



Imagen de [brucknerite](#), bajo CC

Seguro que estás harto de escuchar y de ver en las noticias "el petróleo sube un 10 %, el Euríbor sube hasta el 4,3 %, la venta de casas ha bajado un 10 % respecto al año pasado..."

Y es que el dinero está presente en nuestra vida de manera continua, y asociado al dinero, mas allá de las compras habituales, están los intereses, los impuestos, las multas, los recargos...

En este tema vamos a repasar conceptos tan fáciles como los cálculos de porcentajes, de aumentos y de descuentos.

Además, vamos a ver operaciones financieras que continuamente nos aplican los bancos y cajas en nuestra cuentas de ahorro y en nuestras operaciones habituales con ellos.

Ejercicio resuelto



Imagen de Ambrosiana Picture bajo CC

Eva y Luis fueron a las rebajas. A Eva le encantó un abrigo de 72 € en la etiqueta aparecía -15%. Luis se interesó por una camisa de 55€ con -20%.

En la vida cotidiana estamos rodeados de porcentajes, si vamos a un banco nos ofrecen préstamos por un 8 %, en los establecimientos de alimentación, en nuestra nómina nos descuentan un porcentaje para el IRPF, el IVA, etc.

¿Pero sabemos hacer un porcentaje? ¿Cómo se calcula?

A Eva su abrigo le costó 72 - 10,8 €, o sea, 61,20€. La operación es sencilla.

Para calcular el 15 % de 72 multiplicamos por 15 y dividimos por 100 o lo que es lo mismo multiplicamos $72 \times 0,15 = 10,8$.

¿Qué precio pagó Luis?

Para calcular el precio final de la camisa de Luis, calculamos primero la cantidad que le descuentan;

$$55 \times 0,20 = 11 \text{ €},$$

es decir Luis, se llevó la camisa por 44 €.

Importante

Vamos a manejar tres conceptos Cantidad Inicial C_{ini} , tanto por ciento r , porcentaje o cantidad porcentual C_{por} y cantidad final C_{fin}

Es decir, para nuestros dos casos:

$$C_{por} = \frac{C_{ini} \cdot r}{100}$$

y para calcular el precio final:

$$C_{fin} = C_{ini} \pm C_{por}$$

$$\begin{aligned} 14\% \text{ de } 4800 &= ? \\ \frac{14 \times 4800}{100} &= 672 \\ 0,14 \times 4800 &= 672 \end{aligned}$$

Imagen de edufuturo bajo CC

Comprueba lo aprendido

El 25 % de 340 es:

- ☐ 75
- ☐ 85
- ☐ 425

No es correcto

Correcto $340 \times 0,25 = 85$

No es correcto

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)

1.1. Aumentos y rebajas



Imagen de europides bajo CC

Como ya habrás observado en las facturas de la luz, teléfono, agua, etc., aparte del consumo se aplica un porcentaje, que aumenta el importe del producto o del recibo.

Si a la cantidad inicial le sumamos este el tanto por ciento aplicado obtenemos un **aumento**.

Observa el siguiente ejemplo:

Ejercicio resuelto



Imagen de fukerito bajo CC

En la tienda dónde Eva y Luis compraron el vestido y camisa, el dueño compró los artículos por 48 € y 44 €, respectivamente. En temporada los artículos estaban marcados para el público en 72 € y 55 €.

Observa

Precio compra del vestido= 48

Porcentaje de aumento aplicado=50%

Precio final= $48 + 48 \cdot 0,50 = 48 + 24 = 72$

Por otro lado, $48 + 48 \cdot 0,50 = 48(1+0,50)=48 \cdot 1,50$

Luego $C_{fin} = C_{ini} \cdot 1,50$

Importante

Para calcular un aumento es más rápido aplicar:

$$C_{fin} = C_{ini} \left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

Comprueba lo aprendido

Aumenta a 120 el 12 %

Sugerencia

- ☐ 134,4
- ☐ 14,4
- ☐ 132

Correcto

No es correcto, éste es el 12% de 120

No se puede sumar una cantidad y un %

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)

Ejercicio resuelto



Imagen de [masquemates](#) bajo CC

Recuerda que Luis compró una camisa de 55 € con una rebaja del 20% y Eva se decidió por un abrigo de 72 € con un -15% en la etiqueta. ¿Cuánto pagaron cada uno?

Las cuentas de **Luis** fueron:

Precio de venta = 55

Porcentaje de descuento = 20%

Precio final = $55 - 55 \cdot 0,20 = 44$

Que es lo mismo que $55 \cdot (1 - 0,20) = 55 \cdot 0,80$

O sea, $C_{fin} = C_{ini} \cdot 0,80$

Para **Eva** tenemos:

Precio de venta = 72

Porcentaje de descuento = 15%

Precio final = $72 - 72 \cdot 0,15 = 61,20$

Que es lo mismo que $72 \cdot (1 - 0,15) = 72 \cdot 0,85$

O sea, $C_{fin} = C_{ini} \cdot 0,85$

Importante

Para calcular un descuento es más rápido aplicar:

$$C_{fin} = C_{ini} \left(1 - \frac{r}{100}\right)$$

Importante

Antes de hacer la siguiente actividad, conviene que recuerdes que para convertir una fracción en porcentaje, basta que la multipliques por 100.

Por ejemplo, la fracción $\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{3 \cdot 100}{4} = 75$, es decir, un 75%.

Si deseas repasar más los aumentos y descuentos porcentuales, visita el siguiente enlace de [educastur](#).

Reflexiona

¿Quieres saber lo que has aprendido? Realiza la siguiente autoevaluación

(Applet Descartes de M^a Pilar Revellés Contreras bajo licencia Creative Commons)

Pincha el punto rojo con el ratón y colócalo sobre el punto azul de la respuesta que consideres correcta. Al final podrás comprobar el resultado.



Si te fijas en el apartado anterior, conocíamos el capital inicial y el tanto por ciento, y sabiendo si era de descuento o de aumento podíamos calcular el capital final. Pero, ¿qué ocurre si ahora conocemos el capital final y desconocemos uno de los otros dos datos?

Veamos un ejemplo:

Imagen de 3.bp bajo CC

Ejercicio resuelto

Cuando Alejandro pagó su traje abonó, 315 €. Al comentar la buena compra con su hermana Elisa, ésta se interesó por la rebaja.

Alex no recuerda el precio anterior pero sí que la etiqueta ponía "última rebaja 30%". ¿Cuánto costaba antes?

Además, Alex ha pagado 17 € por un artículo que la semana pasada marcaba 20 €. ¿Qué descuento le han aplicado?

Si sabemos que el traje cuesta 450 €, al aplicarle el 30% de descuento se obtiene, como ya hemos aprendido en los apartados anteriores,

$$450(1-0,30) = 450 \cdot 0,70 = 315$$

Ahora bien como el precio no lo recordaba pongamos "x" en el 450, la expresión quedaría:

$$x(1-0,30) = 315$$

Por tanto si despejamos "x" nos queda:

$$x = \frac{315}{0,70} = 450$$

Para el caso de la corbata de Alex, se trata de hallar el porcentaje de descuento que le ha aplicado el comercio, pues bien, la forma más rápida de hacerlo es la siguiente:

como de 20 euros le han rebajado $20 - 17 = 3$ €, basta hallar qué porcentaje del precio original es esa cantidad

$$\frac{3}{20} \cdot 100 = \frac{300}{20} = 15$$

En efecto si a 20 € le aplicamos la fórmula, que ya conoces, del 15% de descuento se obtiene:

$$20 \cdot (1-0,15) = 20 \cdot 0,85 = 17$$

Para obtener el capital inicial o el porcentaje de descuento o aumento, tenemos que sustituir en las fórmulas del apartado anterior y despejar aquel dato que queramos calcular. Veamos unos ejemplos:

Calcular la cantidad inicial

Conocemos la cantidad final y el porcentaje (descuento o aumento).

Caso 1A: Descuentos

El precio que has pagado por el vehículo es 12.600 €, y tenía una promoción de **descuento** 10%. ¿Cuánto valía antes?

Paso 1º: Réstale 1 al porcentaje dividido entre 100: $1 - 0,10 = 0,90$

Paso 2º: Divide el precio que pagaste entre el resultado anterior y obtienes el precio antes del descuento:

$$C_{ini} = \frac{12.600}{0,90} = 14.000$$

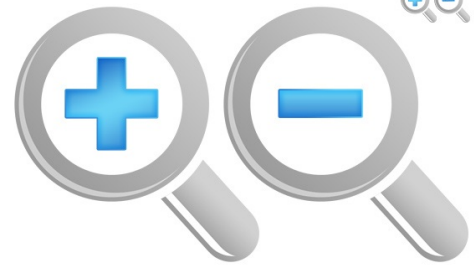


Imagen libre de [freepik](#)

Caso 1B: Aumentos

El precio de venta de un portátil ha sido 1001 € y el vendedor quería ganarle un 10% respecto al precio de compra (**aumento**) ¿A qué precio lo compró?

Paso 1º: Súmale a 1 el porcentaje de aumento dividido por 100: $1 + 0,10 = 1,10$

Paso 2º: Divide el precio final por el resultado anterior y obtendrás el precio inicial al que se compró. Para obtener un beneficio del 10%:

$$C_{ini} = \frac{1001}{1,10} = 910$$

Calcular el porcentaje de descuento o de aumento

Caso 1C: Descuentos

La camiseta que valía 12 € la he comprado por 9 € (es claro que es un descuento) ¿Qué descuento nos han aplicado?

Paso 1º: divide la cantidad final (9) entre la inicial (que será un número menor que 1 al ser un descuento):

$$\frac{9}{12} = 0,75$$

Paso 2º: Réstale a 1 la cantidad anterior y multiplícalo después por 100:

$$(1 - 0,75) \cdot 100 = 25$$

Caso 1D: Aumentos

La casa hace 2 meses valía 250.000 € y hoy mi amigo la compró por 267.500 ¿cuanto ha subido en estos dos meses?

Paso 1º: Divide la cantidad final (267.500) entre la inicial (250.000) (se trata de un aumento el resultado será mayor de 1):

$$\frac{267.500}{250.000} = 1,07$$

Paso 2º: A la cantidad anterior réstale 1 y multiplícala por 100, queda el 7%

Comprueba lo aprendido

Las venta de automóviles, de cierta marca, en España en los meses de Noviembre y Diciembre fueron de 15.000 y 12.000 respectivamente.

¿Qué porcentaje de vehículos se vendieron menos en diciembre?

- ☐ 25 %
- ☐ 20%
- ☐ 3.000 menos

No es correcto

Correcto,
 $\frac{12000}{15000} = 0,8$
 $1 - 0,8 = 0,20$
 $0,20 \cdot 100 = 20\%$

No es correcto, te pedía del porcentaje.

Solución

1. Incorrecto (Retroalimentación)
2. Opción correcta (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)

¿Qué porcentaje se vendió mas en noviembre respecto a diciembre?

- ☐ 25 %
- ☐ 20%
- ☐ 3000 más

Correcto, $\frac{15000}{12000} = 1.25$
 $1.25 - 1 = 0.25$
 $0.25 \cdot 100 = 25\%$

No es correcto

No es un porcentaje

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)
3. Incorrecto (Retroalimentación)

Si se sabe que en el año anterior, en diciembre, se había vendido un 18% más que en diciembre de este año, ¿cuántos vehículos se vendieron en diciembre del pasado año?

- ☐ 14.160
- ☐ 16.461

Correcto, $12000 \cdot 1,18 = 14160$

No es correcto

Solución

1. Opción correcta (Retroalimentación)
2. Incorrecto (Retroalimentación)



Imagen de [istfic](#) bajo CC

Don Ramón, el vecino del 3º, quiere guardar unos ahorros en una cuenta que le produzca un poco más. Ya tiene claro en que entidad va a depositar sus 60.000 €. De las visitas a diversas oficinas la cabeza le da vueltas de todo lo que ha aprendido. Capital, Interés, Tipo de interés, Tiempo (días, años, meses), etc.

Menos mal que su hijo Fernando ya había estudiado y aconsejó a su padre. ¿qué y cómo le aconsejó?

Importante

Definiciones:

- **Capital (C o c):** Cantidad depositada o prestada. Con mayúscula la utilizaremos para el capital final y minúscula para el capital inicial.
- **Interés (I):** Beneficio que produce el capital prestado o depositado.
- **Rédito o tanto por ciento o tipo de interés (r):** Beneficio que producen 100 € en un año.
- **Tiempo (t):** Duración del préstamo solicitado o depósito.
- **Año comercial:** Se considera 12 meses de 30 días, es decir, los años se consideran de 360 días.

Imagen de [istfic](#) bajo CC

A don Ramón le han ofrecido el 8%, para los 60.000 €. ¿Qué beneficio obtiene?

Tenemos estos datos: $C=60.000$ $r=8\%$ $t=1$ es decir

$$I = \frac{60.000 \cdot 8 \cdot 1}{100} = 4.800$$

Es decir, al año, don Ramón gana 4.800€.

¿Cómo lo hemos calculado?

Importante

Para calcular el interés que produce un capital al cabo de un tiempo determinado y con un rendimiento conocido, utilizamos las fórmulas de **interés simple**. Estas fórmulas dependerán de la unidad de tiempo.

Si el tiempo es en:

- Años: $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$

- Meses: $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1.200}$

- Días: $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36.000}$

Ejercicio resuelto

TRES CASOS ÚTILES

¿Que beneficio obtendríamos con un capital de 50.000 € en una semana al 5%? ¿y en un mes?

Por último, ¿cuántos años necesitamos para obtener de beneficio 50.000€?

- Para una semana (7 días) emplearemos $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000}$ donde $C=50.000$ $r=5\%$ $t=7$; por tanto:

$$I = \frac{50.000 \cdot 5 \cdot 7}{36.000} = 48,6$$

- Para un mes $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200}$ donde $C=50.000$ $r=5\%$ $t=1$ obtendríamos:

$$I = \frac{50.000 \cdot 5 \cdot 1}{1.200} = 208,33$$

- En el tercer caso lo que tenemos que calcular es t , ya que $C=50.000$ $r=5\%$ $I=50.000$, es decir:

$$50000 = \frac{50.000 \cdot 5 \cdot t}{100}$$

$$t = \frac{50.000 \cdot 100}{5 \cdot 50.000} = 20$$

Solución: 20 años

Importante

El interés sumado al capital inicial da lugar al capital final $C_{fin} = C_{ini} + I$

Curiosidad

¿Recuerdas la historia inicial?

El viejo que delató a Marina había ingresado 23,72 € durante 10 años al 7,8%. Si el ingreso se hubiera hecho a interés simple, al final recogería $23,72 + 18,5 = 42,22$

En la siguiente escena del [proyecto EDAD](#) puedes practicar lo aprendido sobre el interés simple.

¿Qué capital hay que colocar durante 278 días a un rédito del 5.25 % para que produzca un interés de 235 €?

Capital: euros

OTRO EJERCICIO

COMPROBAR

Para hacer este ejercicio puedes utilizar la hoja de cálculo de OpenOffice o la Excel, que se abren pulsando sobre el icono correspondiente.





Imagen de [itson](#) bajo CC

Ya hemos visto cómo se calcula el interés (beneficio) que un capital produce en un año.

En realidad, don Ramón pensó que si en un año no retira esos beneficios, ¿qué ocurre con el dinero que produce esos intereses?

Cuando los intereses producidos por un capital se van acumulando al capital para producir nuevos intereses también va cambiando.

Esta nueva forma para calcular el interés se llama compuesta.

Importante

El **interés compuesto** es el que se obtiene cuando al capital se le suman periódicamente los intereses producidos. Así, al final de cada periodo, el capital que se tiene es el capital anterior más los intereses producidos por ese capital en dicho periodo.

Las fórmulas para calcular el capital final usando un sistema de capitalización compuesta (es decir, usando el interés compuesto) en función del tiempo en años, meses y días son las siguientes:

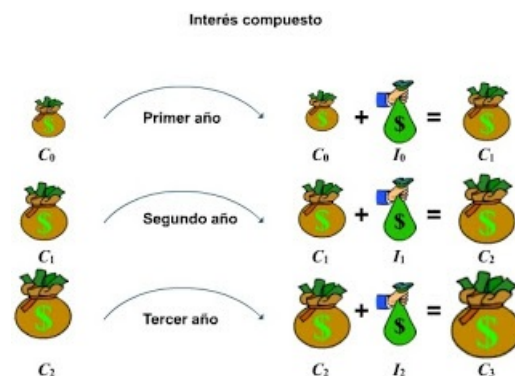
$$C = c(1 + \frac{r}{100})^t$$

$$C = c(1 + \frac{r}{1.200})^t$$

$$C = c(1 + \frac{r}{36.000})^t$$

¡Importante! t representa el número de años, meses o días respectivamente que se va a tener invertido el dinero.

Observa la siguiente imagen sacada del blog [vivirdeltrading](#), seguro que te ayuda a entender la idea del interés compuesto:



Observa que cada año partimos del capital obtenido el año anterior.

Ejercicio resuelto

Tenía razón don Ramón

Capital inicial $c=60.000$ $t=1$ año $r=8\%$ Apliquemos la fórmula:

$$C = 60.000(1+0,08) = 64800$$

En el primer año obtendría 4800, veamos el 2º:

$$C = 60.000(1+0,08)^2 = 69984$$

En la tabla de abajo observarás la diferencia en tres años del capital producido al mismo tanto por ciento con el interés simple y el compuesto.

Años	Interés Simple	Interés Compuesto	Diferencia
Primero	64.800	64.800,00	0
Segundo	64.800	69.984,00	5.184,00
Tercero	64.800	75.582,72	10782,72

Por lo tanto, el interés compuesto es siempre más rentable que el interés simple en igualdad de condiciones.

Ejercicio resuelto

Con un capital inicial de 30.000 € a un 4,5%, ¿con qué capital nos encontraremos si transcurren...

- a) 5 años
- b) 125 meses
- c) 2.200 días?

a) Aplicamos la fórmula para el interés compuesto para años.

$$c = 30.000, r = 4,5\%, t = 5$$

$$C = c(1 + \frac{r}{100})^t$$

$$C = 30.000(1 + \frac{4,5}{100})^5 = 37385,45$$

b) De igual forma para meses.

$$c = 30.000, r = 4,5\%, t = 125$$

$$C = c(1 + \frac{r}{1200})^t$$

$$C = 30.000(1 + \frac{4,5}{1200})^{125} = 47897,85$$

c) Para días:

$$c = 30.000, r = 4,5\%, t = 2.200$$

$$C = c(1 + \frac{r}{36.000})^t$$

$$C = 30.000(1 + \frac{4,5}{36.000})^{2.200} = 39495,24$$



Imagen de jerezsiempre bajo CC

Curiosidad

Bien, ha llegado el momento de comprobar que el viejo de la historia inicial tenía razón y todas las de ganar en su pelea con Marina.

Recordamos que invirtió 23,72€ al 7,8% durante 10 años.

Aplicando la fórmula, el capital que debe obtener al final es:

$$C = 23,72(1 + \frac{7,8}{100})^{10}$$

que es 50,269236... y redondeado a los céntimos 50,27.

Efectivamente, la cantidad que demandaba el hombre.

En la siguiente escena del [proyecto EDAD](#) puedes practicar lo aprendido sobre el interés compuesto.



Para hacer este ejercicio puedes utilizar la hoja de cálculo de OpenOffice o la Excel, que se abren pulsando sobre el icono correspondiente.



3. La Tasa Anual Equivalente (TAE)



Imagen de [isttic](#) bajo CC

¿Qué significa TAE? ¿Por qué, desde el 1.990, los bancos están obligados a incluir en cualquier anuncio la TAE?

El vecino de Marina, Ángel de la Almena, dispone de una cuenta de inversión con 60.000 € al 8% anual. ¿Qué le interesa más cobrar mes a mes o cada año los intereses?

Imagina que don Ángel, quiere cobrar los intereses que le produce los 60.000 €, cada mes.

Aplicando la fórmula del interés compuesto para meses:

$$C = c(1 + \frac{r}{1200})^t$$
$$c = 60.000; r = 8; t = 12$$
$$C = 60.000(1 + \frac{8}{1200})^{12} = 60.000(1 + 0.0066667)^{12} = 60.000 \cdot 1,0829 = 64.974$$

¡Pero recuerda!

Para un aumento, si un capital se multiplica por 1,25 se le aumenta el 25%, para nuestro caso el capital ha **aumentado en un año un 8,3%.** (60.000x1.083)

La **Tasa Anual Equivalente (TAE)** es de 8,3%. (mayor que el tipo de interés)

Imagina ahora que don Ángel, opta por cobrar los intereses que le produce los 60.000 €, cada año.

Aplicando la fórmula del interés compuesto para años:

$$C = c(1 + \frac{r}{100})^t$$
$$c = 60.000 ; r = 8 ; t = 1$$
$$C = 60.000 \cdot (1 + \frac{8}{100})^1 = 60.000 \cdot (1 + 0,08)^1 = 60.000 \cdot 1,08 = 64.800$$

Es decir el capital aumenta un 8% cada año

La **Tasa Anual Equivalente (TAE)**, en este caso, es del 8%. (Igual que el tipo de interés)

Importante

La TAE es el tanto por ciento de **crecimiento total del capital durante un año.** Como habrás observado es mayor o igual que el rédito declarado.

En los préstamos en la TAE se incluyen también los gastos, comisiones, etc.



Importante

Fórmula para el cálculo del TAE

$$TAE = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^k - 1$$

$$i = \frac{r}{100}$$

$$k = 12(\text{meses})$$

$$k = 4(\text{trimestres})$$

$$k = 2(\text{semestres})$$

Obseva que k es el número de períodos en el año (k=1 si es a un año, 6 cada 2 meses, etc.)

Comprueba lo aprendido

Contratamos un depósito con pagos mensuales a un interés compuesto anual del 3%, y vamos a hacer un depósito de 10000 €. La TAE es:

- ☐ 3%
- ☐ 3,3%
- ☐ 3,04%
- ☐ 1,0304%

Ese es el interés anual

Falso

Muy bien: $TAE = \left(1 + \frac{0,03}{12}\right)^{12} - 1 = 3,04$

Ese es el porcentaje aumentado respecto al inicial

Solución

1. [Incorrecto \(Retroalimentación\)](#)
2. [Incorrecto \(Retroalimentación\)](#)
3. [Opción correcta \(Retroalimentación\)](#)
4. [Incorrecto \(Retroalimentación\)](#)

Para saber más

Si quieres saber algo más sobre la [TAE](#) pulsa sobre el enlace.

O mira el siguiente vídeo:

