ello deberemos descomponerla en sus elementos básicos e ir determinando los valores de verdad parciales hasta llegar al de la fórmula.

Por ejemplo, si quiero crear una tabla de verdad para la expresión (p → q) ∧ p, procederé determinando los valores de p → q y el resultado lo combinaré, de acuerdo con lo establecido para el conjuntor ∧, con los valores de p; así:

1º = valores de verdad de p y de q
2º = valores d"e verdad de p → q
3º = valores d"e verdad de (p → q) ∧ p

p	q	p → q	(p → q) ∧ p
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	0

Curiosidad

Ten en cuenta que:
Habremos de establecer todas las combinaciones de verdad posible entre los enunciados singulares que tengamos; cada vez que aparezca una proposición nueva, las combinaciones se duplican, así, para una, dos o tres proposiciones, estos son las combinaciones posibles:

p
1

p	q
1	1

p	q	r
1	1	1
1	1	0

0	1 0	1 0 1
	0 1	1 0 0
	0 0	0 1 1
		0 1 0
		0 0 1
		0 0 0

A la hora de establecer el valor de verdad de las proposiciones, **deberemos fijarnos sobre qué columnas actuamos y poner el resultado en la correspondiente a la operación.** A veces operamos en más de una ocasión sobre un valor, por ejemplo el de p; en cada caso deberemos mirar a la columna que le corresponde y volver a actuar sobre ella.

Hay que recordar que:

El negador ┐ se aplica sobre los valores de una sola columna, invirtiendo el resultado.

En la conjunción Λ, la disyunción V y el bicondicional ↔ es irrelevante el orden de las columnas sobre las que se aplican, sin embargo para determinar el **valor de verdad del condicional** → es necesario **considerar cuál es el antecedente y cuál el consecuente**, piensa que en el desarrollo de la tabla estos podrán situarse de forma indistinta a la derecha o a la izquierda el uno del otro.

Ejemplo o ejercicio resuelto

Practiquemos un poco. Vamos a desarrollar la tabla de verdad de la siguiente expresión: (p Λ q) → (q V p)

p	q	p Λ q	q V p	(p Λ q) → (q V p)
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	0	0	0	1

Comprueba lo aprendido

Ahora, inténtalo por ti mismo.

$$(p \land q) \rightarrow (q \lor p)$$

p	q	$p \land q$	$q \lor p$	$(p \land q) \rightarrow (q \lor p)$
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

En este caso te hemos ayudado con las combinaciones de verdad de p y de q, recuérdalas bien porque a partir de ahora deberás colocarlas tú mismo.

Importante

Recurso propio

Como resultado final en una tabla de verdad caben tres posibilidades:

- En **todos los casos** el valor de verdad es **verdadero** (1). Se trata de una **tautología**; una fórmula de razonamiento universalmente válida, independiente del valor de verdad de los enunciados que la componen.
- **Se combinan valores verdaderos** (1) con **falsos** (0). Es una fórmula **indeterminada** o contingente, satisfactoria para determinados valores de verdad pero no para otros
- En **todos los casos** el valor de verdad resultante es **falso** (0). La fórmula es una **contradicción**; la expresión no es válida en ninguna circunstancia.

Curiosidad

Una de las aplicaciones más notorias de la lógica matemática es la llevada a cabo en el campo de la informática. Las ciencias de la computación se basan en la lógica matemática tanto para el desarrollo de los sistemas de circuitos electrónicos, como para su empleo en la programación o el análisis de algoritmos u operaciones informáticas.

Interruptor lógico

Interruptor lógico

Archivos Wikimedia commons

Podemos ver un ejemplo de su empleo en su aspecto más tangible: los dispositivos electrónicos. Partiendo de nuestro sistema binario (1,0), los circuitos se construyen de acuerdo con patrones lógicos que determinan las respuestas en función de las entradas recibidas. Las señales eléctricas se transmiten por circuitos en los que se devuelven valores ajustados a los establecidos por las tablas de verdad. Los circuitos empleados reproducen las funciones ya conocidas: $\wedge$, $\vee$, $\neg$, aparte de otras como Equivalencia, Sí, O exclusiva, No -y, o No- o.

Si el tema te interesa, te aconsejamos este vídeo en inglés, pero con opción de subtítulos en español.

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/gI-qXk7XojA

Vídeo de CrashCourse en Youtube

1.1. Comprobación de la validez de una deducción mediante tablas de verdad

Importante

Como vimos en el tema anterior, **una argumentación tiene la forma** siguiente: **Premisa(s) → conclusión.** Así cuando argumentamos lo que hacemos es derivar una conclusión a partir de una suma de premisas.
El esquema sería el siguiente:

1. premisa
2. premisa
3. ...

conclusión

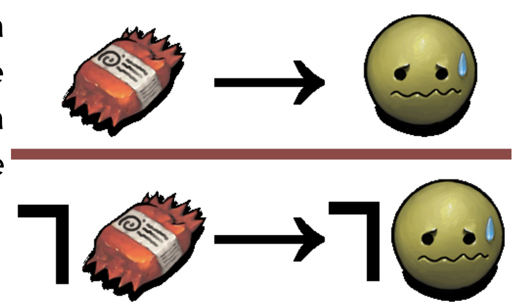
Como podemos observar, todo razonamiento es en realidad una fórmula condicional en la que el antecedente es la conjunción de las premisas y el consecuente la conclusión:

(Premisa Λ premisa Λ...) → Conclusión

Para comprobar la validez de un razonamiento utilizando las tablas de verdad habremos de resolver el razonamiento en una única expresión siguiendo el esquema anterior. Podemos decir que nos encontramos ante un esquema de razonamiento válido cuando el resultado es una tautología, o sea, cuando todos los valores de verdad finales son 1.
Veamos algunos ejemplos.

Comprueba lo aprendido

Imaginemos que una persona que sufre migraña descubre que siempre que toma chocolate padece dolores de cabeza; tras una breve reflexión llega a la conclusión siguiente: Si no tomo chocolate, no me dolerá la cabeza.
Podríamos formalizarlo así



Recurso propio a partir de iconos en IconArchive (Licencia CC)

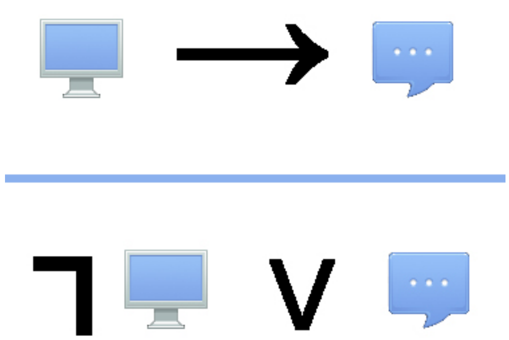
p = comer chocolate
q = sufrir dolores de cabeza
Las premisa sería: **(p → q)**
Y la conclusión: **(┐p→ ┐q)**

El argumento sería éste **(p → q) → (┐p→ ┐q)**: Si al tomar chocolate me duele la cabeza,entonces, al no tomarlo, no me dolerá.
Veamos la tabla de verdad:

p	q	p → q	┐p	┐q	┐p→ ┐q	(p → q) → (┐p→ ┐q)

¿Cómo interpretaremos este resultado? Se trata de un esquema de razonamiento que no es universalmente válido. Efectivamente, si toma chocolate, sufrirá los efectos de la migraña, pero eso no quita que su abstinencia garantice la ausencia de dolor; éste puede sobrevenir por otros alimentos (alcohol, conservas de pescado, etc.) o por otras innumerables causas fuera de su control. De este modo el resultado es incorrecto (0) en la línea tercera, cuando p=0: no come chocolate, y q=1: sufre dolor de cabeza.

Comprueba lo aprendido



Recurso propio desde iconos CC de Pixel-mixer

Pongamos otro razonamiento: "Siempre que tiene encendido ordenador está conectado al chat , así que su ordenador está apagado o está conectado al chat". Procedamos a formalizar el argumento:

p = tener encendido el ordenador.
q = estar conectado al chat.

La premisa sería: **(p → q)**

Y la conclusión: **(┐p V q)**

Tendríamos la siguiente fórmula. **(p → q) → (┐p V q)**.

Vamos a comprobar su validez mediante una tabla de verdad:

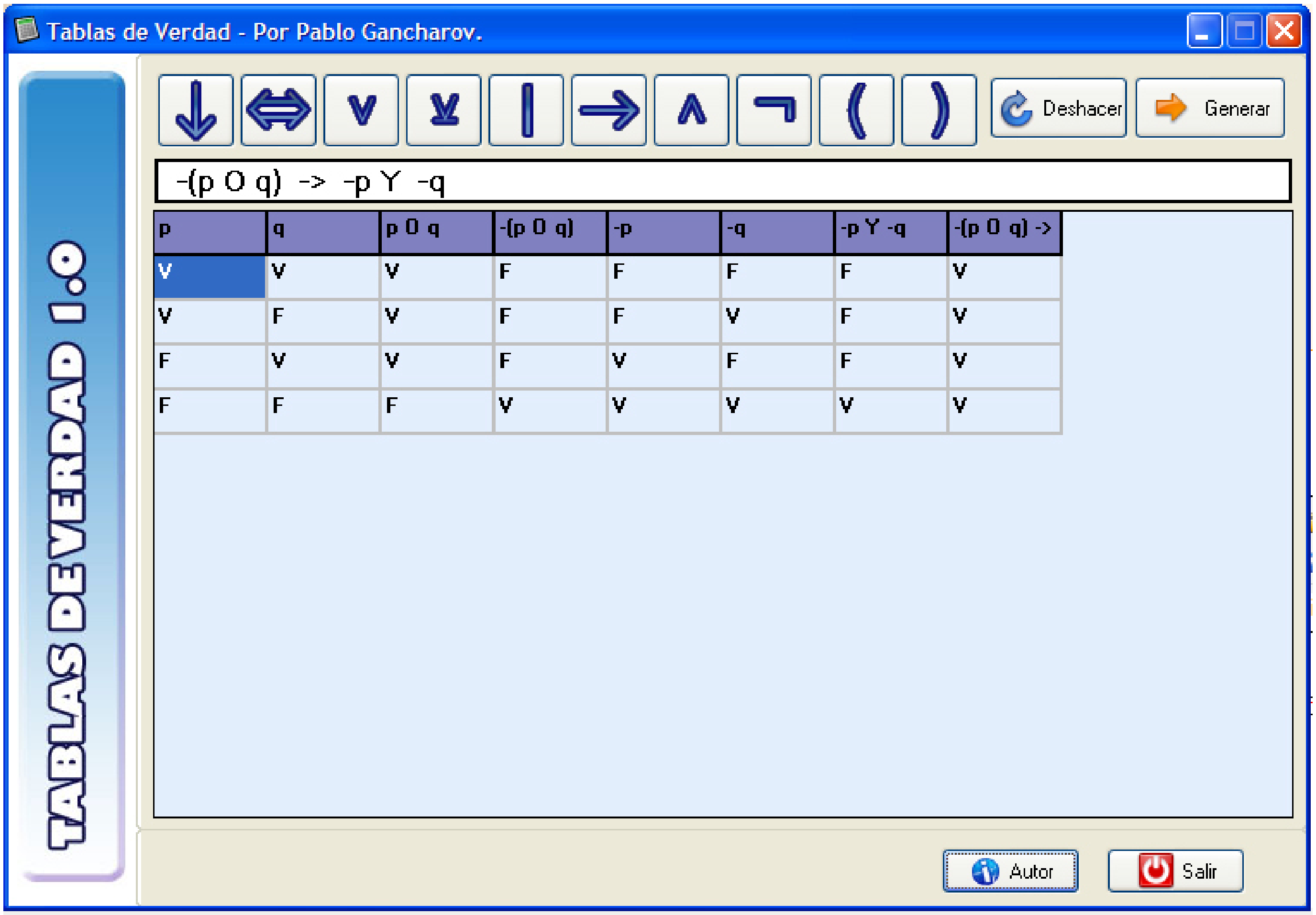
p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \vee q)$

En este caso sí observamos que todos los valores de verdad correspondientes a la columna final son verdaderos: el esquema de razonamiento es válido en cualquier circunstancia: tenga o no encendido el ordenador, y esté conectado al chat o no.

Curiosidad

En la página **Aprende Lógica** de **Francisco José Calzado Fernández** encontrarás, entre otras muchas utilidades, un práctico generador automático de tablas de verdad. Escribe la fórmula en el cuadro superior, y de modo inmediato obtendrás el desarrollo completo de la tabla. Tan sólo debes tener en cuenta el modo de introducir con el teclado las conectivas (ver aquí).

También existen programas para descargar en el ordenador, como **Tablas de verdad 1.0**.,desarrollado por el uruguayo **Pablo Gancharov** para Windows y Linux bajo licencia pública (GNU) y que puedes abrir desde el icono del programa sin instalación; en este caso cuentas con botones para escribir los símbolos sin necesidad de combinar teclas.


Tablas de Verdad - Por Pablo Gancharov.
TABLAS DE VERDAD 1.0
Deshacer
Generar
-(p O q) -> -p Y -q
p | q | p O q | -(p O q) | -p | -q | -p Y -q | -(p O q) ->
V | V | V | F | F | F | F | V
V | F | V | F | F | V | F | V
F | V | V | F | V | F | F | V
F | F | F | V | V | V | V | V
Autor
Salir

1.2 Tutoriales de resumen

Importante

Aquí cuentas con un resumen de lo visto hasta el momento:

En el primero de ellos se trata sobre los razonamientos inductivos y deductivos, la formalización, las conectivas lógicas y los valores de verdad asociada a las mismas.

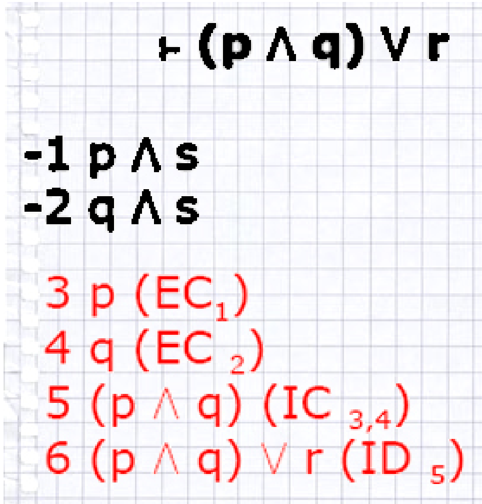
Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/-A_MM2trMWc?rel=0

En el segundo, una aplicación de todo lo anterior en la construcción de las tablas de verdad, con ejemplos concretos sobre su realización.

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/4OkvgyXNQ9s?rel=0

Vídeos de Víctor Rivero en Youtube

2. Derivación



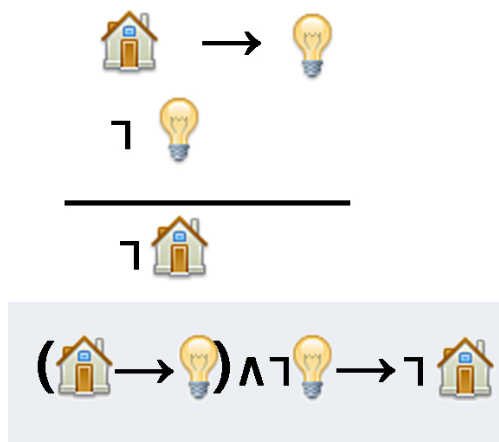
Recurso propio

Siendo las tablas de verdad un instrumento adecuado para probar la validez de nuestros razonamientos, es cierto que se trata de un mecanismo que se vuelve muy laborioso cuando se aplica a un argumento extenso, especialmente si éste parte de más de dos variables proposicionales (recuerda que por cada una de ellas, las combinaciones de 1 y 0 se doblan; para p son dos, para p y q, cuatro, para p, q y r ocho, y así sucesivamente).

Un sistema más eficaz para la comprobación de la validez de los razonamientos de cierta extensión consiste en el empleo de las reglas de inferencia.

Así, si analizamos el siguiente razonamiento:
"Siempre que llega a casa enciende la luz de la entrada, pero está apagada, por lo tanto no ha llegado".

Siendo los enunciados simples:
p = llegar a casa
q = encender la luz
Los enunciados compuestos serían:
p → **q** = Siempre que llega enciende la luz
┐**q** = La luz no está encendida (o la luz está apagada)
┐**p** = No ha llegado a casa
Y el razonamiento:
[(p → q) Λ ┐q] → ┐p



Recurso propio desde iconos en FatCow (CC)

Podemos probar su validez mediante una tabla de verdad; aunque si este mismo argumento lo expresamos del siguiente modo:

1. p → q
2. ┐q

┐p

Sería posible determinar su validez del argumento de un modo diferente; a través de reglas de inferencia probaríamos que la conclusión (┐p), deriva efectivamente de las premisas: (p → q) y ┐q.

Comprueba lo aprendido

Vamos a probar, utilizando aún una tabla de verdad, de que la anterior es efectivamente una argumentación válida.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg q$	$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$

Efectivamente, este argumento es una tautología: todos sus valores finales son 1, por lo tanto se corresponde con el esquema de una fórmula de razonamiento.

Las reglas de inferencia determinan el modo en que es posible operar para pasar desde unas proposiciones a otras. **Aplicando las reglas de inferencia, éstas nos permiten llegar desde las premisas hasta la conclusión cuando un razonamiento es válido**.
Para expresar las reglas de inferencia recurriremos al esquema siguiente:

Premisa
Premisa
.
.
______
Conclusión

Para nombrar las proposiciones en las reglas de razonamiento de los sistemas deductivos emplearemos letras mayúsculas (A, B, C, etc.)

El esquema de estos dos razonamientos:

$$\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline p \wedge q \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \hline (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \end{array}$$

Es idéntico, y lo representaremos de este modo:

A
B

____
$A \land B$

Estamos ante una regla de inferencia que podremos emplear en cualquier caso similar: La Introducción del Conjuntor o Conjunción.

Importante

Las reglas de inferencia determinan el modo en que es posible operar para pasar desde unas proposiciones a otras. **Aplicando las reglas de inferencia, éstas nos permiten llegar desde las premisas hasta la conclusión cuando un razonamiento es válido.**

Para expresar las reglas de inferencia recurriremos al esquema siguiente:

Premisa
Premisa
.
.
______
Conclusión

Para nombrar las proposiciones en las reglas de razonamiento de los sistemas deductivos emplearemos letras mayúsculas (A, B, C, etc.)

El esquema de estos dos razonamientos:

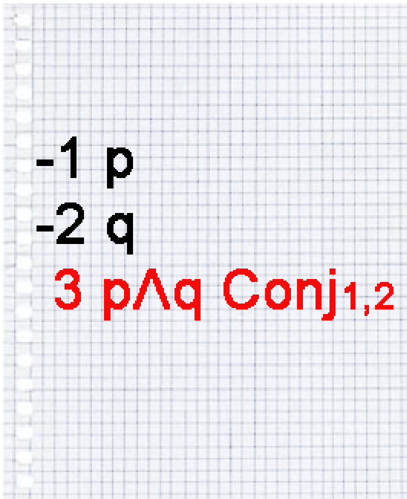
p	$p \to q$
q	$r \to s$
____	____________
$p \land q$	$(p \to q) \land (r \to s)$

Es idéntico, y lo representaremos de este modo:

A
B
____
$A \land B$

Estamos ante una regla de inferencia que podremos emplear en cualquier caso similar: La Introducción del Conjuntor o Conjunción.

2.1. Cómo derivar



Recurso propio

Pongamos que nos piden derivar p Λ q, partiendo de las siguientes premisas:

-1 p
-2 q

Añadiríamos una tercera línea, p Λ q, que justificaríamos por la aplicación de la regla anterior sobre la 1 y la 2. El resultado sería el siguiente.

-1 p
-2 q
3 p Λ q Conj 1,2

Importante

Éste es el modo con el que operaremos en la derivación: **aplicando reglas**, **desde las premisas**, **hasta llegar a la conclusión** y comprobar que, efectivamente, son las reglas del razonamiento válido las que nos permiten inferir la conclusión desde las premisas.

En nuestras operaciones **las premisas vendrán marcadas por una raya a la izquierda, las líneas derivadas** incluirán, **a la derecha**, la **regla por la que ha sido deducida** y los números de las líneas sobre las que se ha aplicado dicha regla.

En un gran número de casos la derivación se hace de modo directo mediante la aplicación de reglas de inferencia, sin embargo, ciertas reglas implican la **utilización de supuestos**, enunciados que no han sido justificados mediante ninguna regla, pero que nosotros proponemos estratégicamente. Al introducir un supuesto **abrimos un corchete que cerraremos en la línea derivada que estemos buscando**. Por ejemplo:

Recurso Propio

-1 p
┌ 2 ┐ p

└ 3 p ∧ ┐ p Conj 2,3
4 ┐┐ p Abs 2-3

Dentro del tramo del supuesto podemos operar sobre enunciados libres de supuestos, aquellos que se sitúan fuera del corchete, pero una vez cerrado, ya no podremos utilizar las líneas entre paréntesis para otras operaciones, ya que no se afirmaban sino dentro de un supuesto.

Curiosidad

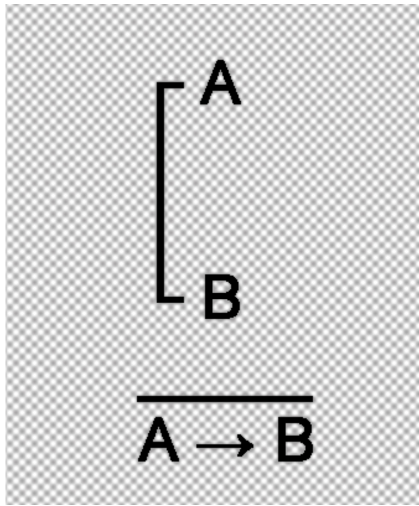
Los símbolos de nuestro lenguaje es artificial; aunque hemos buscado su expresión más convencional, ésta no es la única y, según las publicaciones, puede haber variaciones entre unas y otras. Sin embargo, sí son comunes las reglas sintácticas que determinan las expresiones posibles dentro de la lógica proposicional y las que permiten la transformación entre unas y otras.

Conociendo nuestro sistema identificaremos rápidamente el significado de expresiones equivalentes.

Así, la siguiente deducción podrías encontrarla, entre otras, escrita de las siguientes formas:

1. P → Q	Premise	-1. p → q	
2. Q → R	Premise	-2. q → r	
3. R → S	Premise	-3. r → s	
4 T & U	Premise	-4 t ∧ u	
5. P	Assumption	┌5. p	
6. Q	1,5 MP	│6. q	MP 1,5
7. R	2,6 MP	│7. r	MP 2,6
8. S	3,7 MP	└8. s	MP 3,7
9. P → S	5-8 TD	9 p → s	II 5-8
10. T 4	Simp	10.t	EC 4
11. (P → S) & T	9,10 Prod	11.(p → s)∧t	IC 9, 10

3. Reglas de inferencia



Recurso propio

Las **reglas básicas** de inferencia nos deben bastar para la resolución de cualquier derivación, por complejo que sea. Éstas consisten en las **reglas de introducción y de eliminación de las conectivas.**

Las reglas de razonamiento obtenidas a partir de las reglas básicas se denominan **reglas derivadas.** Existen tantas reglas derivadas como fórmulas puedan establecerse a partir de las anteriores. Aquí destacaremos algunas de las más empleadas en los procesos de razonamiento lógico. Éstas permiten en numerosas ocasiones la **simplificación de los procesos deductivos**, evitando el desarrollo de largas cadenas de inferencias.

3.1. Reglas del conjuntor y del disyuntor

Importante

Introducción del conjuntor ∧ (Conjunción): IC o Conj.

A

B

———

A ∧ B

Dadas dos proposiciones singulares podemos derivar la conjunción de ambas

Ejemplo: Si es cierto que María tiene veinte años, y también es verdad que María nació en Bucarest, entonces es correcto afirmar que María tiene veinte años y nació en Bucarest.

Importante

Eliminación del conjuntor ∧ (simplificación): EC o Simp.

A ∧ B A ∧ B

——— ———

A B

Desde una conjunción podemos derivar cualquiera de las dos proposiciones que la componen.

Ejemplo o ejercicio resuelto

Veamos algún caso práctico:

Juan tiene estudios de inglés y de francés, por lo tanto es correcto que tiene estudios de francés.

Pongamos símbolos a los enunciados:

p = tener estudios de inglés

q = tener estudios de francés

En este caso deberemos llegar a q desde p Λ q:

Lo haremos así:

derivar q: -1 p Λ q 2 q EC. 1

Importante

Introducción del disyutor V (Adición): ID o Ad.

A

——

A V B

De ser válida una fórmula A, también lo será la que resulte de añadirle, mediante una deducción, el miembro que deseemos.
Recordemos la tabla de verdad de la deducción: ésta era válida cuando al menos uno de los miembros lo era. Si partimos de que A es verdadero, también lo será A o B, sin importarnos que B sea verdadero o no.

Veamos un ejemplo:

Juan tiene estudios de inglés, por lo tanto ocurre que estudios en inglés o en francés.

p = tener estudios de inglés
q = tener estudios de francés

derivar p V q

-1 p
2 p V q ID. 1

Ejemplo o ejercicio resuelto

¡Ya tenemos reglas suficientes para hacer nuestras primeras derivaciones! Siguiendo con los idiomas, pongamos otro ejemplo:
Juan tiene estudios de inglés y de francés, por lo tanto cumple la condición: estar formado en francés o en ruso.

p = tener estudios de inglés
q = tener estudios de francés
r = tener estudios de ruso

derivar q V r

-1 p Λ q
2 q EC. 1
3 q V r ID. 2

Comprueba lo aprendido

¿Está realmente claro?. Ahora intenta realizar el ejercicio anterior por ti mismo; debes copiar y pegar los siguientes elementos a sus espacios correspondientes:

1
2
q
r
Λ
V
EC.
ID.

Dado p Λ q:

Derivar q V r

-1 p Λ q

2

3

Importante

Eliminación del disyuntor V (Prueba por casos): ED., Cas.

A V B

┌ A
| .
| .
└ C
┌ B
| .
| .
└ C
——

C

Siendo una disyunción verdadera, si de ambos extremos se extrae la misma conclusión, ésta ha de serlo también.

Esta regla entraña en su uso una mayor dificultad que las anteriores. Cuando nos encontramos con una disyunción no podemos afirmar cuál de los dos extremos, o los dos, son ciertos, por lo tanto no podemos hacer como en el caso de la conjunción y derivar directamente A o B. Si decimos: Luisa traerá su tarjeta o dinero en efectivo, no podemos afirmar exactamente ninguno de los dos extremos, sin embargo, si añadimos el siguiente razonamiento: “si trae la tarjeta pagará el recibo, si trae dinero también”, podemos inferir con toda seguridad que Luisa pagará el recibo. Veremos este ejemplo en el próximo capítulo.

En todo caso, ésta es una de las reglas que requieren la utilización de supuestos: suponer que ocurre el primer término y llegar desde ahí a la conclusión y suponer que ocurre el segundo para llegar a la misma conclusión. Utilizando las reglas básicas, es el único modo de poder extraer consecuencias desde una disyunción. En el capítulo destinado a las reglas derivadas conocerás otros mecanismos que pueden simplificar la actuación sobre disyunciones.

3.2. Reglas del condicional, negador y bicondicional

Importante

Introducción del implicador o condicional → (II)

┌ A
| .
| .
└ B
——
A → B

Si desde una hipótesis o suposición llego a través de una cadena de razonamientos a una conclusión, puedo afirmar que de darse el supuesto, debe ocurrir también la conclusión que se deriva de ella.

Pongamos un ejemplo; desde este razonamiento: “Si el verano se presenta caluroso, provocará una maduración alcohólica precipitada de la uva y esto a su vez mermará la calidad del vino”, puedo inferir este otro argumento: “Si el verano es caluroso se mermará la calidad del vino”

Curiosidad

Tras una serie de conexiones causales intermedias, la caída de la primera pieza de dominó conduce hasta el desplome de la última ficha:

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/K6h2_Gc1hM](https://www.youtube.com/embed/K6h2_Gc1hM)

Vídeo de shikamarusnooker en [Youtube](https://www.youtube.com)

Importante

Importante

Eliminación del implicador → (Modus ponens) (EI, MP)

$$\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ A \\ \hline B \end{array}$$

Dada una fórmula condicional y la afirmación de su antecedente, podemos afirmar su consecuente.

Ejemplo o ejercicio resuelto

Esta fórmula de uso frecuente en el razonamiento, nos permite ya solucionar los argumentos que vimos en los ejemplos anteriores:

Luisa traerá su tarjeta o dinero en efectivo, si trae la tarjeta pagará el recibo, si trae dinero también, por lo tanto Luisa pagará el recibo.

p = traer dinero en efectivo
q = traer tarjeta
r = pagar el recibo

El ejercicio consiste en derivar r desde las premisas p V q, p → r y p → r

- 1 p V q
- 2 p → r
- 3 q → r

┌ 4 p
└ 5 r E.I. 2, 3
┌ 6 q
└ 7 r E.I. 2, 3
8 r ED 1(4-5, 6-7)

Ejemplo o ejercicio resuelto

Veamos el otro ejemplo:

Si el verano se presenta caluroso, provocará una maduración alcohólica precipitada de la uva y esto a su vez mermará la calidad del vino, en conclusión: Si el verano es caluroso se mermará la calidad del vino.

p = verano caluroso
q = maduración precipitada
r = merma la calidad

derivar $p \rightarrow r$ desde las premisas $p \rightarrow q$ y $q \rightarrow r$:

-1 $p \rightarrow q$
-2 $q \rightarrow r$
┌ 3 p
│ 4 q MP 1,3
└ 5 r MP 2,4
6 $p \rightarrow r$ II 3-5

Ejemplo o ejercicio resuelto

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/JuHs23B-cDc](https://www.youtube.com/embed/JuHs23B-cDc)

Recurso propio en [Youtube](https://www.youtube.com)

En este ejercicio puedes comprobar el empleo de dos reglas de inferencia: el Modus Ponens y la prueba por casos, o eliminación del disyuntor.

Importante

Introducción del negador ┐ (Absurdo) (IN, Abs.)

┌ A
|
|
└ B Λ ┐ B
———————
┐ A

Si de suponer una hipótesis (A), ésta nos condujera a una contradicción (B Λ ┐ B), no nos queda sino concluir que esa hipótesis es falsa.

Otro procedimiento común en el empleo de argumentos consiste en hacer ver el absurdo o la contradicción que supondría la afirmación de una determinada hipótesis. Ésta es la última regla que utiliza la suposición como estrategia para la resolución de problemas lógicos; se suele utilizar como procedimiento para alcanzar una fórmula deseada cuando no accedemos a ella por derivación directa: suponemos ocurre lo contrario que queremos demostrar hasta llegar a una contradicción.

Ejemplo o ejercicio resuelto

Veamos un ejemplo de lo anterior:

Si el ladrón hubiese entrado en la oficina por la puerta principal, se habría registrado en la cámara de vigilancia, pero la cámara de vigilancia no registró nada, por lo que el ladrón no entró por la puerta principal.

p = entrar por la puerta principal
q = registrado en la cámara

Derivar ┐ p desde las premisas p → q y ┐ q

-1 p → q
-2 ┐ q
┌ 3 p
│ 4 q MP 1,3

└ 5 q ∧ ┐q IC 2,4
6 ┐p Abs 3-5

Importante

Eliminación del negador ┐ (doble negador) (EN, DN)

┐┐A

——

A

La negación de la negación es equivalente a su afirmación. Si digo “Es mentira que esto sea falso”, estoy diciendo que es verdadero.

Por ejemplo: "no es verdad que yo no tenga carné de conducir "es equivalente a "yo tengo carné de conducir".

Dos reglas más completan los mecanismos para introducir o despejar conectivas:

Importante

Introducción del bicondicional o coimplicador↔ (ICO):

A → B
B → A

———

A ↔ B

Una implicación en los dos sentidos es un bicondicional

Importante

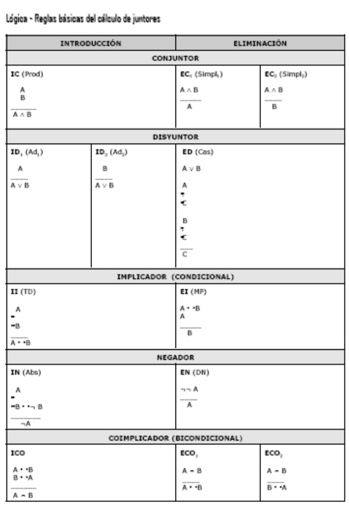
Eliminación del bicondicional o coimplicador ↔ (ECO):

$$\frac{A \leftrightarrow B}{A \rightarrow B} \qquad \frac{A \leftrightarrow B}{B \rightarrow A}$$

De una coimplicación pueden derivarse una implicación en un sentido o en el otro.

Para saber más

Aquí tienes en una hoja en formato imprimible de un cuadro resumen con las reglas básicas del cálculo de juntores:



Lógica - Reglas básicas del cálculo de juntores

INTRODUCCIÓN		ELIMINACIÓN
CONJUNTOR		
IC (Prod) A B ——— A ∧ B	**EC₁** (Simpl₁) A ∧ B ——— A	**EC₂** (Simpl₂) A ∧ B ——— B
DISYUNTOR		
ID₁ (Ad₁) A ——— A ∨ B	**ID₂** (Ad₂) B ——— A ∨ B	**ED** (Cas) A ∨ B A C B C ——— C
IMPLICADOR (CONDICIONAL)		
II (TD) A B ——— A → B		**EI** (MP) A → B A ——— B
NEGADOR		
IN (Abs) A B ∧ ¬B ——— ¬A		**EN** (DN) ¬¬ A ——— A
COIMPLICADOR (BICONDICIONAL)		
ICO A → B B → A ——— A ↔ B	**ECO₁** A ↔ B ——— A → B	**ECO₂** A ↔ B ——— B → A

[>> Documento de descarga]

3.3. Reglas derivadas

Importante

Modus Tollens (MT)

$A \rightarrow B$

$\neg B$

———

$\neg A$

Por ejemplo: si siempre que una persona sufre la gripe tiene fiebre y ocurre que una persona no tiene fiebre, entonces es que no padece la gripe.

Ejemplo o ejercicio resuelto

En el siguiente ejercicio resuelto vamos a comprobar que la inferencia es correcta, que la conclusión se sigue de las premisas de acuerdo con las reglas básicas de la deducción:

- 1 $p \rightarrow q$
- 2 $\neg q$

┌ 3 p
│ 4 q MP 1,3
└ 5 $q \wedge \neg q$ IC 2,4
6 $\neg p$ Abs 3 - 5

> Aquí podemos comprobar la utilidad de las reglas derivadas en su uso para el cálculo deductivo: cada vez que dentro de una argumentación aparece un razonamiento de este tipo, por lo general bastante común, nos vemos obligados a repetir este mecanismo que podemos evitar aplicando directamente esta ley.

Para saber más

El vídeo que tienes a continuación trata sobre el **Modus Ponens** y el origen de el **Modus Tollens**, una regla derivada, entre otras, a partir de la anterior. Ambas son principio deductivos esenciales y los empleamos con gran frecuencia en cualquiera de nuestros razonamientos, pero ¿los utilizamos siempre correctamente? Aquí se habla también sobre las falacias que pueden generarse cuando empleamos de modo inadecuado estas reglas, una cuestión en la que vamos a entrar con más detalle en el tema que viene a continuación, donde veremos de un modo general en los elementos que constituyen el razonamiento humano y las claves para valorar la corrección o incorrección de nuestras argumentaciones.

[Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/MXcYFJFZJfg](https://www.youtube.com/embed/MXcYFJFZJfg)

Vídeo de [Víctor Rivero, IES Alonso Sánchez de Huelva](#) en Youtube

Importante

Silogismo Disyuntivo (SD)

A V B A V B

┐ A ┐ B

———— —————

B A

Si ocurre una disyunción entre dos elementos y tenemos constancia de que uno de ellos no se da, entonces necesariamente ha de ocurrir el otro. Por ejemplo: si un médico conoce que una enfermedad puede deberse a factores ambientales o genéticos, descartada la causa genética, necesariamente se confirma una razón ambiental.

Curiosidad

Una sucesión de dilemas mal resueltos conducirán a este pobre hombre al desastre ¡Seguro que al final estará arrepentido de haber dado el primer paso!

Enlace a recurso reproducible >> https://www.youtube.com/embed/N0KMFN0HUt0

Vídeo de txentuco en Youtube

Importante

De Morgan (DM)

$$\frac{\neg (A \wedge B)}{\neg A \vee \neg B} \qquad \frac{\neg (A \vee B)}{\neg A \wedge \neg B}$$

Ésta es una regla muy útil para derivar directamente desde enunciados compuestos constituidos con un conjuntor o un disyuntor y afectados por una negación. En ambos casos tienen la misma estructura.
Piensa en ello: Si es falsa la afirmación de una conjunción es que uno de los dos extremos es falsa, o los dos, ya que como se dijo nuestra disyunción es inclusiva.
Si la afirmación de una disyunción es falsa, entonces es que ninguno de los dos extremos es correcto.

Comprueba lo aprendido

Tomando el segundo caso de la Ley de Morgan, vamos a certificar que se ésta se trata de una regla de inferencia, esto es, de una tautología. Lo comprobarás tú mismo mediante una tabla de verdad. Como vimos con anterioridad, al ser una tautología todos los valores de verdad finales habrán de ser verdaderos (1)
Como volvemos aquí , hemos de resolver el argumento en una fórmula única.

Recuerda expresión:	que	esta	$\frac{\neg (A \vee B)}{\neg A \wedge \neg B}$	es equivalente a otra:	esta	$\neg (A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

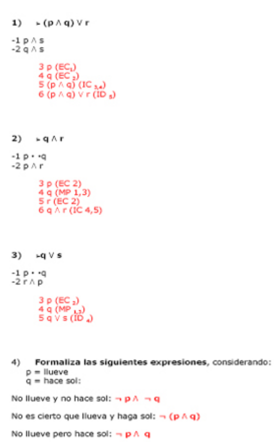
Podemos resolverla directamenteasí, pero ya que estamos familiarizados con ellas, vamos a utilizar nuevamente variables proposicionales:

$$\neg (p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg (p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg (p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

Para saber más

En estas tres hojas en PDF tienes ocho ejercicios de derivación, con sus correspondientes soluciones, desde el nivel básico hasta otras con una mayor dificultad.


1) ⊢ (p ∧ q) ∨ r

-1 p ∧ s
-2 q ∧ s

3 p (EC 1)
4 q (EC 2)
5 (p ∧ q) (IC 3,4)
6 (p ∧ q) ∨ r (ID 5)

2) ⊢ q ∧ r

-1 p • •q
-2 p ∧ r

3 p (EC 2)
4 q (MP 1,3)
5 r (EC 2)
6 q ∧ r (IC 4,5)

3) ⊢q ∨ s

-1 p • •q
-2 r ∧ p

3 p (EC 2)
4 q (MP 1,3)
5 q ∨ s (ID 4)

4) **Formaliza las siguientes expresiones**, considerando:
p = llueve
q = hace sol:

No llueve y no hace sol: **¬ p ∧ ¬ q**

No es cierto que llueva y haga sol: **¬ (p ∧ q)**

No llueve pero hace sol: **¬ p ∧ q**

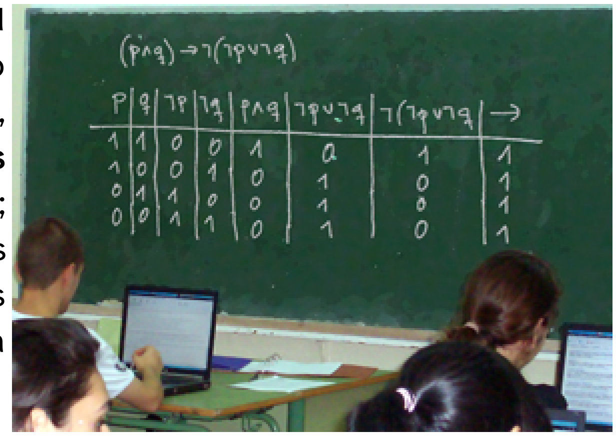
>> Documento de descarga

Recurso propio >> Documento de descarga

Resumen

Importante

Una vez conocidos los valores de verdad atribuidos a cada uno de los casos de empleo de las conectivas, es posible establecer, **mediante tablas de verdad**, los **valores asignados a cualquier formulación compleja**; para ello deberemos descomponerla en sus elementos básicos e ir determinando los valores de verdad parciales hasta llegar al de la fórmula.



Clase en IES Alonso Sánchez de Huelva, 2009
Recurso propio

Por ejemplo, si quiero crear una tabla de verdad para la expresión $(p \rightarrow q) \land p$, procederé determinando los valores de $p \rightarrow q$ y el resultado lo combinaré, de acuerdo con lo establecido para el conjuntor $\land$, con los valores de p; así:

1° = valores de verdad de p y de q

2° = valores d"e verdad de $p \rightarrow q$

3° = valores d"e verdad de $(p \rightarrow q) \land p$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \land p$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	0

Importante

Como resultado final en una tabla de verdad caben tres posibilidades:


Recurso propio

- En **todos los casos** el valor de verdad es **verdadero** (1). Se trata de una **tautología**; una fórmula de razonamiento universalmente válida, independiente del valor de verdad de los enunciados que la componen.
- **Se combinan valores verdaderos** (1) con **falsos** (0). Es una fórmula **indeterminada** o contingente, satisfactoria para determinados valores de verdad pero no para otros
- En **todos los casos** el valor de verdad resultante es **falso** (0). La fórmula es una **contradicción**; la expresión no es válida en ninguna circunstancia.

Importante

Como vimos en el tema anterior, **una argumentación tiene la forma** siguiente: **Premisa(s) → conclusión**. Así cuando argumentamos lo que hacemos es derivar una conclusión a partir de una suma de premisas.
El esquema sería el siguiente:

1. premisa
2. premisa
3. ...

conclusión

Como podemos observar, todo razonamiento es en realidad una fórmula condicional en la que el antecedente es la conjunción de las premisas y el consecuente la conclusión:

(Premisa ∧ premisa ∧...) → Conclusión

Importante

Las reglas de inferencia determinan el modo en que es posible operar para pasar desde unas proposiciones a otras. **Aplicando las reglas de inferencia, éstas nos permiten llegar desde las premisas hasta la conclusión cuando un razonamiento es válido.**

Para expresar las reglas de inferencia recurriremos al esquema siguiente:

Premisa
Premisa
.
.
______
Conclusión

Para nombrar las proposiciones en las reglas de razonamiento de los sistemas deductivos emplearemos letras mayúsculas (A, B, C, etc.)

El esquema de estos dos razonamientos:

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{p \land q} \qquad\qquad \frac{\begin{array}{c} p \to q \\ r \to s \end{array}}{(p \to q) \land (r \to s)}$$

Es idéntico, y lo representaremos de este modo:

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{A \land B}$$

Estamos ante una regla de inferencia que podremos emplear en cualquier caso similar: La Introducción del Conjuntor o Conjunción.

Importante

Éste es el modo con el que operaremos en la derivación: **aplicando reglas, desde las premisas, hasta llegar a la conclusión** y comprobar que, efectivamente, son las reglas del razonamiento válido las que nos permiten inferir la conclusión desde las premisas.

En nuestras operaciones **las premisas vendrán marcadas por una raya a la izquierda, las líneas derivadas** incluirán, **a la derecha**, la r**egla por la que ha sido deducida** y los números de las líneas sobre las que se ha aplicado dicha regla.

Importante

Importante

Introducción del conjuntor Λ (Conjunción): IC o Conj.

A

B

———

A Λ B

Importante

Eliminación del conjuntor Λ (simplificación): EC o Simp.

A Λ B A Λ B

——— ———

A B

Importante

Introducción del disyutor V (Adición): ID o Ad.

A

——

A V B

Importante

Eliminación del disyuntor V (Prueba por casos): ED., Cas.

A V B

┌ A
| .
| .
└ C
┌ B
| .
| .
└ C

———

C

Importante

Introducción del implicador o condicional → (II)

┌ A
| .
| .
└ B

———

A → B

Importante

Eliminación del implicador → (Modus ponens) (EI, MP)

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

Importante

Importante

Introducción del negador ┐ (Absurdo) (IN, Abs.)

┌ A
|
|
└ B ∧ ┐B
____
┐A

Importante

Eliminación del negador ┐ (doble negador) (EN, DN)

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$

Importante

Eliminación del bicondicional o coimplicador ↔ (ECO):

$$\frac{A \leftrightarrow B}{A \rightarrow B} \quad \frac{A \leftrightarrow B}{B \rightarrow A}$$

Importante

Modus Tollens (MT)

$$\frac{A \rightarrow B \qquad \neg B}{\neg A}$$

Importante

Silogismo Disyuntivo (SD)

$$\frac{A \lor B \quad \neg A}{B} \qquad \frac{A \lor B \quad \neg B}{A}$$

Importante

De Morgan (DM)

$$\frac{\neg (A \land B)}{\neg A \lor \neg B} \qquad \frac{\neg (A \lor B)}{\neg A \land \neg B}$$

Imprimible

Descarga aquí la versión imprimible de este tema.

Si quieres escuchar el contenido de este archivo, puedes instalar en tu ordenador el lector de pantalla libre y gratuito NDVA.

Aviso legal

Las páginas externas no se muestran en la versión imprimible

http://www.juntadeandalucia.es/educacion/permanente/materiales/index.php?aviso#space