



Análisis II: Interpolación y extrapolación

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I		
1.º Bachillerato	Análisis II: Interpolación y extrapolación	Contenidos

# 1. Introducción

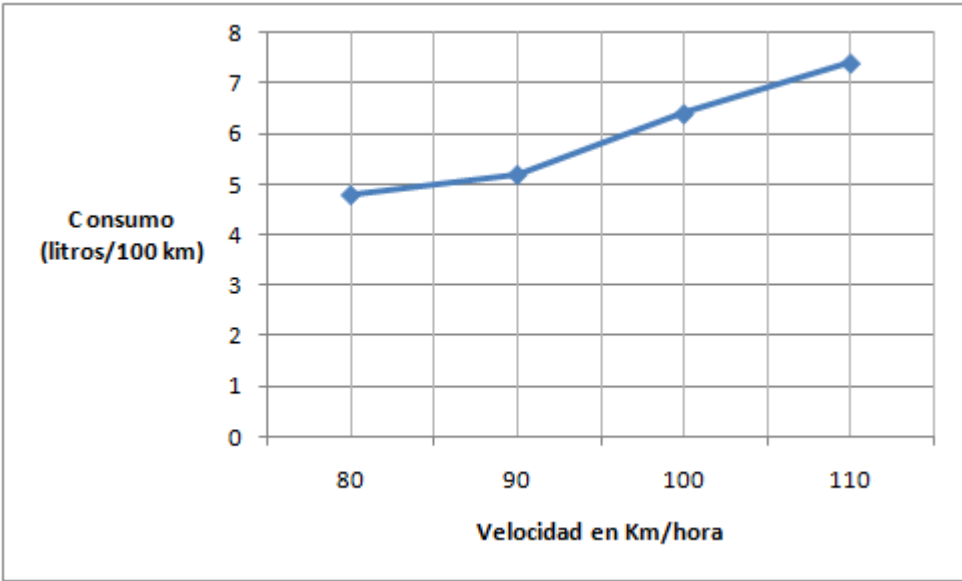
En las Ciencias sociales hay gran cantidad de fenómenos que relacionan magnitudes. Estas magnitudes se recogen en tablas de valores en la forma de datos emparejados que nos proporcionan puntos para representar gráficamente dicha relación.

## Ejemplo:

Imagina que por curiosidad durante el último año has tomado nota de la velocidad que has llevado durante el trayecto (en las mismas condiciones) y el consumo en litros del automóvil cada 100 km con los siguientes resultados:

Velocidad (Km/h)	80	90	100	110
Consumo (litros)	4,8	5,2	6,4	7,4

¿Cuántos litros gastarías a una velocidad de 85 km/h? ¿y a 95 km/h? ¿y a 140? El siguiente gráfico muestra la "relación" consumo-velocidad:



En este tema, te ofrecemos los recursos necesarios para resolver estas situaciones

## Caso práctico

En los últimos cuatro años, Evaristo, ha anotado con todo detalle el ahorro y el ingreso anual familiar. Este año, como consecuencia de la compra del piso, quiere saber cuánto dispone para la entrada y hacerse una idea de la cantidad que debe solicitar al banco para la hipoteca. Los datos de los cuatro años te los presento en la siguiente tabla:

Ingresos anuales (en	54	56	58	62
----------------------	----	----	----	----



Imagen de Megan\_Rexazin en [Pixabay](#). [Pixabay License](#)

miles)				
Ahorro anual (en cientos)	20	22	24	28

Si este año con el ascenso espera cobrar 65.000 € y mantiene, salvo imprevistos, la misma progresión de ahorro, ¿Qué podemos estimar de ahorro para este año?

Si la secuencia lógica se cumple podemos observar que a partir del primer año, por cada mil euros que ingresaba mas, ahorraba 100 €, por lo que cabe esperar que en este año ahorre 3.100 €.

## 2. Interpolación

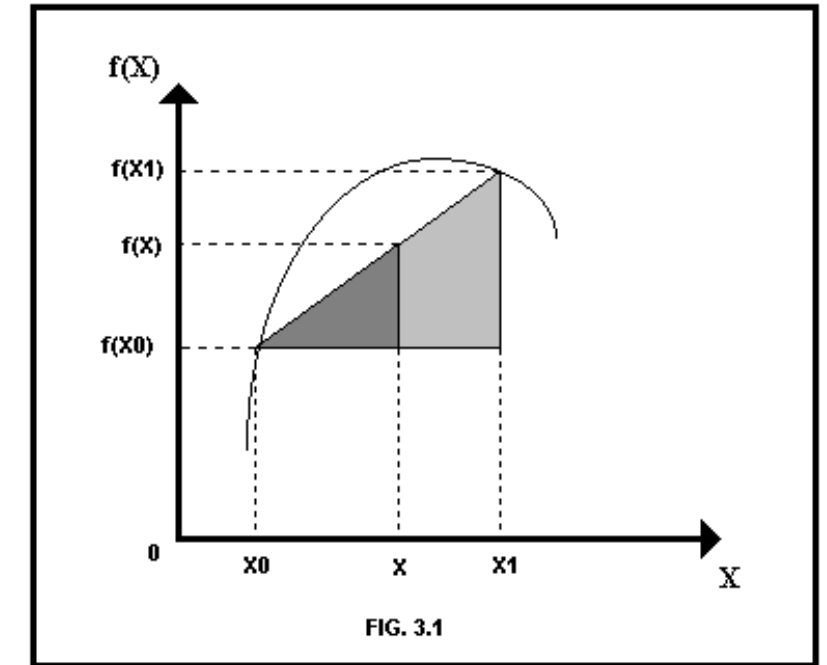
Recuerda el ejemplo que se ha propuesto en la introducción del tema:

Velocidad (Km/h)	80	90	100	110
Consumo (litros)	4,8	5,2	6,4	7,4

Nos preguntábamos por el gasto del automóvil si la velocidad es de 85 km/h. ¿lo podemos saber?

Si de una función conocemos dos de sus puntos, para nuestro caso (80; 4,8) (90; 5,2), y tuviéramos motivos para suponer qué tipo de función es (lineal, cuadrática, inversamente proporcional, etc.), podríamos, bien exactamente o aproximadamente, conocer el valor en los puntos intermedios (como es nuestro caso en el punto (85, ?)).

Este proceso se le llama **interpolación**.



### Importante

La **interpolación** es un método que nos permite conocer, aproximadamente, los valores intermedios que toma una función desconocida a partir de datos conocidos.



### Caso práctico

¿Te acuerdas de la [regla de tres](#) directa? Pues bien podemos interpolar el resultado utilizando este procedimiento.

Si en 80 km/h el gasto es de 4,8 ; a 90 km/h es de 5,2 podemos decir que en 10 km/h de aumento de velocidad el consumo aumenta en 0,4 litros por tanto en 5 más el consumo aumentará en 0,2.

$$\frac{10}{0,4} = \frac{5}{a}; 10 \cdot a = 2; a = \frac{2}{10} = 0,2$$

Por lo tanto el gasto estimado para 85 km/h es el de 80 más la parte correspondiente a 5 km más. Y concluimos que la estimación del gasto a los 85 km/h es  $4,8 + 0,2 = 5$  litros cada 100 km.

Valiéndote de los datos de la misma tabla anterior ¿qué consumo se estima para 95 km/h?

Seguro que habrás tenido en cuenta que se trata de hacer los mismos cálculos pero utilizando los puntos (90 ; 5,2) y (100 ; 6,4)

$$\frac{10}{1,2} = \frac{5}{a} ; 10 \cdot a = 6 ; a = 0,6 \text{ el gasto es de } 5,2 + 0,6 = 5,8$$

El gasto estimado para 95 km/h es de 5,8 litros a los 100 km.

## 2.1. Interpolación lineal

---



Imagen de madartzgraphics en [Pixabay](#). [Pixabay License](#)

Recordemos nuestro objetivo. Queremos encontrar el valor de una función que desconocemos, a partir de datos conocidos. Por lo tanto, vamos a intentar encontrar una función que, aunque no sea exactamente la que buscamos, pero pueda servir para calcular, aproximadamente, otros valores desconocidos de nuestras variables. Lo más lógico es recurrir a las funciones más sencillas que conocemos; las polinómicas.



### Importante

**Interpolación lineal.** El caso más simple que se puede presentar es que se conozcan dos parejas de datos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ . En este caso podemos calcular una función lineal (polinomio de grado 1)  $f(x) = y = ax + b$  que cumpla  $f(x_1) = y_1$ ,  $f(x_2) = y_2$ . Su gráfica es una recta que pasa por los puntos de coordenadas  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ . Una vez obtenida su expresión, dando valores se pueden encontrar nuevos puntos de la función. Los resultados obtenidos son naturalmente estimaciones aproximadas.

Conocidos dos puntos  $A(x_1, y_1)$ ;  $B(x_2, y_2)$  la función lineal que definen es  $y = ax + b$  donde:

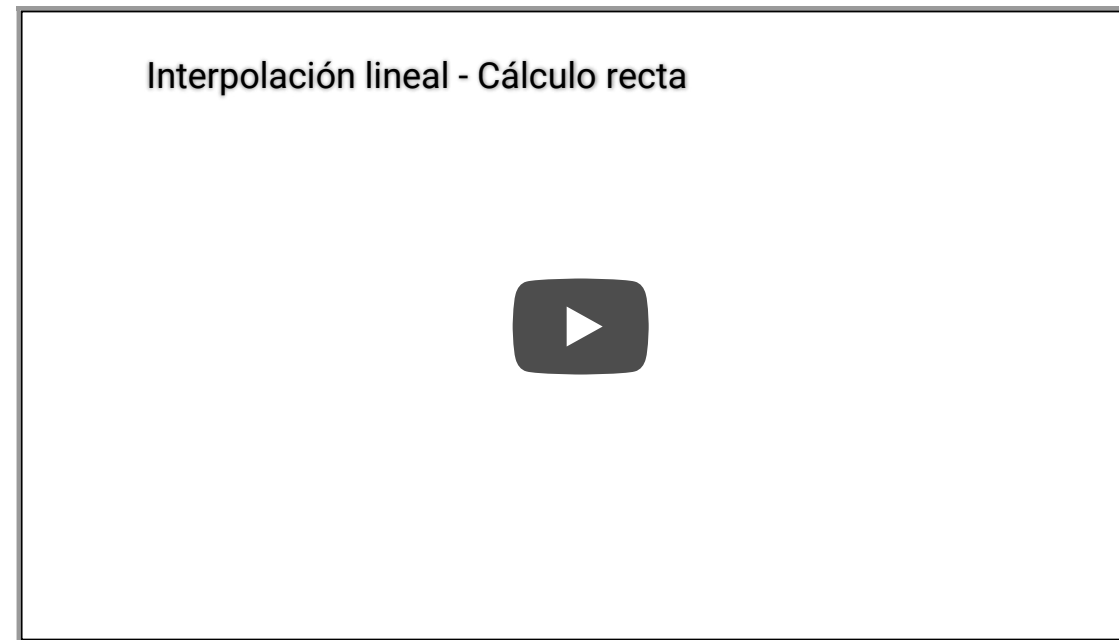
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad ; \quad b = y_1 - ax_1$$

Al coeficiente "a" se le llama pendiente y al "b" ordenada en el origen, como ya viste al trabajar la función lineal en temas anteriores.

Por ejemplo la función lineal que contiene a los puntos  $A(2,5)$  y  $B(4,-1)$  sería  $y = -3x + 11$  ya que

$$a = \frac{-1 - 5}{4 - 2} = \frac{-6}{2} = -3 \quad ; \quad b = 5 - (-3) \cdot 2 = 11$$

En el siguiente vídeo puedes ver un ejemplo de interpolación. Fíjate que utiliza otro método para calcular la recta de interpolación, pero por supuesto igualmente válido.



Vídeo de lasmatematicas alojado en [Youtube](#).



## Caso práctico



En un folleto informativo de cierta inmobiliaria presentan la siguiente información:

Venta de pisos desde 60.000 € hasta 120.000 €. El edificio tiene 16 plantas y los precios se encarecen, así lo marca el folleto, con la altura.

¿Cuál es la función lineal definida para los pisos de la 1ª y 16ª?

Apliquemos las fórmulas dadas a los puntos A(1,60) y B(16,120):

Calculemos "a"  $a = (120 - 60) / (16 - 1) = 4$

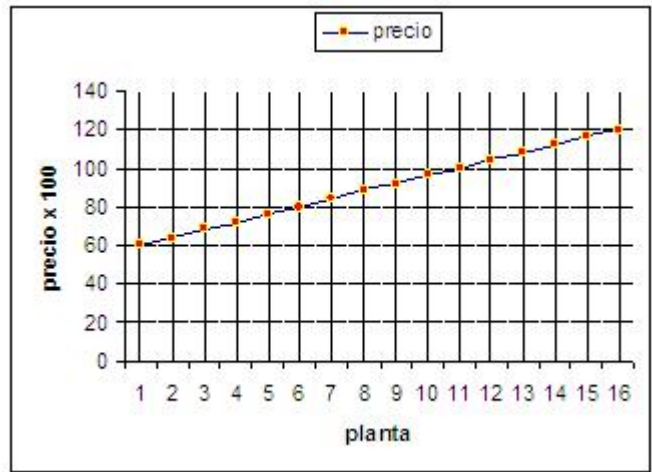
la función es  $y = 4x + b$  y tiene que pasar por el punto (1,60). Sustituyendo, tenemos  $60 = 4 \cdot 1 + b$ ; despejando "b",  $b = 56$ .

La función lineal que interpola los puntos A y B es  $y=4x+56$ . Donde  $x$  toma valores de 1 a 16 (nº de planta) e  $y$  es el precio en miles de euros.

Observa que para cada valor de  $x$  obtendríamos los valores de  $y$  que nos proporcionaron en la tabla del apartado 1 de este tema.

Planta (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Precio (y)	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	104	108	112	116	120

Observa el gráfico:



Todos los puntos están alineados, es decir, pertenecen a la misma recta. ¿pero que pasaría si ello no ocurriera?



### Importante

Dados tres puntos  $A(x_1, y_1)$ ;  $B(x_2, y_2)$  y  $C(x_3, y_3)$  se dice que están alineados si  $C$  pertenece a la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $B$ .

Si  $y=ax+b$  es la recta que interpola a  $A$  y  $B$ , entonces  $C$  está alineado con  $A$  y  $B$  si:  $y_3=ax_3+b$ .

Por ejemplo, si tenemos los puntos  $A(-1,2)$ ,  $B(2,9)$  y  $C(5,15)$  para ver si están alineados hallamos la recta que pasa por  $A$  y  $B$ , que sería  $y=2x+5$ , y comprobamos si  $C$  pertenece a ella o no, es decir, vemos si verifica la ecuación. En este caso si pertenece ya que  $2 \cdot 5 + 5 = 15$ .

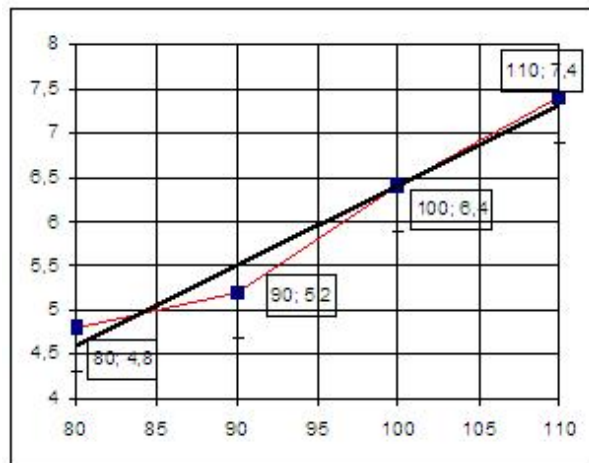


### Caso práctico

¿Recuerdas la tabla que relacionaba la velocidad de un automóvil con el consumo?

A la izquierda tienes el gráfico en un sistema de ejes. La línea roja que une los puntos dos a dos muestra que al menos tres de ellos no están alineados, ¿podríamos demostrarlo analíticamente?





Por otra parte, la recta que definen los dos últimos puntos (color negro) no pasa por los dos primeros ¿lo probamos también?. Y finalmente ¿Qué consecuencia podemos sacar de la relación de estas dos variables?

Hallemos, por ejemplo, la recta que interpola los puntos (80, 4,8) y (90, 5,2)

$$a = \frac{5,2-4,8}{90-80} = \frac{0,4}{10} = 0,04 \quad ; \quad y = 0,04x + b$$

sustituyendo  $y = 4,8$   $x = 80$

$$4,8 = 0,04 \cdot 80 + b \text{ luego } b = 4,8 - 3,2 = 1,6$$

la recta pedida es  $y = 0,04x + 1,6$

Si sustituimos para  $x=100$  obtenemos  $y=0,04 \cdot 100 + 1,6 = 5,6$  litros, sin embargo, el consumo real es de 6,4 litros. El punto (100, 6,4) no está en la recta.

De igual forma para  $x=110$   $y=0,04 \cdot 110 + 1,6 = 6$  litros cuando el consumo tomado es de 7,4. Lo que prueba que el punto (110, 7,4) no es tampoco un punto de la recta  $y=0,04x+1,6$ .

Podemos deducir de estos datos que el consumo de un automóvil no aumenta linealmente con la velocidad, sino que es mayor el aumento del consumo que el aumento de la velocidad. (pero esto ya nos lo dice la DGT ¿no?)



## Caso práctico

En la siguiente tabla aparecen los habitantes de la provincia de Badajoz:

Año	2005	2007
N.º de habitantes	671.299	678.459

¿Qué población se calcula que tenía en el 2006?

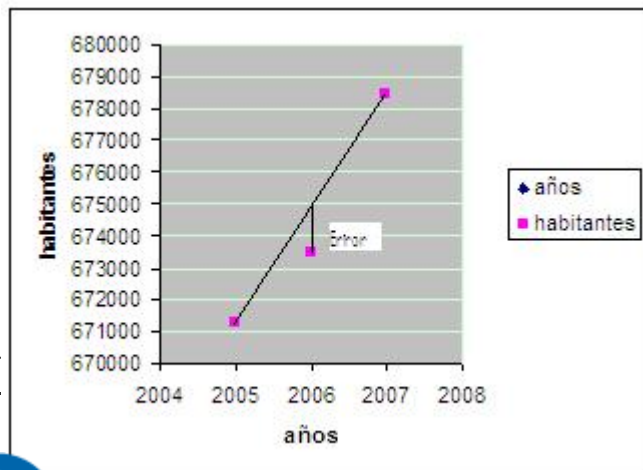
$$a = \frac{678.459 - 671.299}{2.007 - 2.005} = \frac{7.160}{2} = 3.580$$

$$b = 671.299 - 3.580 \cdot 2.005 = -6.506.601$$

por lo tanto la recta es  $y = 3.580x - 6.506.601$ .

Calculando para  $x=2006$  nos quedarían

$$y = 3.580 \cdot 2.006 - 6.506.601 = 674.879 \text{ habitantes}$$



Es decir, según nuestros cálculos, Badajoz debía de tener 674.879 habitantes. Ahora bien si consultamos la base de datos del INE ese año la población de Badajoz fue de 673.474.

A esta diferencia (-1.405) la llamamos error absoluto de interpolación.



**Comprueba lo aprendido**

El precio de tres artículos conocidos en dos supermercados distintos del barrio son los que se muestran en la siguiente tabla:

Precio Súper A	10	12	20
Precio Súper B	8	10	18

Contesta verdadero o falso a las cuestiones que se plantean.

1.- Dos puntos definen una única recta en el plano.

☐ Verdadero ☐ Falso

**Verdadero**

2.-La recta que pasa por los puntos (10,8) y (12,10) es  $y=x-2$

☐ Verdadero ☐ Falso

**Verdadero**

a= 1 y b=-2

3.-Un artículo que en Super A vale 11 €, en el Súper B tiene un valor estimado de 9 €

☐ Verdadero ☐ Falso

**Verdadero**

Sustituyendo en  $y=x-2$ , para  $x=11$   $y=11-2=9$

4.-Si en el Súper B el artículo cuesta 16 €, cabe esperar, con los datos de que disponemos, que en el Súper A cueste 14 €

☐ Verdadero ☐ Falso

**Falso**

En este caso es sustituir  $y=16=x-2$ ;  $x=18$

5.-Todos los puntos dados en la tabla están alineados

☐ Verdadero ☐ Falso

**Verdadero**

El punto (20,18) pertenece a la recta  $y=x-2$ , ya que  $18=20-2$



## Importante

A la diferencia entre el valor real ( $y^*$ ) y el estimado ( $y$ ) se le llama **error de interpolación**.

$$E_a = y^* - (ax + b)$$

En nuestro ejemplo anterior  $y^*=673.474$  e  $y=674.879$ , entonces  $E_a=-1405$ . La provincia de Badajoz, en el año 2006, tenía 1405 habitantes menos que el valor que hemos hallado en nuestra estimación por interpolación lineal.

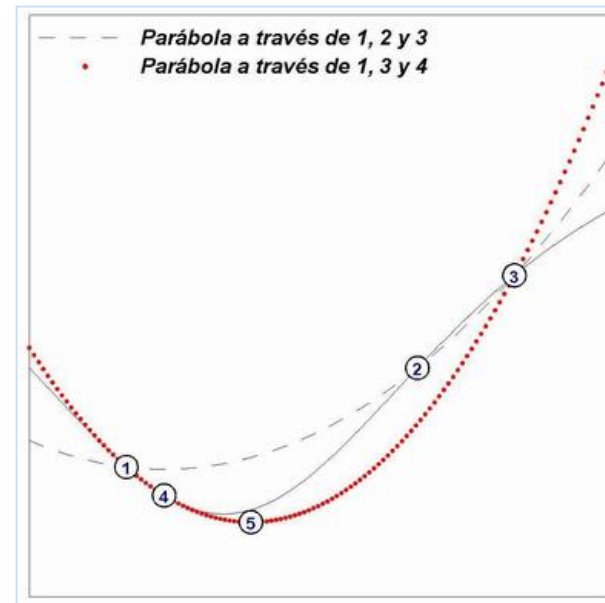
---

## 2.2. Interpolación cuadrática



### Importante

Con el fin de minimizar el error de interpolación, cuando tres puntos no están alineados podemos interpolar con una función del tipo  $y=ax^2+bx+c$  (polinómica de segundo grado). A esta interpolación se le llama **cuadrática**



Para tres puntos no alineados  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  y  $(x_3, y_3)$  la función cuadrática que pasa por ellos tiene la expresión:

$$y = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3$$



### Caso práctico

Calcula la función de interpolación cuadrática para los puntos :  $(0,2)$ ,  $(1,2)$  y  $(2,4)$ . Una vez que tengas la expresión de la función obtén el valor de "y" esperado cuando  $x=1,5$ .

Aplicamos la fórmula para obtener la función cuadrática que pasa por esos tres puntos:

$$y = \frac{(x-1)(x-2)}{(0-1)(0-2)}2 + \frac{(x-0)(x-2)}{(1-0)(1-2)}2 + \frac{(x-0)(x-1)}{(2-0)(2-1)}4 = x^2 - x + 2$$

$$y = x^2 - x + 2$$

Una vez que tenemos la expresión cuadrática, ya solo debemos sustituir para obtener el valor de "y":

$$f(x) = x^2 - x + 2 = (1,5)^2 - (1,5) + 2 = 2,25 - 1,5 + 2 = 2,75$$

Por lo tanto, estimamos que cuando  $x = 1,5$  entonces  $y = 2,75$



## Comprueba lo aprendido

Marca si es falso o verdad en las cuestiones que se plantean.

1.- En la interpolación lineal es necesario conocer al menos 3 puntos.

☐ Verdadero ☐ Falso

**Falso**

Con dos es suficiente

2.- Tres puntos siempre están alineados

☐ Verdadero ☐ Falso

**Falso**

Intenta trazar una recta que pase por Almería, Cáceres y Zaragoza

3.- Por los puntos (1,3) (2,6) y (4, 12) pasa una única recta.

☐ Verdadero ☐ Falso

**Verdadero**

$y = 3x$

4.- El error que cometemos al considerar el punto (3,11) como punto de la recta anterior ( $y = 3x$ ), es de 2 unidades.

☐ Verdadero    ☐ Falso

**Verdadero**

Para  $x=3$   $y^*=11$   $E_a=11-9=2$



**Importante**

Del mismo modo que hacíamos en la interpolación lineal, a la diferencia entre el valor real ( $y^*$ ) y el estimado ( $y$ ) se le llamará error de interpolación.

### 3. Extrapolación

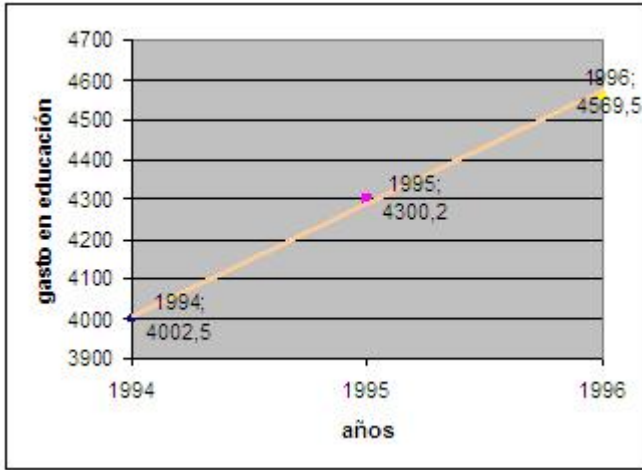
Hasta ahora hemos aprendido a calcular (estimar) un dato intermedio entre dos datos conocidos. Por ejemplo la población de la provincia de Badajoz para el año 2.006 conocidos los del 2.005 y 2.007.

Vayamos un poco más allá. Fíjate en la siguiente tabla en la que aparece el gasto en educación en miles de millones de pesetas:

Año	1994	1995	1996
Gasto en educación	4002,5	4300,2	4569,5

Con estos datos ¿podríamos predecir el gasto para el 1997 y 1998?, en caso afirmativo ¿con qué error?

Entonces, ¿se puede predecir el futuro?



#### Importante

Cuando se realiza una estimación para valores que se encuentran fuera del rango (mayores que el máximo o menores que el mínimo) de los datos que poseemos, el proceso se denomina **extrapolación**.

Este procedimiento conlleva un mayor riesgo de error, al suponer que el comportamiento de la función fuera del intervalo es el mismo que dentro de él.

Hay condiciones que la extrapolación no puede predecir. Te pongo ejemplos:

Un agricultor que en cinco años recoge un 5% más cada año puede predecir, que con esos datos el próximo año puede conseguir aumentar su cosecha en un cinco por ciento, pero nada puede predecir las tormentas, falta de agua, etc.

No todo puede ser culpa de fenómenos naturales, puede ser, como es el caso del consumo de un automóvil visto en el apartado 2.1, que no siga una función lineal y por tanto la predicción sea errónea.



#### Caso práctico

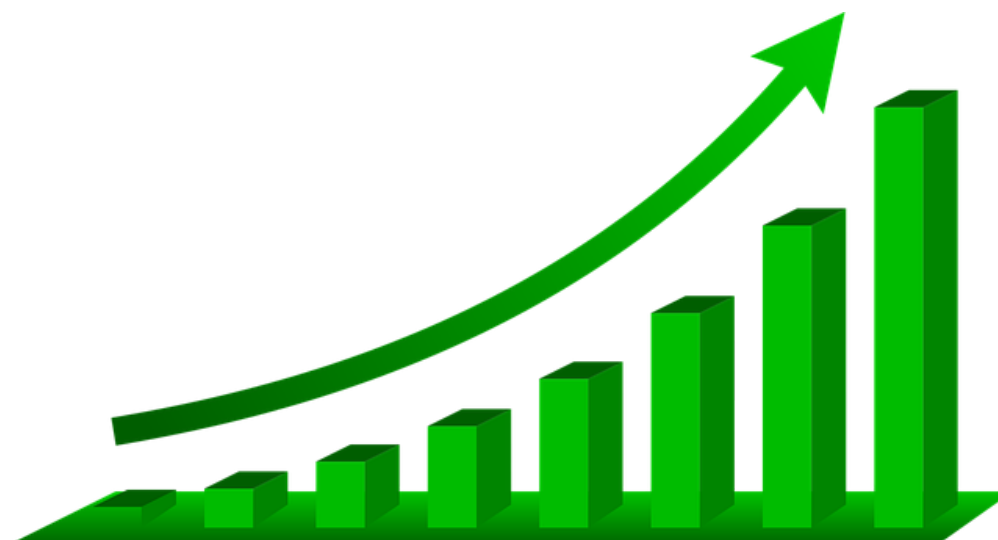


Imagen de OpenClipart-Vectors en [Pixabay](#), [Pixabay License](#)

Recuerda la tabla que te proponíamos en la introducción del apartado 3

Año	1994	1995	1996
Gasto en educación (miles de millones ptas.)	4002,5	4300,2	4569,5

¿Qué gasto se espera en educación en los años 1997 y 1998?

$$a = \frac{4569,5 - 4300,2}{1996 - 1995} = \frac{269,3}{1} = 269,3$$

$$b = 4300,2 - 269,3 \cdot 1995 = 4300,2 - 537253,5 = -532953,3$$

por tanto la recta es  $y = 269,3x - 532953,3$

Calculemos el gasto previsto para 1997.

$$y = 269,3x - 532953,3 \text{ sustituimos } x = 1997$$

$$y = 269,3 \cdot 1997 - 532953,3 = 537792,1 - 532953,3 = 4838,8$$

el gasto previsto para el 1997 es de 4838,8 millones

Para el año 1998 operamos igual, es decir,

$$y = 269,3x - 532953,3 \text{ sustituimos } x = 1998$$

$$y = 269,3 \cdot 1998 - 532953,3 = 538061,4 - 532953,3 = 5108,1$$

el gasto previsto para el 1998 es de 5108,1 millones



Ahora, bien si consultamos los gastos reales para esos años en educación veremos que en el 1997 fue de 4780,5 y en 1998, 5036,7.



## Comprueba lo aprendido

¿Recuerdas los datos de ingresos y ahorros de Evaristo? Pues Eva, su mujer, anotó el gasto en ropa de los últimos dos años.

Ingresos en miles	58	62
Gasto en ropa en miles	2	5

1.- ¿La recta que interpola el gasto de ropa en función de los ingresos es?

- ☐  $y-2=0,75(x-58)$
- ☐  $y=0,75x-41,5$
- ☐  $y=0,75-41,5x$

### Solución

- 1. Correcto
- 2. Correcto
- 3. Incorrecto

2.- ¿Cuánto espera gastar para el próximo año si los ingresos son de 65.000 €?

- ☐ 7.250 €
- ☐ 7,25 €
- ☐ 7,25 en cientos de euros
- ☐ 48708,5 €

### Solución

- 1. Correcto

2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

## 4. Algunos ejemplos de interés.

Un ejemplo claro de interpolación lineal lo tenemos en la declaración anual del IRPF. Cada año hacemos la declaración de la renta con una escala de gravamen cuyas cantidades se revisan anualmente.

En la tabla siguiente puedes ver la base imponible, cuota íntegra y el porcentaje aplicable:

Desde	Cuota íntegra	% a aplicar al resto
0	0	15
4000	600	24
13800	2952	28

Para una renta, por ejemplo de 6000 € a su cuota íntegra mínima 600 se le sumará la diferencia a 4000, es decir, 2000, por 24 %;  $600 + (6000 - 4000) \times 0,24 = 600 + 480 = 1.080$  €.

Cojamos los puntos (0, 0) (4000, 600) para hallar la recta de interpolación:

$$\begin{aligned}a &= \frac{600 - 0}{4000 - 0} = 0,15 \\b &= 0 - 0,15 \cdot 0 = 0 \\ \text{la recta es } y &= 0,15x\end{aligned}$$

la pendiente "a" de la recta es el % que corresponde a ese tramo y el cálculo de la base imponible que se encuentre entre 0 y 4000 se calcula con la recta calculada, siendo "x" la renta e "y" la base.

Para los puntos (tramos) (4000, 600) y (13800, 2952):

$$\begin{aligned}a &= \frac{2952 - 600}{13800 - 4000} = 0,24 \\b &= 600 - 0,24 \cdot 4000 = -360 \\ \text{la recta es } y &= 0,24x - 360\end{aligned}$$

Si tenemos una renta de 6000 € nuestra base imponible sería de  $y = 0,24 \cdot 6000 - 360 = 1080$  €



### Caso práctico

Como recordarás del punto 1 del tema, Evaristo tiene anotado en una tabla la relación entre sus ingresos y ahorros. ¿Cuál es la recta que le permite interpolar y extrapolar el ahorro en función de los ingresos? ¿Según los datos de que disponemos se cometen errores? ¿Qué cantidad ahorrará para el próximo año si tiene previsto ganar 65.000 €?

Ingresos (en miles)	54	56	58	62
Ahorro (en cientos)	20	22	24	28

$$a = \frac{28-20}{62-54} = \frac{8}{8} = 1$$

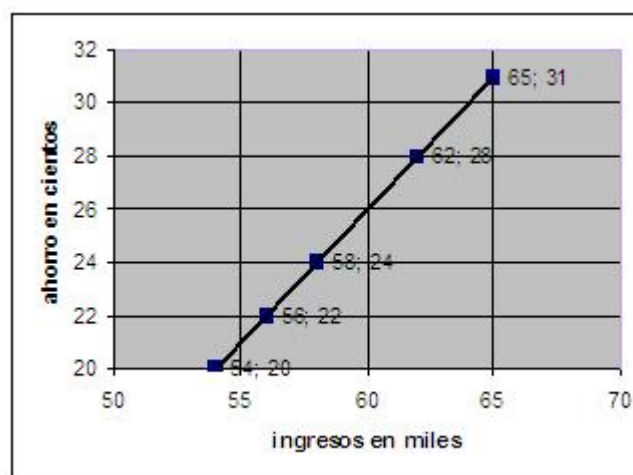
$$b = 20 - 54 \cdot 1 = -34$$

por tanto la recta es  $y = x - 34$

Donde la "x" son los ingresos en miles y la "y" el ahorro en cientos. Como habrás observado la recta la hemos obtenido con los datos del primer y el último año. ¿Coincidirá el ahorro de los años intermedios?

En la tabla la fila de los ingresos (x) le restas 34 y coinciden con los datos reales. Todos los puntos están alineados y pertenecen a la recta  $y = x - 34$ .

Puesto que el error no existe en la estimación, para este año  $65 - 34 = 31$  habrá ahorrado 3.100 euros.



## Comprueba lo aprendido

Siguiendo con la renta, sabiendo que en el tramo de 13800 a 25800 la base se encuentra entre 2952 y 6312. La pendiente de la recta es de:

- ☐ 0,28
- ☐ 28 %
- ☐ 3,57

$$\frac{6312-2952}{25800-13800} = 0,28$$

No es correcto

no es correcta

## Solución

1. Opción correcta

- 2. Incorrecto
- 3. Incorrecto

En las mismas condiciones del apartado anterior. La recta que interpola la base imponible en función de los ingresos en dicho tramo es:

- ☐  $y=0,28x+912$
- ☐  $y=0,28x-912$
- ☐  $y=912x-0,28$

No es correcto

$b = 2952 - 0,28 \cdot 13800 = -912$ , la recta es  $y=0,28x-912$

No es correcto

### Solución

- 1. Incorrecto
- 2. Opción correcta
- 3. Incorrecto

¿Qué base imponible le corresponde a unos ingresos de 20.000 €?

- ☐ 3000 €
- ☐ No se puede calcular por estar fuera del tramo.
- ☐ 4688 €

No es correcto

No vas a ser un buen inspector de hacienda

Sí , es el resultado de  $y=0,28 \cdot 20.000 - 912 = 4.688$  €

### Solución

- 1. Incorrecto
- 2. Incorrecto
- 3. Opción correcta





Evaristo debe visitar regularmente empresas relacionadas con el turismo. Para ello prefiere viajar en taxi para no preocuparse de buscar aparcamiento en determinadas zonas muy densas de tráfico. El coste de la carrera depende de dos conceptos, la bajada de bandera y el número de kilómetros recorridos. Los últimos comprobantes que tiene le informan que por un viaje de 7 km. tuvo que pagar 7,30 € y por otro de 12 km pagó 11,50 €.



1. Por cada kilómetro más que viaje tiene que pagar  €.
2. La bajada de bandera cuesta  €.
3. Si realiza en las mismas condiciones un viaje de 10 kilómetros deberá pagar  €.
4. Mientras que si el viaje fuese de 20 kilómetros el valor de la carrera ascendería a  €

El precio por kilómetro nuevo es  $\frac{11,50-7,30}{5} = 0,84$ .

La bajada de bandera cuesta  $7,30-7 \cdot 0,84 = 1,42$ .

Por tanto la función de interpolación sería  $y = 0,84 \cdot x + 1,42$ .

Por 10 kilómetros pagará  $y = 0,84 \cdot 10 + 1,42 = 9,82$  y por 20 será  $y = 0,84 \cdot 20 + 1,42 = 18,22$ .



Para saber más

Para que puedas seguir practicando te ofrecemos este vídeo donde se utiliza la interpolación y la extrapolación.

## Interpolación y extrapolación lineal



Vídeo de Vicente González Valle alojado en [Youtube](#).

---

## Resumen

---



### Importante

---

La **interpolación** es un método que nos permite conocer, aproximadamente, los valores intermedios que toma una función desconocida a partir de datos conocidos.

---



### Importante

---

**Interpolación lineal.** El caso más simple que se puede presentar es que se conozcan dos parejas de datos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ . En este caso podemos calcular una función lineal (polinomio de grado 1)  $f(x)=y=ax+b$  que cumpla  $f(x_1) = y_1$ ,  $f(x_2) = y_2$ . Su gráfica es una recta que pasa por los puntos de coordenadas  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ . Una vez obtenida su expresión, dando valores se pueden encontrar nuevos puntos de la función. Los resultados obtenidos son naturalmente estimaciones aproximadas.

Conocidos dos puntos  $A(x_1, y_1)$ ;  $B(x_2, y_2)$  la función lineal que definen es  $y=ax+b$  donde:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad ; \quad b = y_1 - ax_1$$

Al coeficiente "a" se le llama pendiente y al "b" ordenada en el origen, como ya viste al trabajar la función lineal en temas anteriores.

Por ejemplo la función lineal que contiene a los puntos  $A(2,5)$  y  $B(4,-1)$  sería  $y=-3x+11$  ya que

$$a = \frac{-1-5}{4-2} = \frac{-6}{2} = -3 \quad ; \quad b = 5 - (-3) \cdot 2 = 11$$



### Importante

---

A la diferencia entre el valor real ( $y^*$ ) y el estimado ( $y$ ) se le llama error de interpolación.

$$E_a = y^* - (ax + b)$$

En nuestro ejemplo anterior  $y^*=673.474$  e  $y=674.879$ , entonces  $E_a=-1405$ . La provincia de Badajoz, en el año 2006, tenía 1405 habitantes menos que el valor que hemos hallado en nuestra estimación por interpolación lineal.

---

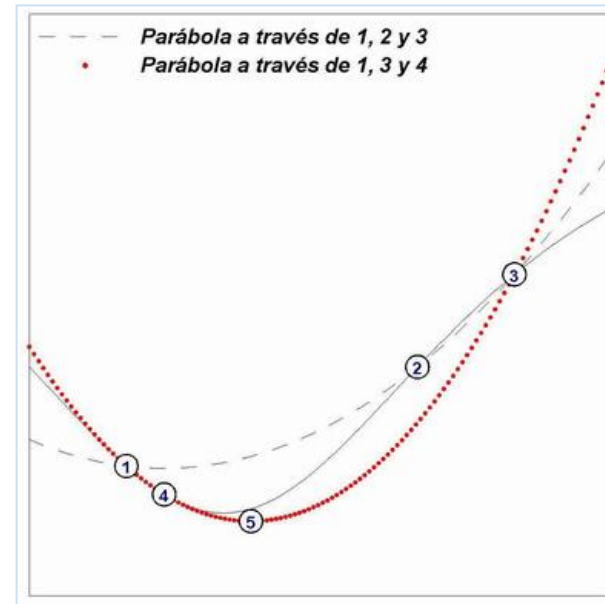


### Importante

---



**Interpolación cuadrática.** Con el fin de minimizar el error de interpolación, cuando tres puntos no están alineados podemos interpolar con una función del tipo  $y=ax^2+bx+c$ . A esta interpolación se le llama **cuadrática**



Para tres puntos no alineados  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  y  $(x_3, y_3)$  la función cuadrática que pasa por ellos tiene la expresión:

$$y = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}y_2 + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}y_3$$



## Importante

Cuando se realiza una estimación para valores que se encuentran fuera del rango (mayores que el máximo o menores que el mínimo) de los datos que poseemos, el proceso se denomina **extrapolación**.

Este procedimiento conlleva un mayor riesgo de error, al suponer que el comportamiento de la función fuera del intervalo es el mismo que dentro de él.