INSTITUTO de ENSEÑANZAS a DISTANCIA de ANDALUCÍA

PAC

Preparación Acceso a CFGS

Física

Vibraciones y ondas. Óptica: El movimiento ondulatorio

1. ¿Qué es una onda?

Imagen de Roger McLassus en Wikipedia. CC

Probablemente tengas la experiencia de haber formado ondas en la superficie de un río o una piscina tirando una piedra. Es uno de los muchos ejemplos de movimientos ondulatorios que nos rodean. Muchos otros no son tan evidentes pero detrás de la propagación de los sonidos o de la luz está el concepto de onda.
En esta unidad abordamos el estudio de las ondas.

Importante

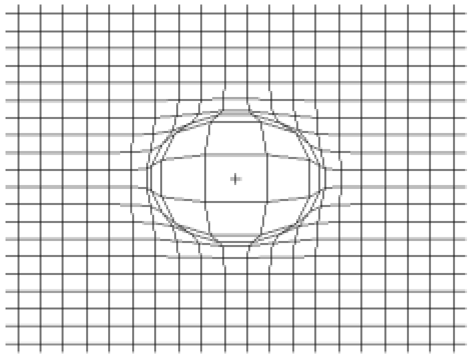
En física, se llama **onda** a la propagación a través del espacio de la perturbación de alguna magnitud.

La propiedad que se propaga y el medio cambian según el tipo de onda.

En la siguiente animación puedes ver cómo se propaga una onda por una cuerda. En este caso la posición un punto de la cuerda así como su velocidad y su aceleración van cambiando con el tiempo y ese cambio se va trasladando por la cuerda. Este podría ser el caso de una cuerda de una guitarra que ha sido pulsada.

Animación en Wikipedia. Dominio público

En la vibración de una membrana de un tambor la magnitud que se modifica también es la posición.



Animación de cdang en Wikipedia. CC

Importante

Hay muchos tipos de ondas y se pueden clasificar siguiendo diferentes criterios.

En función del medio en el que se propagan podemos hablar de:

1. **Ondas mecánicas**: las ondas mecánicas necesitan un medio (sólido, líquido o gaseoso) para propagarse. Un ejemplo sería la onda que viaja por la cuerda de una guitarra o por la membrana de un tambor.
2. **Ondas electromagnéticas:** las ondas electromagnéticas no necesitan de un medio material para propagarse, pudiendo por lo tanto propagarse en el vacío. Es el caso de la luz visible o las ondas de radio, ondas electromagnéticas que viajan aproximadamente a una velocidad de 300000 km/s.

En función de la dirección en la que transmiten su energía:

1. **Ondas unidimensionales:** son aquellas que transmiten energía a lo largo de una sola dirección del espacio, como las ondas en los muelles o en las cuerdas.
2. **Ondas bidimensionales**: son ondas que se propagan en dos direcciones. Un ejemplo son las ondas que se producen en una

superficie de un líquido en reposo cuando se deja caer una piedra en ella.
3. **Ondas tridimensionales**: son las que se propagan en las tres direcciones del espacio. El sonido es una onda tridimensional.

En función de la dirección de la perturbación:

1. **Ondas longitudinales**: son aquellas en las que la magnitud que cambia lo hace en la misma dirección en la que se propaga la onda. Por ejemplo, un muelle que se comprime da lugar a una onda longitudinal.
2. **Ondas transversales**: son aquellas en las que la magnitud que cambia lo hace en una dirección perpendicular a la dirección en que se propaga la onda. Por ejemplo, en el caso de la luz, los campos magnéticos y eléctricos asociados varían en el plano perpendicular a la línea en la que viaja la luz.

Mira el siguiente vídeo de propagación de ondas transversales y longitudinales:

Grabación de simulación de Jesús Peñas

Comprueba lo aprendido

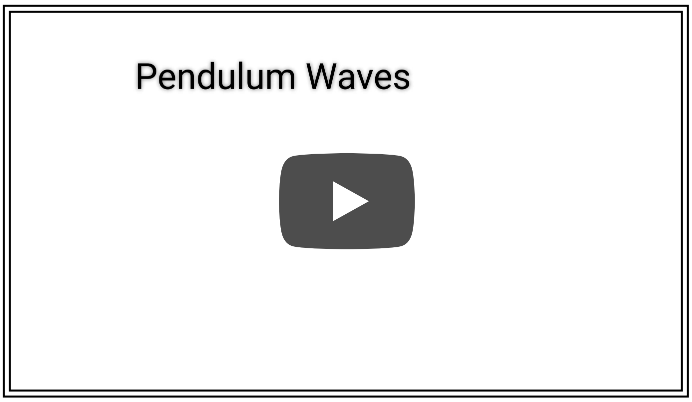
Completa la siguiente tabla en la que se clasifican varias ondas.

	Según el	Según la dirección	Según la relación entre la dirección de

Ejemplos	Según el medio de propagación	Según la dirección de propagación de la energía	dirección de propagación y de la variación de la magnitud característica
A. Una explosión de un petardo produce un sonido que se propaga.			Longitudinal
B. Hacemos vibrar la cuerda de un violín y observamos que la vibración se propaga por la cuerda.	Mecánica		
C. Golpeamos con un palillo la membrana de un tambor y vemos que toda la membrana comienza a vibrar.		Bidimensional	

Enviar

Vamos a estudiar las ondas a partir del caso más simple. Se trata de las **ondas armónicas**, que son aquellas cuya característica esencial es que cada punto que recibe la perturbación adquiere un movimiento simple.



Vídeo de Harvard Natural Sciences Lecture Demonstrations alojado en Youtube

No pienses que por estudiar el caso más simple nos estamos alejando de los casos más reales, como ya demostrara Fourier en 1822, cualquier onda por muy compleja que fuese se puede expresar como combinación o superposición de este tipo de ondas denominadas armónicas.

La característica esencial de la onda armónica es que cada punto que recibe la perturbación adquiere un **movimiento armónico simple**.

2. Movimiento armónico simple

El Movimiento armónico simple, como el movimiento circular MCU, es un caso particular de **movimiento periódico,** que se caracteriza porque los móviles ocupan la misma posición en intervalos de tiempo iguales.

Fotografía de Lourdes Cardenal bajo licencia GNU

Animación de autor desconocido

Fíjate en las aspas de los molinos de viento. Cuando giran con MCU, al cabo de un tiempo determinado vuelven a pasar por la misma posición: se trata de un movimiento periódico. Ese tiempo es menor cuanto más deprisa giren.

Lo mismo sucede con la bola que cuelga del muelle y oscila de forma periódica.

Para que un movimiento sea periódico se debe cumplir que en cada ciclo se emplee el mismo tiempo.

Importante

Una magnitud fundamental para describir un movimiento periódico es su **periodo** T o tiempo que tarda en repetirse el movimiento.

Importante

El movimiento armónico simple (MAS) es un movimiento de

El movimiento armónico simple (MAS) es un movimiento de vaivén en el que el cuerpo oscila siguiendo una trayectoria rectilínea. Pasa por el punto medio en cada vibración llegando al máximo y al mínimo, es decir, los extremos, donde el cuerpo se para y vuelve hacia la posición de equilibrio. Esto sucede a intervalos de tiempos iguales. La ecuación que determina la posición del cuerpo es una función senoidal o cosenoidal.

El ejemplo más claro de un MAS es el de un muelle que se estira y se deja oscilar.

Relación entre el MCU y MAS

Fíjate en la primera de las dos animaciones siguientes: en ella puedes ver un objeto (el punto verde) describiendo un movimiento circular. Su movimiento se asemeja al que sigue el cuerpo que cuelga del muelle.

Con la animación puedes intuir que cuanto mayor es la velocidad del movimiento circular, más rápidas son las oscilaciones de este.

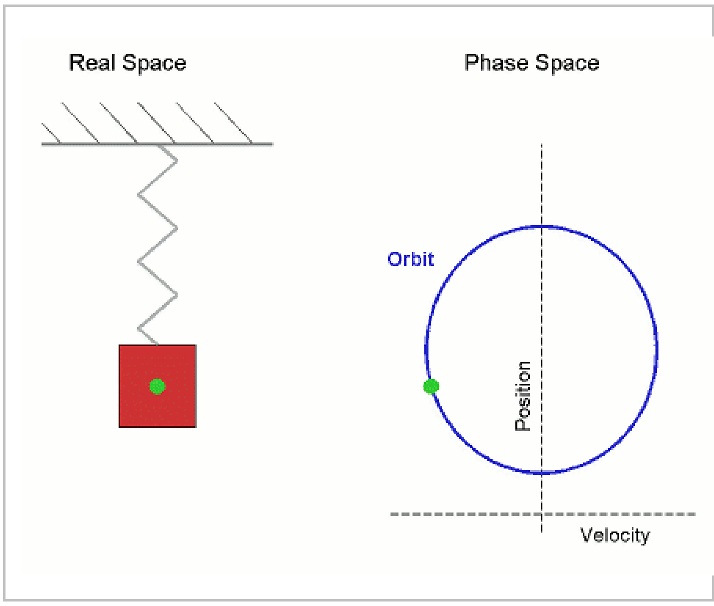
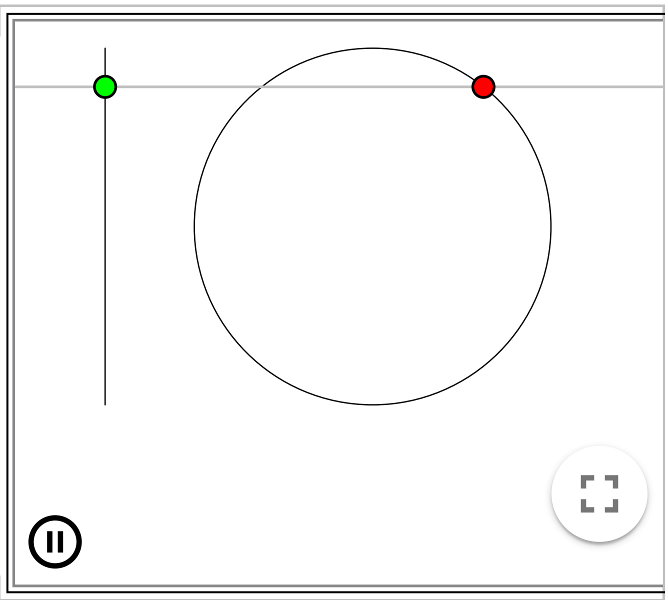


Imagen de Mazemaster en Wikimedia. CC0



Animación de Alberto en Geogebra. CC

En la segunda animación puedes ver el objeto que describe un movimiento circular (punto rojo) y su proyección, su sombra (punto verde): La sombra oscila en torno a una posición central, también llamada de equilibrio. El movimiento de la proyección corresponde a un movimiento armónico simple.

Se constata, pues, que la proyección de un movimiento circular sobre uno de los ejes de coordenadas corresponde a un movimiento armónico simple y a partir de tal situación se puede deducir la ecuación temporal que rige ese movimiento.

Magnitudes que caracterizan un MAS

Elongación (x): posición de objeto que vibra o distancia que hay desde donde se encuentra este hasta la posición de equilibrio.

Amplitud (A): valor máximo de elongación.

Periodo (T): tiempo que invierte el cuerpo en realizar un ciclo u oscilación completa (ida y vuelta), esto es, el tiempo que tarda el movimiento en repetirse. Se mide en segundos (s)

Frecuencia (f o ν): número de oscilaciones que el cuerpo realiza en la unidad de tiempo. Se mide en s^{-1} o hertzios (Hz). La relación entre la frecuencia y el periodo es: $f=1/T$

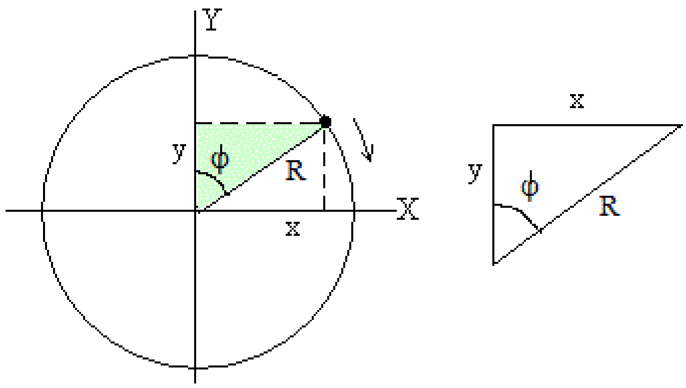
Frecuencia angular (ω): frecuencia expresada en radianes en la unidad de tiempo. Se cumple: $\omega=\frac{2\pi}{T}$

2.1 Cinemática del MAS

¿Cuáles son las ecuaciones del movimiento armónico simple?

Las ecuaciones de un MCU ya las conocemos: $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}$ Recuerda, las coordenadas x e y se pueden escribir en función de R (el radio de giro) y ϕ (el ángulo):

De la imagen, se deduce que $x=R\cdot sen\phi$



Como la posición cambia con el tiempo, se debe colocar el ángulo en función del tiempo.

$x=R\cdot sen\omega t$

Si el movimiento no comienza para un ángulo cero, se ha de añadir un elemento: el desfase ϕ_0 .

Quedan por tanto las ecuaciones el MCU:

$$x=R\cdot sen\phi=R\cdot sen(\omega t+\phi_0)$$

$$y=R\cdot \cos\phi=R\cdot \cos\left(\omega t+\phi_0\right)$$

Hemos comprobado, con la animación del apartado anterior, que la coordenada y de ambos movimientos coincidía. Esto quiere decir que ya sabemos la ecuación de la posición de un MAS.

Posición en un MAS

Se describe la posición de un objeto que se mueve en el eje X siguiendo un movimiento armónico simple con la siguiente ecuación:

$$x=Rsen\left(\omega t+\phi_0\right)$$

El valor de la coordenada x es la separación del punto de equilibrio respecto del que oscila nuestro móvil y la denominamos **elongación**. El valor máximo de la elongación se obtiene cuando el seno toma valor 1 o -1:

$$sen\left(\omega t+\phi_0\right)=\pm 1\Rightarrow x=\pm R$$

Como **amplitud** (A) es el valor máximo de la elongación, la ecuación anterior quedará:

$$\boxed{x=Asen\left(\omega t+\phi_0\right)}$$

Importante

Se puede escribir la ecuación en función del seno o del coseno indistintamente, y esto es gracias a que son expresiones equivalentes, solo se diferencian en la fase inicial (las dos formas simplemente presentan un desfase de $\pi/2$)

Así las expresiones $x = A sen(\omega t)$ y $x = A cos(\omega t + \pi/2)$ son equivalentes.

Para saber más

Fase (ϕ): el argumento de la función sen $(\omega t + \phi_0)$. Es el valor angular que nos permite calcular la posición del móvil en cualquier instante.

Fase inicial (ϕ_0): valor de la fase en el instante en el que comienza la medida.

Para saber más

Como sabrás, la función seno es periódica y se repite cada 2π ,

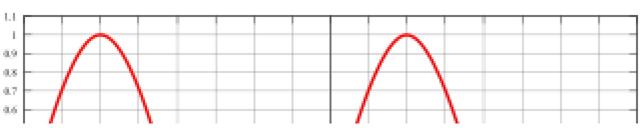


Imagen de Keytotime en Wikipedia. CC0

por tanto, el movimiento se repite cuando el argumento de la función seno $(\omega t+\phi_0)$ se incrementa en 2π , es decir, cuando transcurre un tiempo T se cumple:

$$(\omega(t+T)+\phi_0)=(\omega t+\phi_0)+2\pi$$

Es por ello que: $T=\frac{2\pi}{\omega}$

Ejercicio resuelto

La posición de un objeto que se guía por una fuerza recuperadora viene definida perfectamente por una expresión matemática que puede ser expresada con una función seno o coseno. Si un oscilador armónico tiene una pulsación ω y amplitud A:

Expresa, tanto en función del seno como en función del coseno, la ecuación del movimiento de ese oscilador que cambia de posición en el eje "x" en las siguientes situaciones con respecto a la posición inicial propuesta:

a) En la posición de equilibrio y con sentido hacia los valores positivos de la elongación.

b) En la posición de equilibrio y con sentido hacia los valores negativos de la elongación.

c) En el valor positivo máximo de la elongación.

d) En el punto más alejado de la posición de equilibrio en los valores negativos.

e) En el punto medio de la amplitud, situado en los valores negativos y moviéndose hacia los valores positivos.

Mostrar retroalimentación

a. $x(t)=Asen(\omega t)=A\cos\left(\omega t+\frac{3\pi}{2}\right)$
b. $x(t)=Asen(\omega t+\pi)=A\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$
c. $x(t)=Asen(\omega t+\frac{\pi}{2})=A\cos(\omega t)$
d. $x(t)=Asen(\omega t+\frac{3\pi}{2})=A\cos(\omega t+\pi)$
e. $x(t)=Asen(\omega t+\frac{11\pi}{6})=A\cos\left(\omega t+\frac{4\pi}{3}\right)$

En general se pueden intercambiar las funciones seno y coseno entre sí, teniendo en cuentalas relaciones entre los ángulos opuestos y complementarios.

$$sen(\alpha)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos(\alpha)=\cos(-\alpha)=sen(\alpha+\frac{\pi}{2})$$

Velocidad del MAS

Del MAS sabemos que se trata de un movimiento rectilíneo pero no uniforme porque la velocidad varía. Piensa en el cuerpo que cuelga de un muelle, se frena cada vez que se acerca a los puntos de máxima separación del punto de equilibrio hasta pararse (pasa de una velocidad máxima en el punto de equilibrio a una velocidad cero en los extremos).

La ecuación de velocidad de un cuerpo con M.A.S. se obtiene derivando la ecuación de posición respecto del tiempo

$$v=\frac{dx}{dt}=A\omega\cos(\omega t+\phi_0)$$

La fórmula de la velocidad en función de la elongación será: $v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$

Puedes comprobar que para x = 0 → v = Aω

Por tanto la **velocidad máxima** se produce en el centro (x = 0) y en los extremos (donde x = A) se cumple que v = 0.

Aceleración del MAS

Derivando la expresión de la velocidad respecto del tiempo obtendremos la aceleración del cuerpo:

$$a=\frac{dv}{dt}=-A\omega^2 sen\left(\omega t+\phi_0\right)$$

Se deduce fácilmente la relación entre la aceleración y la elongación en un MAS:

$$a=-\omega^2 x$$

El valor máximo se alcanza en los extremos de la oscilación, al contrario que la velocidad. Y en el punto medio de equilibrio a = 0, ya que x = 0.

Importante

	ecuación	relación con x	condición de anulación	condici
velocidad	$v=A\omega\cos(\omega t)$	$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$	$v=0$ cuando x = A (en los extremos)	cuand punto
aceleración	$a=-A\omega^2 sen(\omega t)$	$a=-\omega^2 x$	$a=0$ cuando x = 0 (en el punto de equilibrio)	cuando x los

2.2 Dinámica del MAS

Para abordar este apartado vamos a recordar algo que ya vimos en la unidad 1 (tema de *Dinámica):*

los cuerpos elásticos (muelles) se deforman cuando se les aplica una fuerza, pero recuperan su forma original al dejar de actuar la fuerza. La deformación producida y la fuerza aplicada están relacionadas de forma que el alargamiento del muelle es directamente proporcional a la fuerza aplicada:

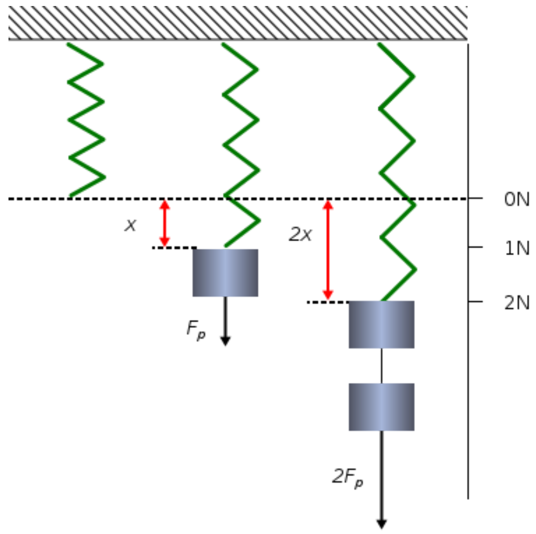


Imagen de Marc Lagrange en Wikipedia. CC

$$F = k \cdot \Delta L$$

siendo F la fuerza aplicada, ΔL el alargamiento del muelle y k la constante elástica o recuperadora del muelle.

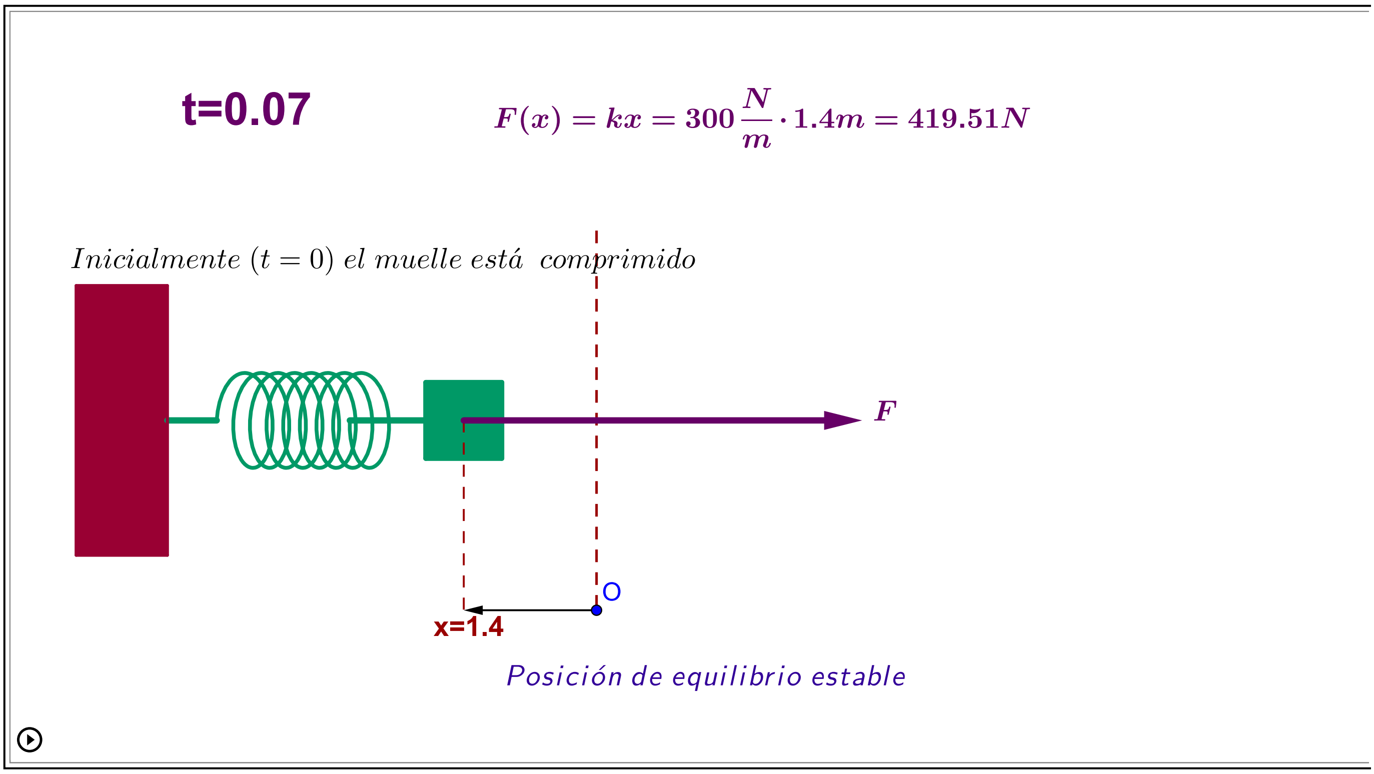
Esta es la **ley de Hooke**.

Sabemos que, una vez estirado, el muelle tiende a su estado inicial, gracias a una fuerza recuperadora, proporcional a la deformación del resorte, aunque de sentido opuesto, y que cumple la ley de Hooke:

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

Esta fuerza recuperadora pretende llevar de nuevo al sistema al equilibrio.

La fuerza restauradora (recuperadora o elástica) es variable, y tendrá sentido contrario al movimiento (siempre se dirige hacia la posición de equilibrio). Puedes verlo en la animación siguiente:



Animación de Fco Javier Robles Martín, Elvira Martinez y Carlos Romero en Geogebra. CC

Ya ves que el valor de F varía: cuanto mayor es el alargamiento o la compresión del muelle, mayor será la fuerza.

Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = -k\vec{x} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{k}{m} \cdot \vec{x}$$

Bajo la acción de una fuerza elástica, un cuerpo seguirá un movimiento armónico simple.

Nueva definición del MAS

Es posible, por todo lo anterior, redefinir el MAS:

El movimiento armónico simple de un punto material se da cuando, si por una perturbación se pierde el equilibrio estable, este se hallará sometido a una fuerza restauradora que intente devolver el sistema al equilibrio. Esta, proporcional al desplazamiento de su posición de equilibrio, es opuesta al movimiento de forma que realice un movimiento de vaivén en torno a una posición de equilibrio.

La fuerza restauradora ha de cumplir la ecuación $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$ siendo x la separación de la posición de equilibrio (elongación) y K la constante recuperadora del muelle.

Si se cuelga un cuerpo de 2 kg en dos muelles, vemos que estos se alargan 2,3 cm y 30 cm. Determina el valor de la constante elástica de cada muelle.

Mostrar retroalimentación

se cumple la ley de Hooke, F=k·Δx siendo Δx la deformación que experimenta el muelle.

La fuerza que actúa es el peso:

F=P=m·g

Sustituyendo valores:

muelle 1: F = m·g = k·x → 2 kg · 9,8 m/s^2 = k · 2,3·10^{-2} m → k = 852 N/m

muelle 2: F = m·g = k·x → 2 kg · 9,8 m/s^2 = k · 0,3 m → k = 65,3 N/m

Conocemos las ecuaciones de movimiento del MAS, si recordamos la de la aceleración: $a = -\omega^2 x$

Combinando con la expresión de la fuerza restauradora y la segunda ley de Newton:

$$\left.\begin{array}{r} a = -\omega^2 x \\ m \cdot a = -K \cdot x \end{array}\right] \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Estas expresiones importantes muestran cómo la frecuencia angular ω y el período T del movimiento armónico simple dependen de las características del oscilador (de k).

Comprueba lo aprendido

En un movimiento armónico simple:

Sugerencia

- En el momento en que se alcanza la máxima velocidad, la elongación toma el valor cero.
- La aceleración es nula cuando la elongación es máxima.
- Se puede observar una relación directamente proporcional entre la aceleración y la velocidad pero con signo opuesto.
- La frecuencia y la aceleración son directamente proporcionales.

Es correcto debido a que la función seno y coseno son complementarias.

La aceleración es proporcional a la posición del objeto, por tanto, erróneo.

La aceleración es proporcional a la posición del objeto pero con signo contrario, por tanto, erróneo.

La frecuencia es directamente proporcional a la pulsación. La relación entre aceleración y frecuencia está marcada por una potencia.

Solución

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto
4. Incorrecto

Indica cuál de las siguientes afirmaciones relacionadas con el movimiento armónico es falsa

Sugerencia

- La aceleración es una función periódica.
- El valor de la aceleración está relacionado con la masa de la partícula que oscila.
- La aceleración alcanza su valor máximo en el centro y mínimo en los extremos.
- La aceleración es directamente proporcional a la elongación pero de sentido contrario.

Es correcta depende de una función sinusoidal

Es correcto ya que es inversamente proporcional a ella.

Es falsa ya que es proporcional a la elongación.

Es correcto y la pulsación es la constante de proporcionalidad ente ambas magnitudes.

Solución

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta
4. Incorrecto

2.3 Transformaciones energéticas en el MAS

Para realizar un análisis energético estudiemos el oscilador armónico.

Recuerda: un oscilador armónico es aquel sistema material que se mueve con movimiento armónico simple.

A continuación se plasmarán aquellas expresiones que nos permitirán determinar cuantitativamente los valores de energías tanto cinética como potencial y, por tanto, de energía mecánica para estos sistemas materiales.

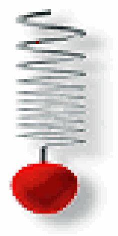


Imagen de Gonfer en Wikipedia. CC

Energía cinética

Conocemos la expresión matemática de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

En ella, puedes observar que la misma depende de la masa del oscilador y de la velocidad que presente el mismo.

Teniendo en cuenta que el valor de la velocidad para un oscilador armónico es:

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

La energía cinética podrá expresarse como:

$$E_c = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)$$

Y por tanto:

$$E_c = \frac{1}{2}K\left(A^2 - x^2\right)$$

Puedes ver que la energía cinética de un oscilador armónico es una función periódica del tiempo, depende de la elongación y es proporcional a la constante recuperadora del del cuerpo.

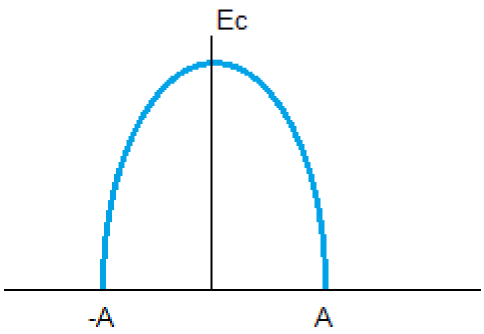
Reflexiona

¿En qué puntos será máxima la energía cinética? Realiza una gráfica donde se represente la Ec frente a x.

Mostrar retroalimentación

Sustituyendo valores en la expresión de la energía cinética, el máximo valor de la energía cinética la tenemos cuando $x = 0$, así $E_c = \frac{1}{2}KA^2$

Representando gráficamente obtenemos:



Energía potencial elástica

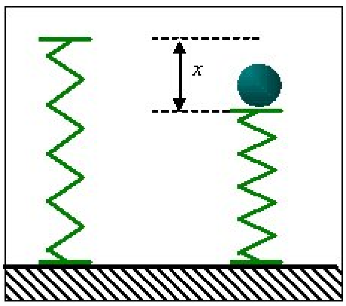


Imagen de elaboración propia

Al comprimir o alargar un muelle se realiza trabajo, que queda almacenado en el mismo en forma de energía potencial elástica.

Al igual que ocurría con la energía potencial gravitatoria, el trabajo coincide con el trabajo mecánico necesario para deformar el muelle de la posición inicial a la final, lo que se conoce como elongación del muelle.

Para deformar el muelle es necesario realizar una fuerza F de igual dirección y sentido contrario a la fuerza de restitución del mismo peso (que viene dada por la ley de Hooke que ya estudiaste F=k·x). El valor de la energía potencial elástica resulta ser:

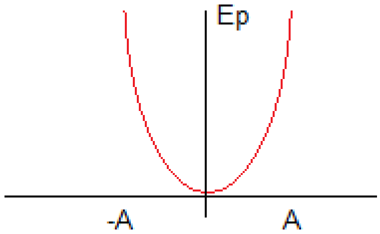
Importante

La energía potencial elástica almacenada en un muelle o resorte toma un valor:

$$E_{pe}=\frac{1}{2}\cdot k\cdot x^2$$

donde *k* es la constante elástica del muelle y *x* la elongación (deformación) del mismo.

La energía potencial elástica cambia con la posición, puedes ver en la imagen cómo tiene un valor mínimo en la posición de equilibrio y un máximo en los extremos.



Ejercicio resuelto

Antes de la irrupción de las balanzas electrónicas, los tenderos utilizaban balanzas como las mostradas en la imagen, cuyo funcionamiento está basado en la deformación de un muelle interno a partir del que es posible calcular el peso colgado.


Imagen de NIOSH , licencia Creative Commons

a) Al instalar una báscula de masa 10 kg el tendero debe colgarla a una altura de 2 metros sobre el suelo, donde se encuentra apoyada. ¿Qué variación ha sufrido la energía potencial gravitatoria del objeto al colocarlo en su nueva posición? ¿Qué trabajo ha debido realizar el tendero para colocarla ahí?

Mostrar retroalimentación

Escogiendo como referencia el suelo, la energía potencial en él valdrá 0 J, y la energía potencial en su nueva posición vendrá dada por la expresión $E_{p\_final} = m \cdot g \cdot h = 10 \cdot 9.8 \cdot 2 = 196$ J.

La variación de la energía potencial gravitatoria será $\Delta E_p = \Delta E_{p\_final} - \Delta E_{p\_inicial} = 196 - 0 =$ **196 J**

El trabajo realizado será, según se ha visto, el empleado en incrementar su energía potencial: $W = \Delta E_p =$ **196 J**

b) Si la constante elástica del muelle es de 2000 N/m y la deformación producida al colgar un objeto es de 15 cm, ¿qué energía potencial elástica habrá almacenado el muelle?

Mostrar retroalimentación

La energía potencial elástica para una deformación de 15 cm = 0.15 m será:

$$\mathbf{E_{pe}} = (1/2) \cdot k \cdot x^2 = 0.5 \cdot 2000 \cdot 0.15^2 = \mathbf{22.5\ J}$$

Energía mecánica

Ya has visto las energías cinética y potencial y de qué dependen ambas. Y sabes que la energía mecánica es la suma de ambas energías:

$$E_m = E_c + E_p$$

Al realizar la suma de las expresiones se puede calcular la energía mecánica y ver que esta permanece constante a lo largo del tiempo.

$$E_c = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

$$E_M = E_c + E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 + \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 (A^2 - x^2)\ ;\ k = m \cdot \omega^2$$

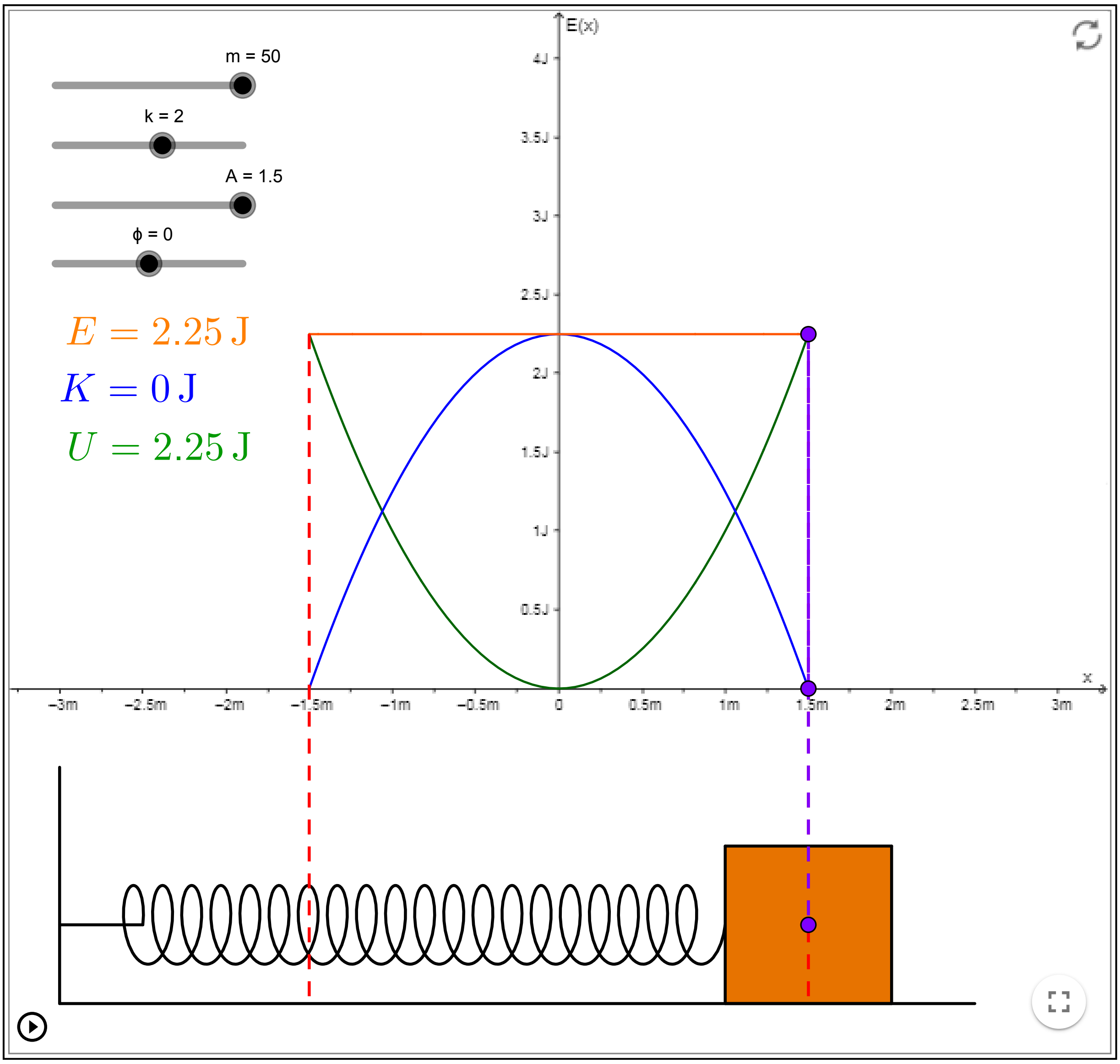
$$E_M = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = 2\pi^2 m \cdot f^2 \cdot A^2 = \frac{2\pi^2}{T^2} \cdot m \cdot A^2$$

En resumen, las expresiones que te permitirán conocer las energías en un movimiento armónico simple son:

$$E_c=\frac{1}{2}k(A^2-x^2)\ ,\ E_P=\frac{1}{2}k\cdot x^2\ ,\ E_M=\frac{1}{2}k\cdot A^2$$

$$donde\ \ k=m\omega^2\ \ y\ \ \omega=2\pi f$$

En la siguiente animación puedes jugar un poco con los distintos parámetros. Se te mostrarán los valores respectivos para la energía mecánica, cinética y potencial.



Animación de piedrahitapablo en Geogebra.org CC

Importante

Actividad

Se puede concluir que la energía mecánica del cualquier oscilador permanece constante, siempre y cuando no existan fuerzas disipativas, es decir, aquellas que provocan que el sistema intercambie energía con el exterior. Ejemplos de este último tipo de fuerzas serían las fuerzas de rozamiento.

La energía mecánica es igual al valor máximo de la energía potencial, e igual al valor máximo de la energía cinética. En ningún momento esos valores coinciden para una misma elongación. Por otro lado, la energía mecánica es directamente proporcional al cuadrado tanto de la amplitud como el de la frecuencia que posea el móvil. A lo largo del movimiento, hay una transformación continua de energía potencial en cinética, y viceversa.

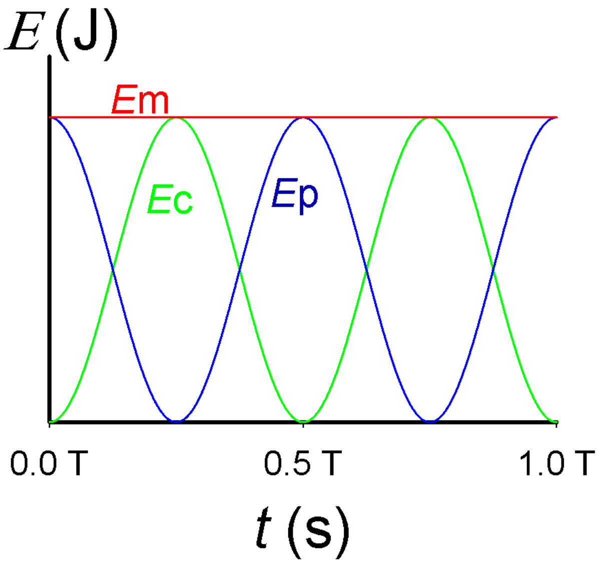


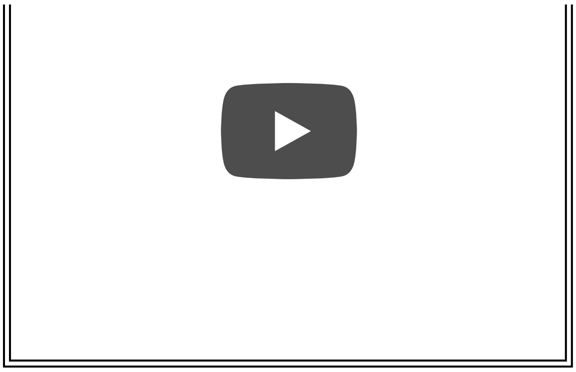
Imagen de Javier Carmona del Rio en Wikimedia. CC

Ejercicio resuelto

Imagina un cuerpo, cuya masa es de 3 kg, que se sujeta a un muelle y se hace oscilar con una amplitud de 4 cm y con un período de 2 s.

Oscilador armónico

Determina la energía total del sistema, es decir, la energía



Vídeo de fgarbor906 alojado en Youtube

sistema, es decir, la energía mecánica. Piensa si existirá un punto donde la energía cinética y potencial coinciden y si es de esa manera, ¿cuál sería?

Mostrar retroalimentación

Aplicando la expresión de la energía mecánica para el sistema:

$$E_M = \frac{2\pi^2}{T^2} \cdot m \cdot A^2 = \frac{2\pi^2}{2^2} \cdot 3 \cdot 0.04^2 = 0.0237J$$

Igualando las expresiones de energía cinética y potencial, podríamos determinar la posición solicitada.

$$E_p = E_c$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot x^2$$

$$A^2 = 2x^2$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{A^2}{2}} = \pm 0.028m$$

2.4 Péndulo simple

Un péndulo simple es un sistema de gran interés.

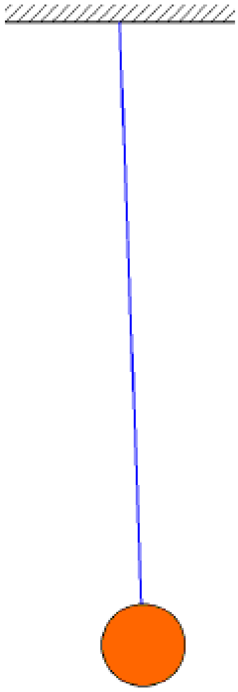


Imagen de burro en Wikipedia. CC

Vídeo de fgarbor906 alojado en Youtube

Consta de una masa suspendida de un hilo, cable o varilla inextensible y de masa despreciable. En una situación estable, sobre el péndulo actúan dos fuerzas que están en equilibrio: la tensión del hilo que sostiene al objeto y el peso de este.

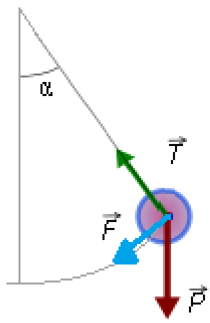


Imagen modificada de FJGAR (BIS) en Wikimedia. CC

Al separar el péndulo de la la posición de equilibrio, que es la vertical, un determinado ángulo α, el cuerpo oscila en torno a esta posición de equilibrio, comenzando entonces un movimiento de oscilación.

Hay por tanto una fuerza restauradora que actúa sobre el cuerpo que oscila, la puedes ver representada en la imagen de la derecha (en azul).

Si ese ángulo es suficientemente pequeño podemos afirmar que seguirá un movimiento armónico simple.

En la figura adjunta puedes ver claramente las fuerzas que intervienen en cada momento y cómo las mismas pueden descomponerse, así descubrirás cuáles se anulan y cuáles provocarán el cambio de posición. Se cumple que el ángulo formado por la fuerza peso y su componente normal es exactamente igual al que forma el hilo con la posición de inicio.

Por ello, se puede establecer que la componente tangencial tomará la siguiente expresión:

$$P_t = -mgsen\alpha$$

El signo negativo indica que su sentido es hacia la posición de equilibrio.

Curiosamente, el valor de la función seno toma valores casi iguales que el propio ángulo y, por tanto, puede ser sustituido el seno por el ángulo. El valor del ángulo se puede calcular como:

$$sen\alpha \approx \alpha = \frac{x}{L}$$

Por tanto, la fuerza sería:

$$P_t = -mgsen\alpha \approx -mg\alpha = -mg\frac{x}{L}$$

Comparando ésta con la fuerza recuperadora.

$$F = -kx$$
$$P_t = -mg\frac{x}{L}$$

Luego se deduce que

$$k = \frac{m \cdot g}{L}$$
$$\omega^2 = \frac{g}{L}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

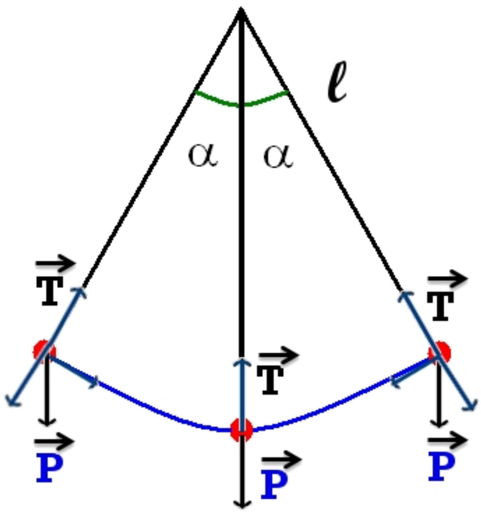


Imagen de FJGAR en Wikimedia. CC

En esta última ecuación puedes observar que el período y la frecuencia de un péndulo, al igual que en cualquier movimiento armónico simple, son independientes de la amplitud del movimiento. Además, para un péndulo que oscila bajo pequeños ángulos de separación con respecto a la posición de equilibrio, el período y la frecuencia son independientes de la masa, algo que no es posible para el caso de un muelle oscilante por la acción de masa. Esto que acabamos de ver es lo que hace que los péndulos sean empleados como instrumentos de medida del tiempo y que ambas magnitudes sólo dependen de la longitud del péndulo y de la aceleración consecuencia del campo gravitatorio terrestre.

Reflexiona

¿Cómo varía la frecuencia de un péndulo?

Mostrar retroalimentación

La frecuencia de oscilación de un péndulo será mayor al aumentar la gravedad en un determinado lugar y/o disminuir la longitud del hilo. A la inversa ocurrirá con el periodo. Por tanto, se puede establecer que varios péndulos simples de igual longitud en el mismo lugar, oscilarán con el mismo período.

Ejercicio resuelto

Supón un péndulo simple que tiene una longitud de 4,9 m.

¿Cuántas oscilaciones efectuará en 5 minutos?

Mostrar retroalimentación

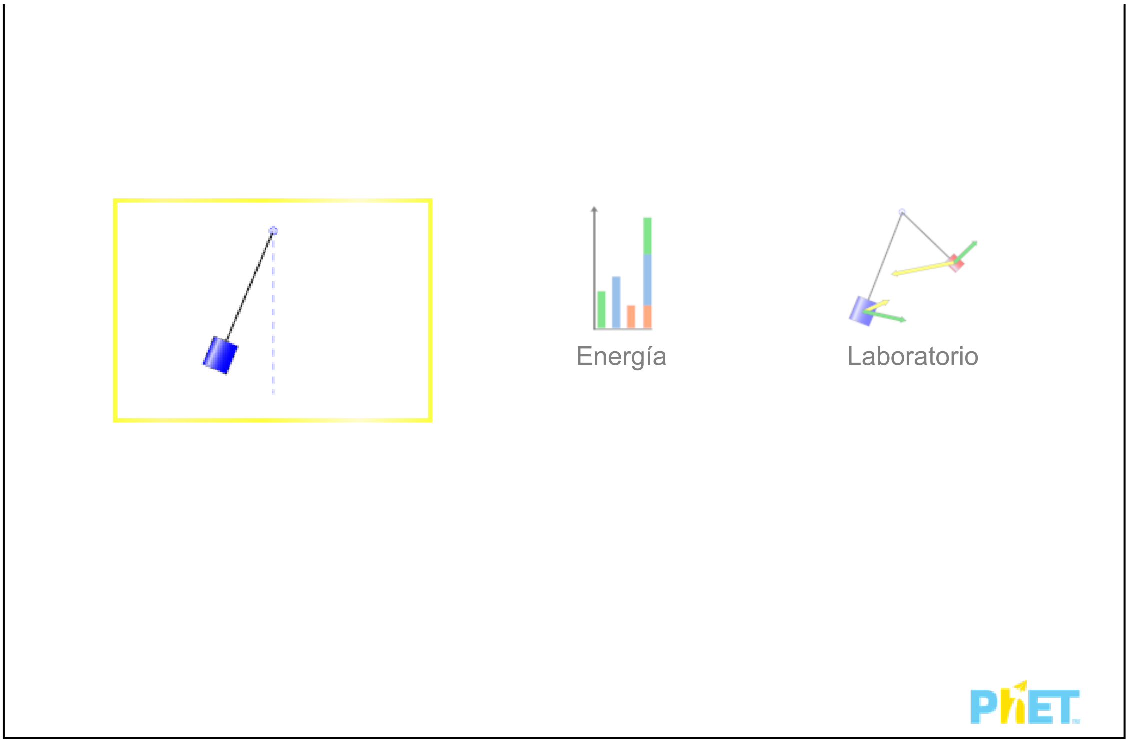
El periodomide el tiempo que tarda en dar una oscilación. Luego, determinando éste se puede averiguar el número de las oscilaciones en el tiempo pedido.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{4.9}{9.8}} = 4.44s$$

$$n^{o}\ oscilaciones = \frac{5\cdot 60}{4,44} = 67,6$$

Para saber más

Con esta animación puedes visualizar la variación de las energías cinética y potencial conforme oscila el péndulo:



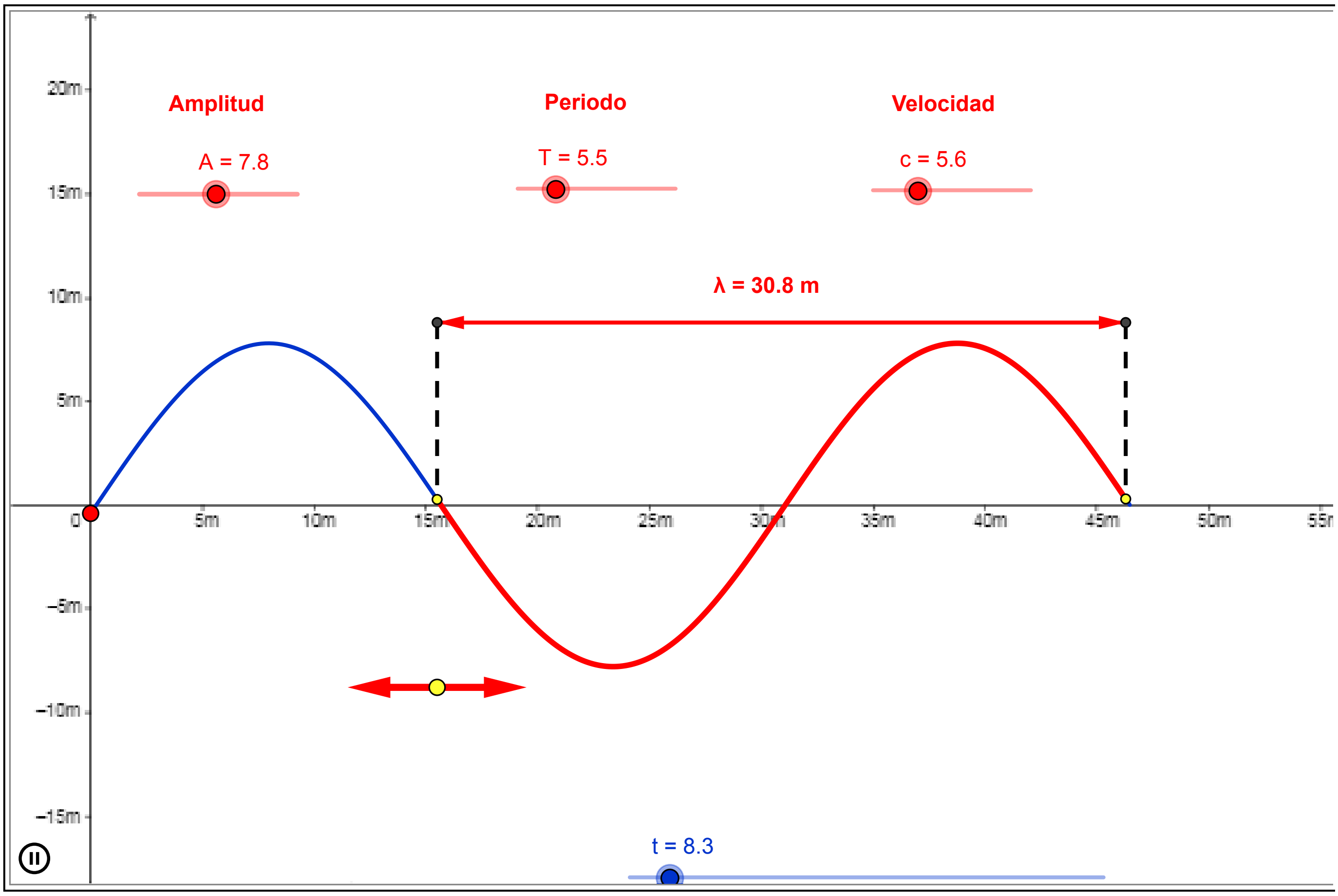
Animación de Phet. Uso educativo

3. Movimiento ondulatorio

Vamos a estudiar ahora las ondas a partir del caso más simple: las **ondas armónicas** (recuerda, aquellas en que cada punto que recibe la perturbación adquiere un MAS).

Cualquier onda se puede expresar como combinación de ondas armónicas. (Fourier, 1822).

En la siguiente animación te mostramos un movimiento ondulatorio sencillo. Se trata de una onda que viaja a lo largo de una cuerda. Todos los puntos de la cuerda se mueven. Cada punto se aleja del eje x una distancia (elongación) y que va cambiando en el tiempo.



Animación de Fernando Martínez en Geogebra. CC

Concentra tu atención en el punto rojo. Si te fijas, comprobarás que describe un movimiento oscilatorio respecto de la posición y=0 m. Este movimiento se repite y se denomina ciclo u oscilación. El tiempo que tarda en repetirse es el período.

Las ondas armónicas tienen un carácter periódico, concretamente, presentan **doble periodicidad**; y, por ello, para caracterizarla se puede utilizar una serie de magnitudes que permanecen constantes durante su propagación, algunas ya han sido tratadas al estudiar el movimiento armónico simple.

Las magnitudes que se expondrán a continuación se pueden agrupar en tres bloques: las dependientes del foco emisor, las dependientes del medio y, por último, las dependientes del medio y del foco. En resumen:

<table>
<tr><th colspan="3">Magnitudes características de las ondas</th></tr>
<tr><th>Dependientes del foco emisor</th><th>Dependientes del medio</th><th>Dependientes del medio y del foco</th></tr>
<tr><td>Período (T)</td><td rowspan="4">Velocidad de propagación (v)</td><td rowspan="2">Longitud de onda (λ)</td></tr>
<tr><td>Frecuencia (f o ν)</td></tr>
<tr><td>Frecuencia angular (ω)</td><td rowspan="2">Número de ondas (k)</td></tr>
<tr><td>Amplitud (A)</td></tr>
</table>

Veámoslas:

- **Elongación** (y): es la separación de un punto con respecto a su posición de equilibrio en un instante determinado. Su unidad en el S.I. es el metro.
- **Amplitud** (A): es la máxima elongación que sufren las partículas del medio sometidas al movimiento ondulatorio. Su unidad en el S.I. es el metro.
- **Período** (T): es el tiempo que tarda en volver a reproducirse una onda. Su unidad es el S.I. es el segundo. Recuerda que la **frecuencia** (ν) es la inversa del período, y se mide en Hz.
- **Frecuencia angular o pulsación** (ω = 2π/T = 2π ν): es el número de periodos comprendidos en 2π unidades de tiempo y el valor depende de la rapidez o celeridad con que oscila o vibra el objeto. Se mide en rad/s en el S.I. Se usa el valor de 2π debido a que el valor coinciden con el número de radianes que tiene una circunferencia.

Período, frecuencia y pulsación son propiedades características del oscilador armónico que hace de foco emisor de ondas y es independiente de la amplitud del movimiento. Esto quiere decir que sus valores permanecen constantes cuando la perturbación se propaga por un medio o cambia de un medio de propagación a otro.

- **Longitud de onda** (λ): es la distancia que separa dos puntos consecutivos en fase. La longitud de onda es también la distancia de una onda completa. Su unidad en el S.I. es el metro. Desde otro punto de vista, corresponderá a la distancia que se ha propagado una perturbación en un período de tiempo (T), por consiguiente, no depende de los puntos que son tomados por referencia para determinarla, teniendo cierto carácter absoluto.

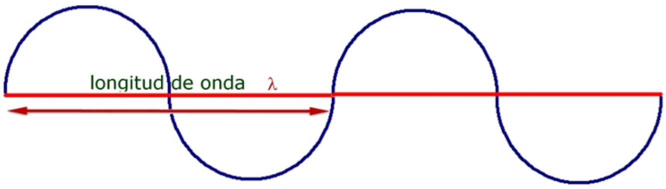


Imagen de FJGAR en Wikimedia Commons. CC

- **Velocidad de fase o de propagación** (v) de la onda: es la rapidez con se transmite la perturbación por un medio. Esta magnitud depende del medio y está relacionada con la longitud de onda y el período de la onda. Su unidad en el S.I. es m/s

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

- **Número de ondas** (k): es la cantidad de ondas completas contenidas en una distancia 2п metros. Esto se puede expresar como:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Importante

Amplitud, periodo, frecuencia y pulsación no varían al pasar de un medio a otro.

3.1 Ecuación de propagación de una onda

Ya sabemos que las ondas tienen unas características un tanto singulares.

Su doble periodicidad, una con respecto al tiempo (periodo) y otra referida a la distancia con respecto al centro emisor (longitud de onda), las hace especiales. Luego, para poder edificar un modelo adecuado desde una perspectiva matemática, se debe encontrar una expresión adecuada que contemple esta doble periodicidad.

$$y = f(x,t)$$

A la expresión anterior se le denominará *ecuación de ondas* y con la misma se pretende conocer el valor de la magnitud cuya propagación constituye la onda en cualquier punto del espacio que sea afectado o alterado por la misma y en cualquier instante después de que el foco emisor diera comienzo a la perturbación. Expuesto de otra forma, asignando a la variable y el valor de la perturbación, la ecuación nos servirá para valorar la modificación del medio a una distancia x concreta y en un tiempo t determinado desde el inicio de la emisión.

Volvamos sobre la onda que se propaga por una cuerda. Cada punto de esta onda se mueve con un MAS. Concretamente la ecuación del punto de la cuerda que está en x=0 m es:

$$y_{x=0,t} = A \cdot sen(\omega \cdot t + \theta_i)$$

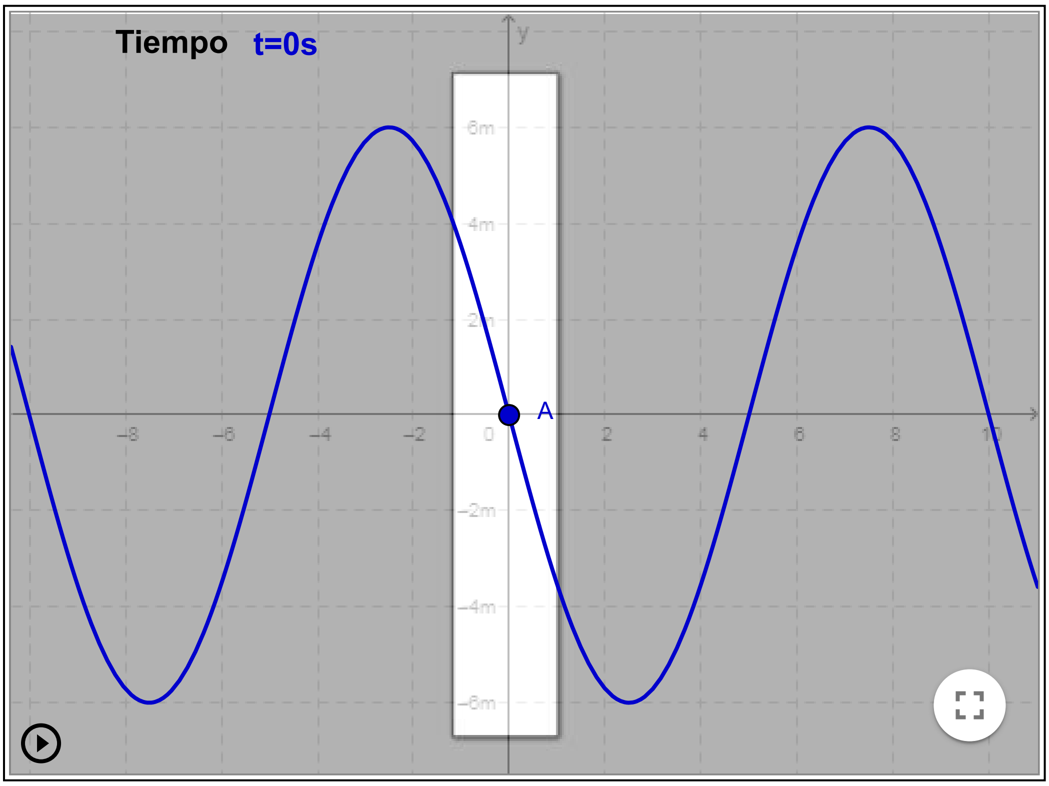
Como para el instante inicial el punto de la cuerda está a altura cero,

$$\theta_i = 0 rad$$

y la ecuación queda aún más sencilla.

$$y_{x=0,t} = A \cdot sen(\omega \cdot t)$$

Observa ahora la siguiente simulación. Representa la propagación de una pulsación por los puntos de una cuerda. Como puedes comprobar, la perturbación va afectando a cada punto del mismo modo pero con un retraso que es mayor cuanto más nos alejamos del punto donde se originó la onda.



Animación de Antonio González García en Geogebra. CC

Por lo tanto, un punto que diste x metros del origen, tendrá una ecuación de movimiento tal que así:

$$y_{x,t} = A \cdot sen(\omega \cdot (t - \frac{x}{v}))$$

$$y_{x,t} = A \cdot sen(\omega t - kx)$$

que resulta de introducir el retraso en llegar la pertubación. Ese lapso de tiempo se puede calcular dividiendo la distancia x que separa este punto del origen por la velocidad con que se propaga la onda. Si hacemos una serie de operaciones, la ecuación adquiere un aspecto más homogéneo y fácil de recordar:

$$y_{x,t} = A \cdot sen(\omega \cdot t - \omega \cdot \frac{x}{v})$$

$$y_{x,t} = A \cdot sen(\frac{2\pi}{T} \cdot t - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{\frac{\lambda}{T}})$$

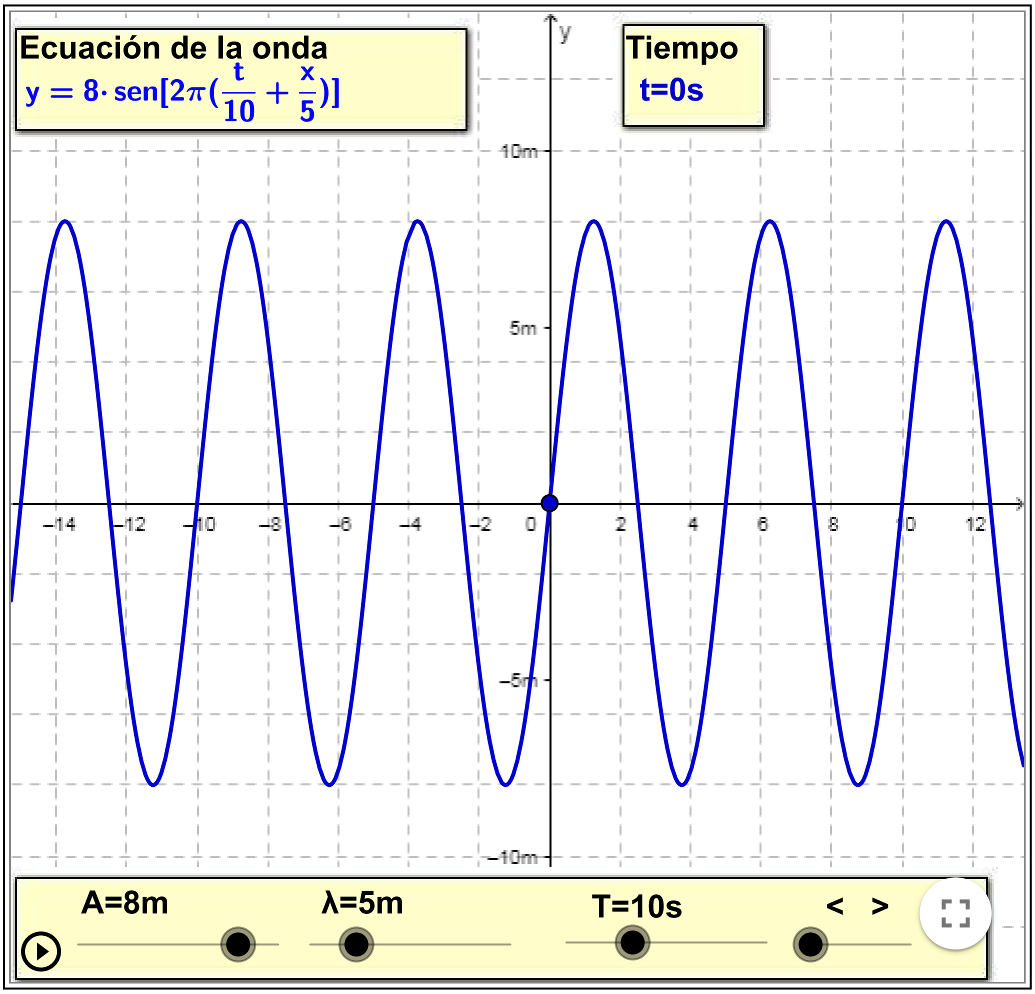
Por tanto queda: $y_{x,t} = A \cdot sen[2\pi \cdot (\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})]$

Esta es la ecuación de una onda que viaja por una cuerda y que tiene una amplitud A, un período T y una longitud de onda λ .

Esa misma ecuación se puede expresar de otra forma empleando los conocimientos de la trigonometría:

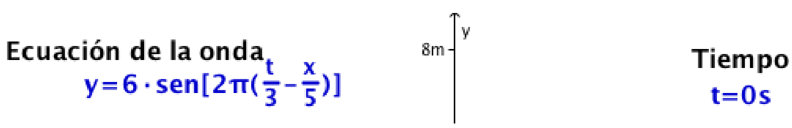
$$y_{x,t} = A \cdot cos(kx - \omega t)$$

En la siguiente simulación puedes modificar tanto la longitud de onda, como la amplitud, el período y el sentido de propagación de la onda y observar cómo cambia su ecuación. Pulsa sobre el botón de la esquina inferior izquierda para ver cómo se propaga cada onda después de establecer sus características.



[Animación](#) de [Antonio González García](#) en Geogebra. [CC](#)

Ejercicio resuelto



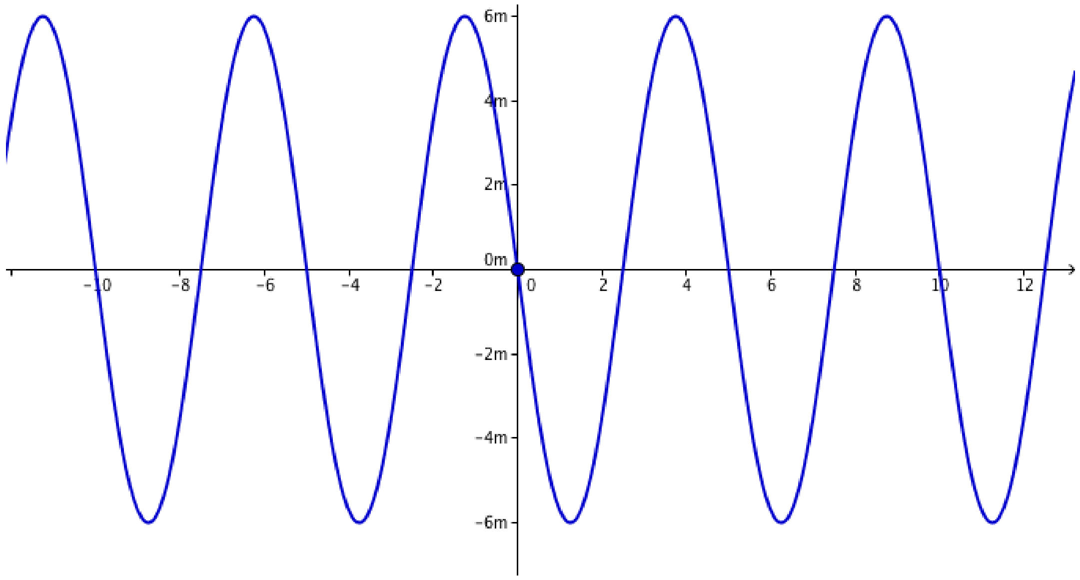


Imagen de elaboración propia

La ecuación de una onda es:

$$y_{x,t} = 6 \cdot sen[2\pi \cdot (\frac{t}{3} - \frac{x}{5})]$$

Usando la ecuación, determina las siguientes magnitudes o características de la onda:

1. Su amplitud.

Mostrar retroalimentación

Basta comparar con la expresión general de la ecuación de una onda:

$$y_{x,t} = A \cdot sen[2\pi \cdot (\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})]$$

para determinar que la amplitud de esta onda es 6m.

2. Su período.

Mostrar retroalimentación

Comparando de nuevo con la ecuación general observamos que el período vale 3s.

3. Su frecuencia.

Mostrar retroalimentación

La frecuencia se puede calcular a partir del período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3} = 0.33 Hz$$

4. Su longitud de onda.

Mostrar retroalimentación

Por comparación con la ecuación general obtenemos que la longitud de onda vale 5 m.

5. Su velocidad de propagación.

Mostrar retroalimentación

La velocidad de propagación se calcula dividiendo longitud de onda y período:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{5}{3} = 1.66 m/s$$

6. El sentido en que se propaga.

Mostrar retroalimentación

Cuando la ecuación lleva un signo menos delante de la x, el sentido de propagación es hacia las x positivas y viceversa. En este caso la onda se propaga de izquierda a derechas por el eje x.

3.2 Velocidad de propagación de una onda

Alguna vez habrás intentado hablar bajo el agua. Y te habrás percatado que no se escucha de la misma forma. Quizás te aclare esta escena de la película *Harry Potter y el cáliz de fuego.*

Vídeo de CharlotteTokyo alojado en Youtube

Todo se debe a la distinta velocidad de propagación de la onda (en este caso, la onda sonora).

La **velocidad de propagación** es la relación entre el espacio que avanza una onda o tren de ondas y el tiempo que emplea en el citado recorrido. Diversos autores suelen, también, denominarla *velocidad de fase*. La velocidad de propagación de una onda depende del medio en el cual se propaga ésta, así pues se ve influencia por la elasticidad o rigidez del medio, esto es, de las propiedades del medio. Si el medio es homogéneo e isótropo (es decir, un material que no presenta direcciones privilegiadas o dicho de otra forma que la propiedad sigue siendo la misma según varíe la dirección) la velocidad de propagación es la misma en todas las direcciones. La expresión matemática que nos permite obtener el valor de la velocidad en función de unas magnitudes que caracterizan a la onda es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = \lambda \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$$

No obstante, es posible determinar la velocidad de propagación en diversos medios empleando expresiones que relacionan la velocidad de fase con las propiedades del medio.

Para saber más

A continuación, se proponen diferentes formas de determinar la velocidad de una onda en unas situaciones concretas.

La velocidad de una onda en una cuerda es dependiente de la tensión (T), algunos autores la denominan, también, fuerza tensional, a la que se ve sometida la cuerda y de la masa por unidad de longitud, es decir, de la densidad lineal (μ) de la cuerda.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

La velocidad de propagación del sonido depende de las características del medio en el que se propaga. La ecuación adjunta permite calcular la velocidad del sonido en diferentes gases:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

γ se conoce por *coeficiente adiabático* está conectado con la naturaleza del gas, **R** la constante de los gases, **T** la temperatura absoluta y **M** simboliza la masa molar.

La velocidad de propagación de la luz, y en general de todas las ondas electromagnéticas, depende de la permeabilidad magnética (μ) y de la permitividad eléctrica del medio (ε) en el que se propaga, relacionadas según la forma que se recoge en la expresión siguiente:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu \cdot \varepsilon}}$$

Un ejemplo concreto que deja claro la tipología de las ondas con respecto a su propagación son las ondas sísmicas S (transversales), estas se propagan con una velocidad de 5 km/s, y las ondas P (longitudinales) con una velocidad de 9 km/s. A aquellos medios donde la velocidad de propagación de las ondas depende de su frecuencia, se llaman medios **dispersivos** para esa onda en concreto.

En los sólidos, la velocidad de propagación depende de la densidad de éste y del modulo de Young (J)

$$v = \sqrt{\frac{J}{\rho}}$$

En los líquidos, al igual que en los sólidos depende de la densidad del fluido y de la compresibilidad del mismo, la magnitud que rige este último es el módulo de compresibilidad (B).

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Es fácil deducir, que se propagan más rápidamente las ondas en los sólidos que en los gases, ya que en los primeros las partículas están más cerca partículas están más cerca.

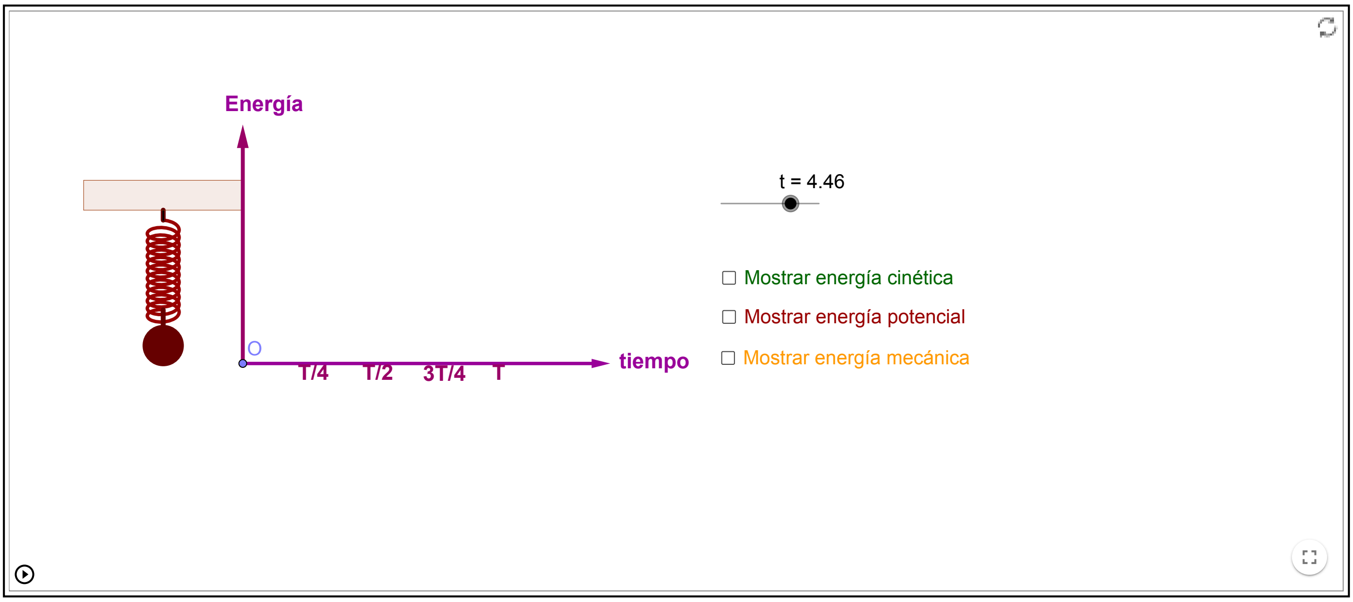
Importante

Hay que distinguir entre la velocidad de propagación de la onda por un medio determinado con la velocidad de vibración de cada una de las partículas o puntos del medio. La velocidad de fase de la onda por un medio homogéneo e isótropo tiene un valor constante. Por el contrario, la velocidad de vibración de las partículas del medio sigue una sucesión periódica de valores entre dos valores extremos y se obtiene derivando la elongación en la ecuación de onda respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy(x,t)}{dt}$$

3.3 Energía asociada al movimiento ondulatorio

Hemos visto que los puntos de la cuerda por los que se propaga la onda se mueven con un MAS. Ya hemos estudiado en un apartado anterior la energía potencial gravitatoria y la energía cinética (recuérdalo visualizando esta animación):



Animación de Rodrigo Montes Rodríguez, Elvira Martinez y Carlos Romero en Geogebra. CC

Como sabemos, la energía mecánica en ausencia de rozamientos se conserva. En la animación anterior se comprueba este hecho puesto aunque la energía cinética disminuya, la potencial elástica aumenta en la misma cantidad. Para calcular el valor de la energía total podemos escoger uno de los momentos en que el muelle se encuentre completamente estirado:

$$x = A \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

Sabiendo esto y que cada punto de nuestra cuerda se mueve con un MAS, no te resultará extraño el siguiente resultado.

La constante elástica depende la masa del oscilador y de la frecuencia de oscilación.

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m (2\pi f)^2 A^2 = 2 m \pi^2 f^2 A^2$$

Podrás ver que la energía que transporta una onda mecánica armónica es directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia, al cuadrado de la amplitud y a la masa de las partículas que vibran.

El foco emisor es el elemento determinante en la frecuencia de la onda, tal magnitud es independiente de la máxima elongación, amplitud, y el constante mientras que la onda se propaga y, también, en el caso de las ondas unidimensionales, especifica la **potencia** (la energía transmitida por la onda por unidad de tiempo):

$$P = \frac{E}{t} = \frac{kA^2}{2t} = \frac{m\omega^2 A^2}{2t} = \frac{2m\pi^2 f^2 A^2}{t}$$

Importante

La energía que transporta una onda depende del cuadrado de la amplitud y del cuadrado de la frecuencia de oscilación.

$$E = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$$

Comprueba lo aprendido

o

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

La energía de una onda se duplica si duplicamos su frecuencia.

Sugerencia

◯ Verdadero ◯ Falso

Falso
Se cuadriplica porque la energía depende del cuadrado de la frecuencia.

La energía de una onda se multiplica por 9 si su amplitud se triplica.

Sugerencia

◯ Verdadero ◯ Falso

Verdadero
Porque también depende del cuadrado de la amplitud.

La energía de una onda que se propaga por una cuerda no depende de la masa de esta.

Sugerencia

◯ Verdadero ◯ Falso

Falso
Es directamente proporcional a su masa.

Si una perturbación empieza a trasmitirse en un medio sin pérdidas de energía, estamos ante una situación en la cual la energía inicial debe repartirse a través del frente de ondas. En este aspecto, existen ciertas diferencias según sea la onda: plana, circular o esférica.

Debido a su importancia, sobre todo práctica, la disertación se basará en las ondas esféricas (tanto la luz como el sonido están incluidas en este grupo).

Cuando la energía del foco alcanza a los puntos situados a una cierta distancia del origen de la onda "r", te encontrarás con un conjunto de puntos que se hallan en fase, es decir, que vibran al unísono y, por consiguiente, formarán un frente de onda.

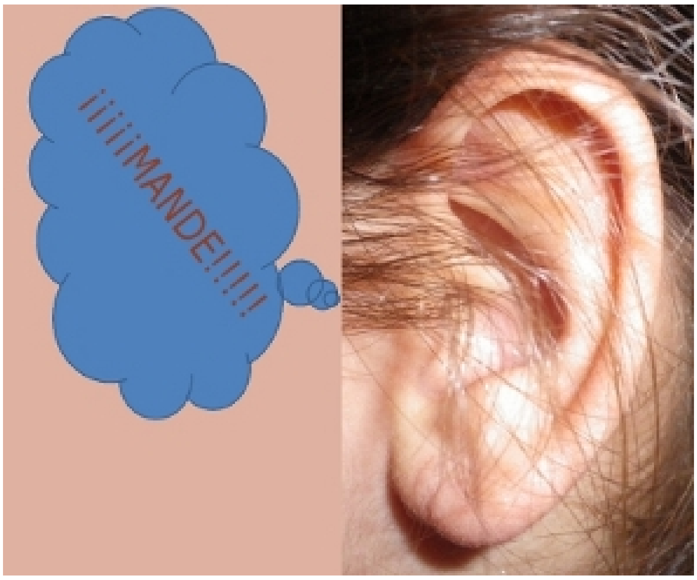


Imagen de FJGAR en Wikimedi Commons. CC

Al alejarse la onda del centro emisor, el frente de onda considerado contrendrá mayor número de puntos por el cual se reparte la energía emitida desde el foco. En conclusión, a mayor distancia menor será la amplitud de la oscilación. Este fenómeno se conoce con el nombre de **atenuación**, y no implica pérdida de energía sino tan solo disminución de la amplitud de la onda. En ningún momento cambia la frecuencia de la onda.

Para entender esa dependencia se parte desde la intensidad.

$$I = \frac{P}{S} = \frac{E}{\Delta t \cdot S}$$

Usando la densidad del medio: $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$

La intensidad toma el siguiente valor:

$$I = \frac{\frac{1}{2}\rho\frac{4}{3}\pi r^3 \omega^2 A^2}{S \cdot t} = \frac{\frac{1}{2}\rho\frac{4}{3}\pi r^3 \omega^2 A^2}{4\pi r^2 \cdot t} = \frac{\rho r \omega^2 A^2}{6 \cdot t}$$

La intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud.

Por otro lado, si comparamos las intensidades a distintas distancias, se puede ver que la intensidad es proporcional al cuadrado de la distancia al centro emisor.

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}$$

$$I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Por otro lado, la intensidad es proporcional a la amplitud, luego se puede ver que:

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{r_2}{r_1}$$

Ejercicio resuelto

Al comprar un foco, una de las informaciones más relevantes que se ofrece en la caja es la potencia. Al ir a un supermercado y abonar el precio de un foco, me fije que en su caja ponía que tenía 25 W de potencia

Imagen de Anónimo en INTEF. CC

Determina la intensidad de la onda electromagnética emitida por el foco a la distancia de un metro y cuatro metros. ¿Qué relación existe entre las intensidades y las amplitudes a las distancias indicadas?

Mostrar retroalimentación

La intensidad es la relación entre la potencia y la superficie.

$$I_1=\frac{P}{4\pi r_1^2}=\frac{25}{4\pi 1^2}=2\frac{W}{m^2}$$
$$I_2=\frac{P}{4\pi r_2^2}=\frac{25}{4\pi 4^2}=0.125\frac{W}{m^2}$$

La relación entre ambas y las amplitudes será:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{2}{0.125}=16$$
$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{4}{1}=4$$

4. Las ondas en el mundo que nos rodea: aplicaciones

Fotografía de Tony Wills en Wikipedia. CC

Hemos citado algunos ejemplos de fenómenos que se pueden explicar gracias al movimiento ondulatorio y hemos estudiado magnitudes que pueden describir una onda en el caso más sencillo, la onda armónica unidimensional. Ahora vamos a ver algunas aplicaciones de las ondas, introduciremos el concepto de onda electromagnética y reflexionaremos sobre el medio ambiente de algunas ondas.

4.1 Aplicaciones de las ondas al desarrollo y a la mejora de la calidad de vida

Las aplicaciones de las ondas en nuestras vidas son numerosísimas. Vamos a hacer un breve repaso.

Por si no lo sabes, el sonido es una onda. Concretamente una onda material, es decir una onda que necesita de un medio para propagarse. Muchos expertos defienden que la especie humana usa el lenguaje hablado como forma de comunicación desde su aparición en el planeta Tierra. Haciendo vibrar nuestras cuerdas vocales generamos sonidos que se propagan por el aire hasta llegar a los tímpanos de los receptores. Desde finales del siglo XIX se han producido numerosos avances tecnológicos que han permitido transmitir la voz humana a enormes distancias. El teléfono patentado por Graham Bell en 1876 conseguía convertir las ondas sonoras de la voz en ondas eléctricas que viajaban por los cables del telégrafo. Un siglo más tarde la empresa Motorola creaba los primeros modelos de teléfonos móviles que permiten hablar desde cualquier punto al que dé cobertura una red de comunicaciones constituida por estaciones bases que se comunican entre sí mediante ondas de radio.

Fotografía de Leonardo Pupiales en Wikipedia. CC Imagen de Anders en Wikipedia. Dominio público

Reflexiona

En las películas de ciencia ficción es habitual observar espectaculares escenas de batallas con explosiones . El ruido de las explosiones forma parte indispensable para hacer atractivas estas escenas , pero ¿se oirían en el espacio?

Mostrar retroalimentación

Estas explosiones no son audibles en el espacio puesto que el sonido requiere de un medio material para propagarse. El destello luminoso sin embargo sí que se propagaría a través del vacío y podría llegar hasta observadores que se encontraran en otras naves espaciales próximas.

Un tipo de onda sonora son los ultrasonidos. En un tema posterior se profundizará algo más, pero has de saber que se utilizan en medicina tanto para la realización de diagnósticos (ecografía) como en el tratamiento de ciertas patologías.

Dentro del cuerpo humano, los ultrasonidos se reflejan en las superficies de separación de los diferentes órganos. Son extensamente utilizados en el seguimiento del feto durante el embarazo dado que no daña los tejidos.

Imagen de Kickstart70 en Wikipedia. Dominio público

Las emisiones de radio y televisión llegan a nuestros receptores gracias a la propagación de ondas electromagnéticas desde las antenas emisoras. Las primeras comunicaciones vía ondas de radio se efectuaron a finales del siglo XIX, aunque hasta 1920 no se producen las primeras emisiones periódicas, en Estados Unidos. En España las emisiones de TVE no comienzan hasta 1956.

Pero las ondas electromagnéticas no solo se utilizan como medio de transmisión de imagen y sonido. Por ejemplo los rayos infrarrojos se usan en los mandos a distancia, en las conexiones sin cables de periféricos como el ratón y el teclado con el ordenador y los sensores infrarrojos son un método de seguridad contra la falsificación de billetes.

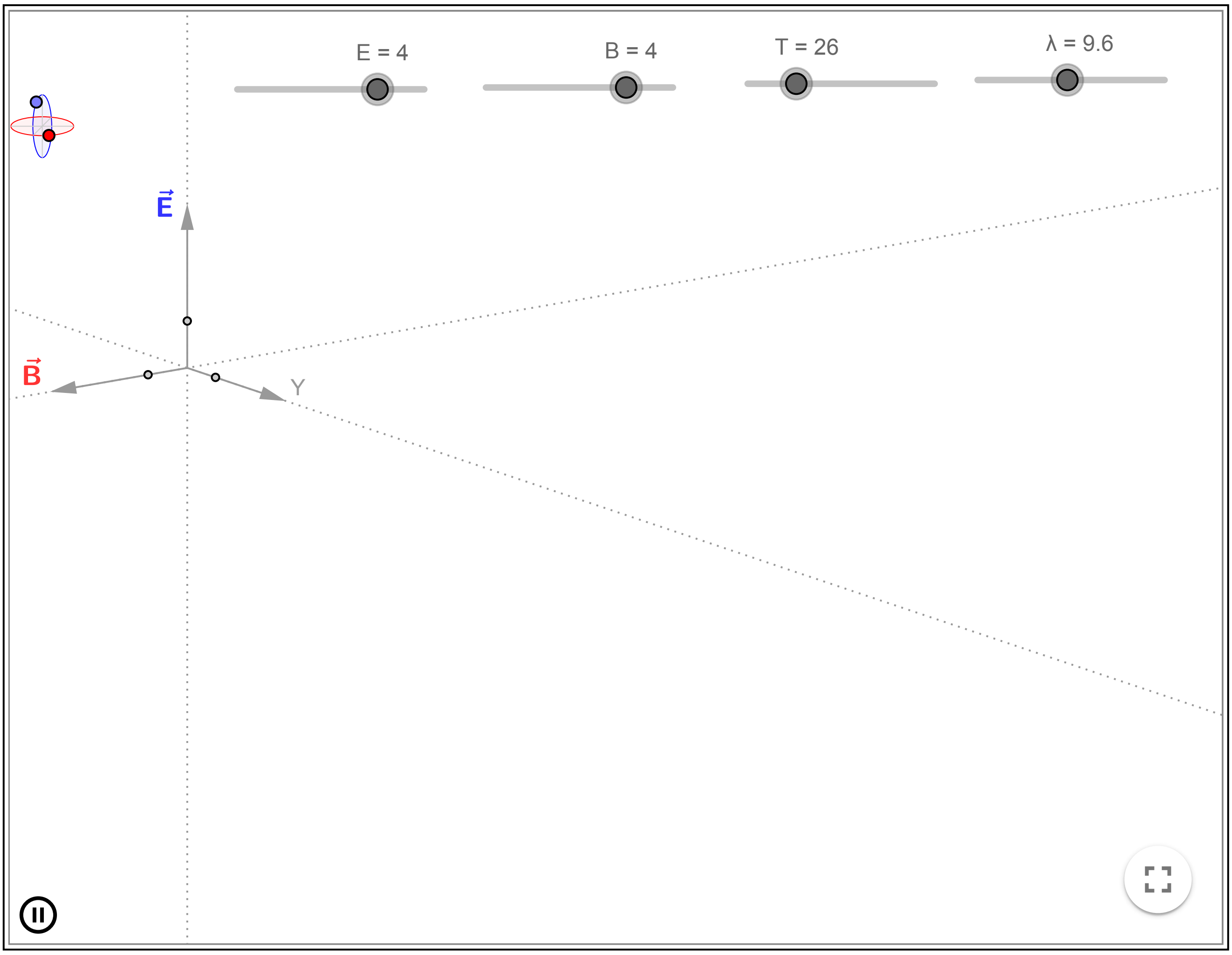
En nuestros hogares contamos con hornos microondas que también usan radiación electromagnética para hacer vibrar a las moléculas de agua contenidas en los alimentos y así calentarlos rápidamente.

Imagen de Ma8thew en Wikipedia. CC

Imagen de BrokenSphere en Wikipedia. CC

4.2 ¿Qué es una onda electromagnética?

Hemos nombrado las ondas electromagnéticas sin explicar en qué consisten. En la siguiente simulación puedes ver cómo se propagan estas ondas. Son el ejemplo perfecto de ondas que no necesitan un medio para propagarse. La luz visible es una onda electromagnética así como los rayos X de las radiografías o el infrarrojo que usan los mandos a distancia.



Animación de Fernando Martínez en Geogebra. CC

Recuerda la onda que se propaga por una cuerda. En ella la posición de cada partícula de la cuerda oscilaba en torno a una posición de equilibrio. Pues bien, en el caso de las ondas electromagnéticas son la intensidad de un campo eléctrico y otro magnético las que varían. Aunque no has estudiado electricidad ni magnetismo sí conoces la fuerza gravitatoria y sabes que llamamos gravedad a la intensidad del campo gravitatorio de un planeta o estrella. Del mismo modo la interacción de una carga o de un imán se pueden caracterizar por una magnitud que se denomina intensidad del campo, eléctrico en el primer caso ($\vec{E}$) y magnético ($\vec{B}$) en el segundo. Estas magnitudes son las que varían en una onda electromagnética.

Si observas la animación anterior, el campo eléctrico es un vector que oscila en un plano y el campo magnético otro que oscila en un plano perpendicular. El corte de ambos planos coincide con la dirección por la que se propaga la onda.

Importante

Todas las ondas electromagnéticas se propagan a la misma velocidad c que la luz. En el vacío esta velocidad es de 300.000 km/s

En esta imagen puedes ver las características y aplicaciones de todas las ondas electromagnéticas. Desde las de menor longitud de onda (y mayor frecuencia) hasta las de mayor longitud de onda (y menor frecuencia). A esta distribución de las ondas electromagnéticas se le conoce con el nombre de **espectro electromagnético**. Las ondas de mayor energía son las que se encuentran en la zona alta del espectro.

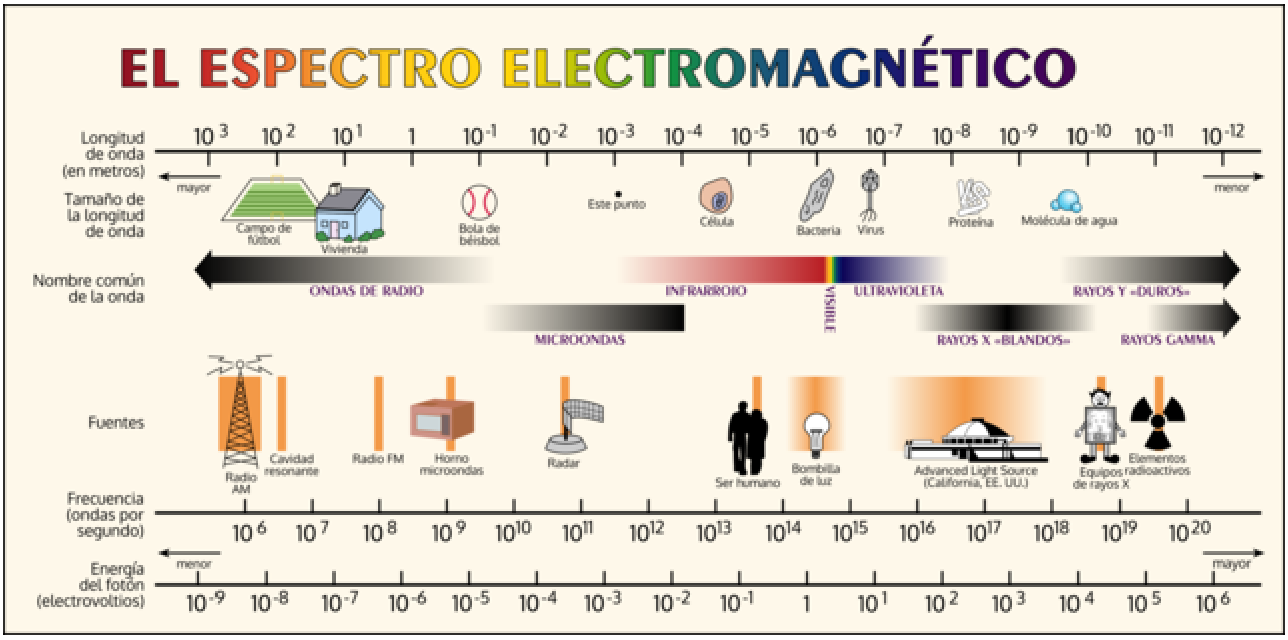


Imagen en Wikipedia. CC0

El espectro visible es la región del espectro electromagnético visible por el ojo humano. Va desde el rojo con frecuencias en torno a $4 \cdot 10^4$ Hz y longitudes de onda de 620 a 750 nm hasta el violeta con frecuencias en torno a $8 \cdot 10^4$ Hz y longitudes de onda de 380 a 450 nm.

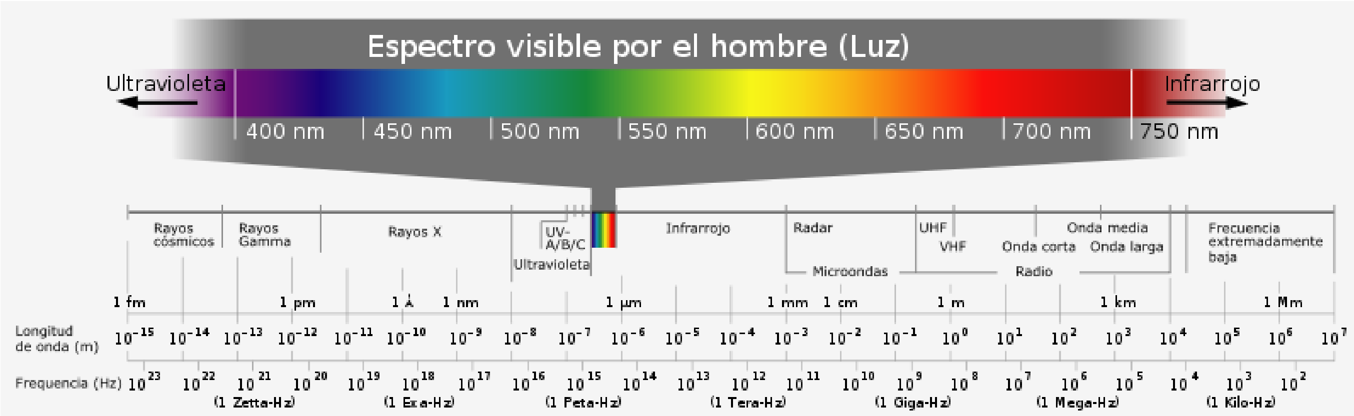


Imagen de Horst Frank en Wikipedia. CC

Comprueba lo aprendido

Radiografía. Imagen de dominio público en Wikipedia.

Indica si las siguientes afirmaciónes son verdaderas o falsas:

La luz es una onda electromagnética que se propaga sin necesidad de un medio transmisor.

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero

Los rayos X son menos energéticos que las microondas porque tienen una frecuencia más alta.

○ Verdadero ○ Falso

Falso

La frecuencia es mayor y por eso precisamente los rayos X

La frecuencia es mayor y por eso precisamente los rayos X son más energéticos que las microondas.

Las ondas de radio pueden alcanzar un centenar de metros de longitud de onda.

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero

4.3 Impacto medioambiental de las ondas

Importante

Las acciones humanas producen efectos sobre el medio ambiente. A estos efectos se les denomina impacto ambiental.

Existen diversas modos de alterar el medio ambiente. Las relacionadas con la emisión de ondas serían:

1. La contaminación acústica.
2. La contaminación electromagnética.
3. La contaminación lumínica.

Importante

La **contaminación acústica** consiste en un exceso de sonidos provocados por el hombre en una zona determinada.

Este exceso puede causar graves daños en la calidad de vida de las personas así como en otras especies animales. Más adelante hablaremos algo más sobre esta contaminación.

Importante

La **contaminación electromagnética** es la contaminación producida por las radiaciones del espectro electromagnético generadas por la actividad humana.

Los campos eléctricos se producen por la presencia de cargas eléctricas mientras que los campos magnéticos requieren cargas eléctricas en movimiento para su generación.

Todo aparato conectado a una red eléctrica, aunque no esté encendido, está sometido a un campo eléctrico, tanto mayor cuanto mayor sea el voltaje al que esté conectado. Los campos eléctricos son más intensos cuanto más cerca estemos del aparato, y se debilitan al alejarnos. Algunos materiales como la madera o el metal, apantallan sus efectos.

Cuando encendemos un apartado eléctrico, circula por él una corriente que crea un campo magnético proporcional a dicha corriente. La intensidad de estos campos aumenta al acercarnos al aparato. Los materiales más corrientes no apantallan los campos magnéticos.


Fotografía de Morrosko en Flickr. CC

Fuera de nuestras viviendas estamos sometidos a estos campos cerca de las líneas de alta tensión mientras que en los lugares de trabajo y en el hogar solo nos afectan en las proximidades de aparatos eléctricos.

Según la Organización Mundial de la Salud, la exposición a campos eléctricos débiles es inocua y no está demostrado que los campos eléctricos intensos tengan efecto alguno sobre la reproducción o el desarrollo de los animales. Por otro lado, existen escasas pruebas experimentales de que los campos magnéticos afecten a la fisiología y el comportamiento humanos a las intensidades habituales en el hogar o en el medio ambiente. Por estos motivos esta organización recomienda que los lugares de alta exposición a campos electromagnéticos simplemente se restringa el acceso al público mediante vallas. Solo en el caso de personas que utilicen marcapasos u otros implantes médicos que pueden interferir con los campos electromagnéticos, sería necesaria una consulta médica para conocer los efectos.

Importante

La **contaminación lumínica** es la emisión de luz artificial innecesaria para la realización de las actividades previstas en una zona.

Este problema se genera por un exceso de luminarias, por un mal diseño del alumbrado exterior, por la utilización de proyectores y cañones láser y por el horario excesivo de funcionamiento de iluminaciones ornamentales, publicitarias o monumentales.

La contaminación lumínica tiene como manifestación más evidente el aumento del brillo del cielo nocturno como se puede observar en la siguiente fotografía.

Fotografía de Fernando Tomás en Wikipedia. CC

La iluminación nocturna debe diseñarse de forma que se ilumine solo en la dirección necesaria y empleando la cantidad de luz suficiente. De este modo se ahorra energía, se evitan deslumbramientos y se permite la observación del cielo nocturno. Además se disminuye la perturbación nocturna de hábitats naturales.

Comprueba lo aprendido

Blanco

En la siguiente tabla aparecen una serie de ejemplos de contaminación debidas a ondas. Relaciona cada uno con su tipo.

Ejemplo	Contaminación
La emisión de luz ultravioleta de algunas luminarias afectan a insectos nocturnos.	
Los ciudadanos que viven cerca del aeropuerto tienen problemas de estrés y presión arterial.	

Las madres y padres de un colegio protestan por la instalación de una estación base de telefonía móvil.	
Muchos modelos de farolas antiguas iluminan tanto hacia el asfalto como hacia el cielo.	
El mal aislamiento de un horno microondas puede exponer a riesgos para la salud a sus usuarios.	
Los operarios de parques y jardines realizan la poda de setos con máquinas eléctricas y como material accesorio utilizan gafas y cascos.	

Enviar

Mapa conceptual

Mapa conceptual (pdf - 173.47 KB).

Fuentes para el profesorado

Descargar CMAP.

Resumen

Importante

En base a las cualidades del movimiento, puedes elegir entre estas tres maneras de definir el movimiento armónico simple:

- Un movimiento es armónico simple cuando su aceleración es proporcional a la elongación y de sentido contrario a la misma en todo momento.
- Un movimiento armónico simple es aquel que es producido por una fuerza recuperadora, siendo ésta proporcional a la elongación y el sentido de la misma busca que el cuerpo recupere la posición de equilibrio.
- Un movimiento se considera armónico simple si la posición del móvil (la elongación) puede determinarse a través de una función sinusoidal (seno o coseno) que depende del tiempo.

Importante

Se puede escribir la ecuación del MAS en función del seno o del coseno indistintamente, y esto es gracias a que son expresiones equivalentes, solo se diferencian en la fase inicial (las dos formas simplemente presentan un desfase de $\frac{\pi}{2}$)

Así las expresiones $x = Asen(\omega t)$ y $x = Acos(\omega t + \pi/2)$ son equivalentes.

Importante

	ecuación	relación con x	condición de anulación	condici

velocidad	$v=A\omega\cos(\omega t)$	$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$	$v=0$ cuandox = A (en los extremos)	cuanc punto
aceleración	$a=-A\omega^2 sen(\omega t)$	$a=-\omega^2 x$	$a=0$ cuando x = 0 (en el punto de equilibrio)	cuando x los

Importante

En física, se llama **onda** a la propagación a través del espacio de la perturbación de alguna magnitud.

Importante

La **elongación** , y, es la separación de un punto con respecto a su posición de equilibrio en un instante determinado. Su unidad en el S.I. es el metro.

Amplitud de una onda, A, es la máxima elongación que sufren las partículas del medio sometidas al movimiento ondulatorio. Su unidad en el S.I. es el metro.

Período, T, es el tiempo que tarda en volver a reproducirse una onda. Su unidad es el S.I. es el segundo.

Longitud de onda, λ , es la distancia que separa dos puntos consecutivos en fase. La longitud de onda es también la distancia de una onda completa. Su unidad en el S.I. es el metro.

La **velocidad de propagación**, v, de la onda es la rapidez con se transmite la perturbación por un medio. Esta magnitud depende del medio y está relacionada con la longitud de onda y el período de la onda.

$$v=\frac{\lambda}{T}$$

Su unidad en el S.I. es m/s.

La **frecuencia**, f , es el número de oscilaciones por segundo de

La **frecuencia**, f , es el número de oscilaciones por segundo de una onda. Su unidad en el S.I. es el Herzio (Hz) o s^{-1}. La frecuencia es la inversa del período:

$$f = \frac{1}{T}$$

La velocidad de propagación se puede por tanto escribir también así:

$$v = \lambda \cdot f$$

Importante

La energía que transporta una onda depende del cuadrado de la amplitud y del cuadrado de la frecuencia de oscilación.

$$E = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$$

Importante

Todas las ondas electromagnéticas se propagan a la misma velocidad c que la luz. En el vacío esta velocidad es de 300.000 km/s

Importante

Las acciones humanas producen efectos sobre el medio ambiente. A estos efectos se les denomina impacto ambiental.

La **contaminación acústica** consiste en un exceso de sonidos provocados por el hombre en una zona determinada.

La **contaminación electromagnética** es la contaminación producida por las radiaciones del espectro electromagnético generadas por la actividad humana.

La **contaminación lumínica** es la emisión de luz artificial innecesaria para la realización de las actividades previstas en una zona.

Ejercicios resueltos

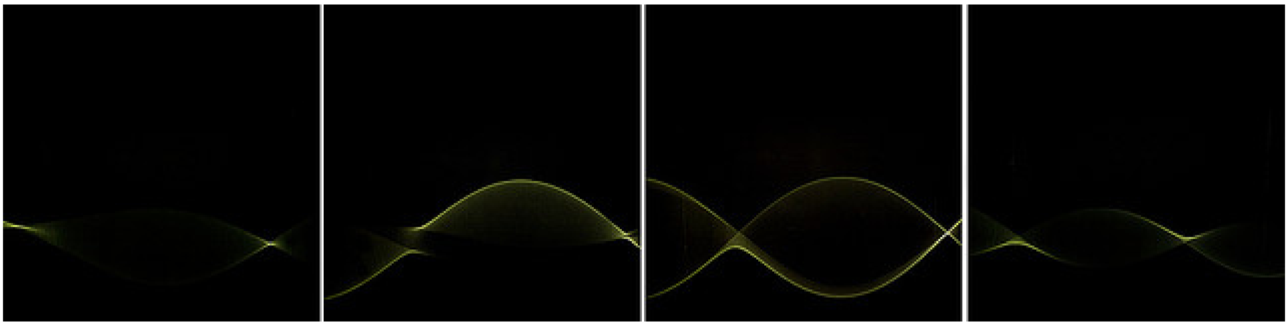


Imagen de Ana V. Francés en flickr. CC

Vamos ahora a practicar un poco con ejercicios de ondas.

Ejercicio 1

Ejercicio resuelto

Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En el caso de las falsas, debes explicar el porqué.

a) En una onda longitudinal, la dirección de vibración de las partículas es perpendicular a su dirección de propagación.

b) El sonido es una onda material.

c) En una onda transversal, la longitud de onda representa la distancia que hay entre dos crestas o dos valles consecutivos.

d) La unidad de longitud de onda es el Hz.

e) La velocidad de propagación de una onda en un medio determinado varía si aumenta la frecuencia.

Mostrar retroalimentación

a) Falso.

En las ondas longitudinales, las vibraciones de las partículas en torno a su posición de equilibrio se producen en la misma dirección en la que se propaga la onda.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

d) Falso.

La longitud de onda es la distancia que separa dos puntos consecutivos que vibran de idéntica manera. Por tanto, tiene unidades de distancia (como, por ejemplo, metros); así, no puede medirse en Hz.

e) Verdadero.

La velocidad de una onda puede expresarse como: $v = \lambda \cdot f$

Así, al aumentar la frecuencia (f), la velocidad varía.

Ejercicio 2

Ejercicio resuelto

Responde a las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué diferencia a las ondas longitudinales de las transversales?

b) ¿Cuál es la longitud de onda de una onda electromagnética de 1305 MHz?

c) ¿Cuál sería la mínima longitud de onda sonora en el aire que sería capaz de apreciar una persona? Debes saber que el oído de una persona es sensible a los sonidos de frecuencias comprendidas entre 30 Hz y 16000 Hz, aproximadamente, y que la velocidad de propagación del sonido en el aire es de 340 m/s.

Mostrar retroalimentación

a) En las ondas longitudinales, las vibraciones de las partículas en torno a su punto de equilibrio se producen en la misma dirección en la que se propaga la onda; esto es lo que ocurre en las ondas sonoras o en las ondas que se propagan a través de un muelle. En cambio, en las ondas transversales, las vibraciones de las partículas en torno a su punto de equilibrio se producen en dirección perpendicular a la de propagación de las ondas; un ejemplo de estas ondas son las ondas que se generan en la superficie del agua, las ondas que se propagan a través de una cuerda o las ondas electromagnéticas en general.

b) Una onda electromagnética se propaga a la velocidad de la luz ($3\cdot10^8$ m/s).

Para calcular la longitud de onda (λ) de una onda electromagnética cuya frecuencia f es de 1305 MHz, podemos usar la siguiente expresión:

$v = \lambda \cdot f$

Si despejamos λ, tenemos: $\lambda = v/f$

Sustituyendo los valores, tenemos:

$$\lambda = \frac{3\cdot 10^8 m/s}{1305\cdot 10^6 s^{-1}} = 0.23m$$

$1305 \cdot 10^6 s^{-1}$

Hay que tener en cuenta en la operación anterior que 1 MHz = 10^6 Hz = 10^6 s^{-1} .

c) Calcularemos las longitudes de onda que se corresponden con cada una de las frecuencias límite. Para ello, usaremos la misma fórmula que en el apartado anterior. Lo único que cambia es la velocidad; como sabemos, la velocidad de propagación del sonido en el aire es de 340 m/s.

- Frecuencia de 30 Hz:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340m/s}{30Hz} = 11.33m$$

- Frecuencia de 16000 Hz:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340m/s}{16000Hz} = 0.02m$$

Según los cálculos, la mínima longitud de onda que podría apreciar será el valor más pequeño, es decir, 0.02 m.

Ejercicio resuelto

La siguiente imagen corresponde a un instante dado de una onda transversal.

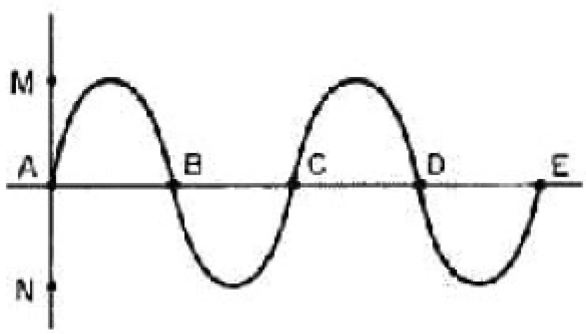


Imagen de una Prueba de Acceso a Ciclos

Formativos de Grado Superior

Si la distancia AB es 0.5 metros y la distancia NM, 0.8 metros, determina:

a) La longitud de onda de ese movimiento ondulatorio y su amplitud.

b) El periodo y la frecuencia de dicha onda, sabiendo que se propaga a una velocidad de 6 m/s.

Mostrar retroalimentación

a) En la siguiente imagen podemos ver algunas características de las ondas, como la longitud de onda (λ) y la amplitud (A):

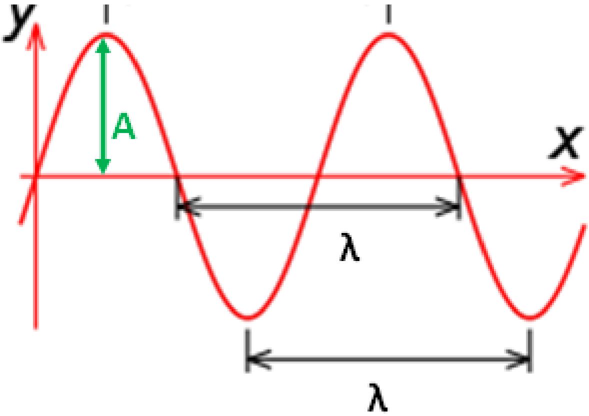


Imagen modificada de Dicklyon de Wikipedia. CC

La distancia AB corresponde a la mitad de la longitud de onda. Así:

AB = λ/2

λ = 2·AB = 2·0.5 m = 1 m

Por otro lado, la distancia NM corresponde al doble de la amplitud. Así:

NM = 2·A ; A = NM / 2; A = 0.8 m/ 2 = 0.4 m

b) Si conocemos λ y la velocidad de propagación, podemos calcular el periodo y la frecuencia.

Podemos utilizar la siguiente expresión para calcular el periodo:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Despejando el periodo (T), obtenemos:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1m}{6m/s} = 0.17s$$

Una vez conocido el periodo, podemos calcular la frecuencia a partir de la expresión:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.17s} = 6s^{-1} = 6Hz$$

Ejercicio 4

Ejercicio resuelto

(PEvAU) Un cuerpo realiza un movimiento vibratorio armónico simple.

a) Escriba la ecuación de movimiento si la aceleración máxima es $5\pi^2 cm \cdot s^{-2}$, el periodo de las oscilaciones 2 s y la elongación del cuerpo al iniciarse el movimiento 2,5 cm.

Mostrar retroalimentación

Un movimiento armónico simple (m.a.s.) es un movimiento oscilatorio periódico, cuya elongación respecto a una posición tomada como referencia, conocida por posición de equilibrio, puede ser representada a través de una función sinusoidal. Esta función tiene un valor máximo al que se denomina amplitud del movimiento y se representa con la letra "A".

La variabilidad temporal está regida por la periodicidad que está contenida en la pulsación, también llamada frecuencia angular y representada por "ω"; por otro lado, si el comienzo del movimiento no ocurre en la posición de equilibrio es necesario agregar un término que se conoce por fase inicial del movimiento y se suele representar con la letra "δ".

La ecuación general de un movimiento armónico simple queda expresada de la siguiente manera:

$$x = A sen(\omega t + \delta)$$

Sólo tienes que determinar las magnitudes implicadas y sustituir para especificar la ecuación de movimiento pedida.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{rad}{s}$$

$$A = \frac{a_{max}}{\omega^2} = \frac{5\pi^2}{\pi^2} = 5 \ cm$$

Para hallar la fase inicial, se parte de las condiciones iniciales, es decir, cuando el tiempo empieza a contar (t = 0 s). En estas condiciones, la elongación toma un valor de 2.5 cm, es decir 0.025 m. Escribiendo la ecuación y sustituyendo.

$$x = A sen(\omega t + \delta)$$
$$0.025 = 0.05 sen(\pi \cdot 0 + \delta) = 0.05 sen(\delta)$$

El valor de la fase inicial es:

$$sen\ \delta\ =\ \frac{0.025}{0.05}=\frac{1}{2};\ \delta=arcsen(\frac{1}{2})=\frac{\pi}{6}\ rad$$

También vale el valor

$$\delta=arcsen(\frac{1}{2})=\frac{5\pi}{6}\ rad$$

Finalmente, la expresión queda:

$$x=0.05sen(\pi t+\frac{\pi}{6})\ m$$

b) Represente gráficamente la elongación y la velocidad en función del tiempo y comente la gráfica.

Mostrar retroalimentación

La velocidad de vibración se obtiene derivando la elongación respecto al tiempo.

$$v=\frac{dx}{dt}=\omega A\ \cos(\omega t+\delta)$$

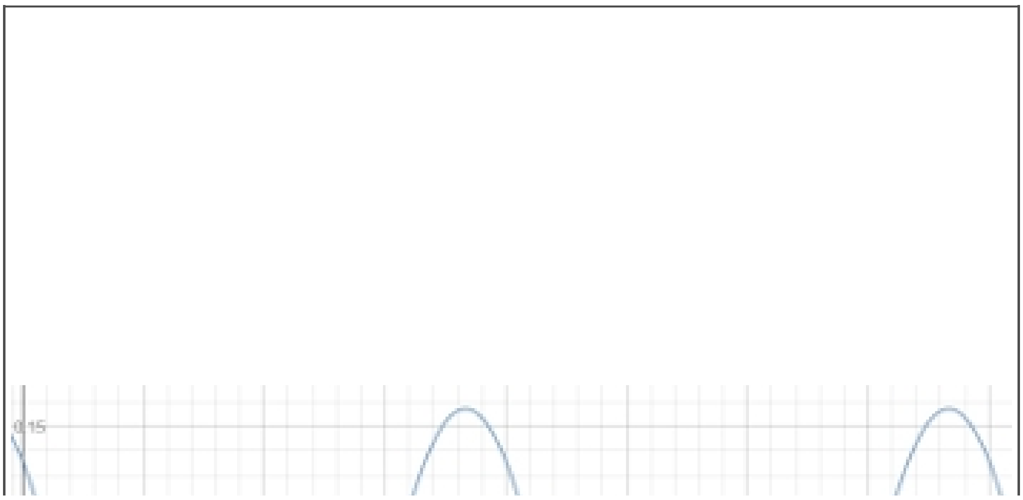
En la situación sería:

$$v=0.05\pi\ \cos\left(\pi t+\frac{\pi}{6}\right)\ \frac{m}{s}$$

La velocidad será máxima, en valor absoluto, en aquellas situaciones en las que el móvil se encuentre situado en la posición de equilibrio, y nula cuando el móvil se encuentra en lugares más alejados del punto de equilibrio, es decir, cuando la elongación coincida con el valor de la amplitud.

La velocidad máxima corresponde al valor 0,05π m/s, o si lo prefieres, 0.157 m/s.

La representación en una gráfica conjunta sería:



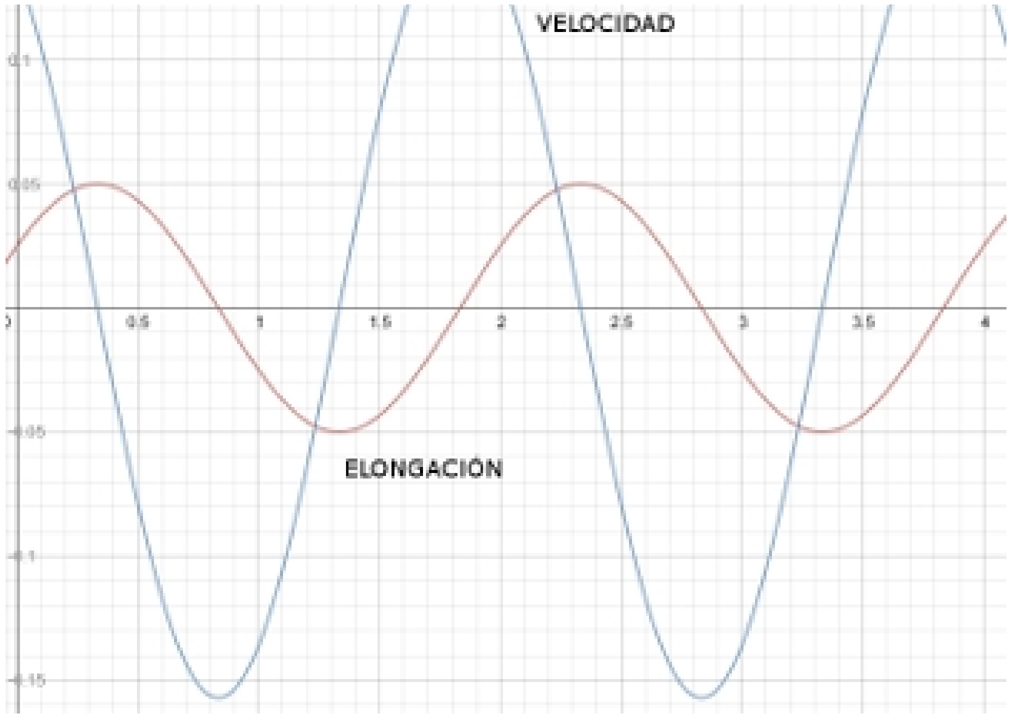


Imagen en COMMONS.WIKIMEDIA de FJGAR bajo licencia CC

Se puede observar en la gráfica que ambas funciones, seno y coseno, están desfasadas π/2. En el comienzo del movimiento se puede deducir de la gráfica que el valor de la elongación es 0.025 m, coincidente con la mitad de la amplitud y con una velocidad de 0.136 m/s, la máxima sería de 0.157 m/s.

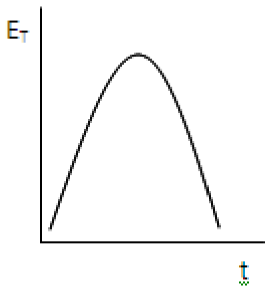
El desfase permite ver que cuando el móvil está en la posición de equilibrio su velocidad adquiere un valor máximo (omitiendo el signo claro está).

Ejercicio 5

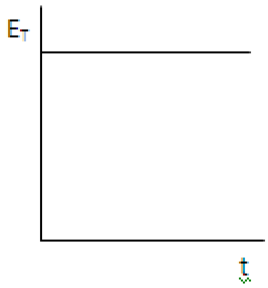
Ejercicio resuelto

Cuál de las siguientes gráficas representa mejor la variación de la energía mecánica de un oscilador armónico simple en función del tiempo? Razona la respuesta.

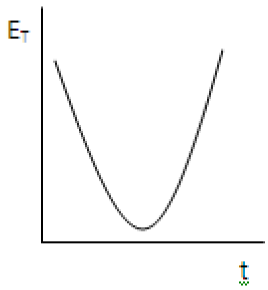
a)



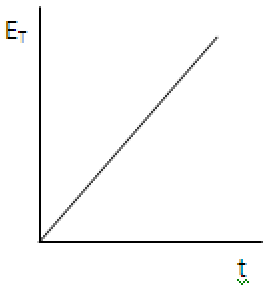
b)



c)



d)



Mostrar retroalimentación

La gráfica correcta es la b), ya que la energía mecánica se conserva respecto del tiempo; es decir, su valor es constante. Las otras gráficas representan un valor de la energía mecánica que no es constante.

Ejercicio 6

Ejercicio resuelto

Calcula la aceleración de la gravedad allá donde un péndulo simple de 1 m oscila con una frecuencia de 0,5 Hz.

Mostrar retroalimentación

La frecuencia es la inversa del período, por tanto la expresión que relaciona g y f es:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

Despejando queda $g = 4\pi^2 L f^2 = 9{,}86 m s^{-2}$

Ejercicio 7

Ejercicio resuelto

(PEvAU) Una partícula de 0.5 kg, que describe un movimiento armónico simple de frecuencia 5/π Hz, tiene inicialmente una energía cinética de 0.2 J y una energía potencial de 0.8 J.

a) Calcule la posición y velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.

Mostrar retroalimentación

La energía mecánica del sistema vendría dada por la suma de la energía cinética y potencial, además, para este tipo de movimiento se cumple que:

$$E_M = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

Sustituyendo valores se puede obtener el valor de la amplitud

$$0.2 + 0.8 = 2\pi^2 0.5\left(\frac{5}{\pi}\right)^2 A^2 \quad A = 0.2 \ m$$

La velocidad máxima viene expresada por:

$$v = A\cdot\omega = A\cdot 2\pi f = 0.2\cdot 2\pi\frac{5}{\pi} = 2 \ \frac{m}{s}$$

Para calcular la posición inicial utilizamos el valor de la energía potencial

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = 2\pi^2 m f^2 x^2$$

Sustituyendo valores, se puede calcular la elongación, en este caso se emplea la variable "y" porque el movimiento es vertical.

$$0.8 = 2\pi^2 0.5\left(\frac{\pi}{5}\right)^2 y^2; \ y = 0.179 \ m$$

Para hallar la velocidad inicial, se usa la energía cinética,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2; \ 0.2 = \frac{1}{2}0.5v^2; \ v = 0.89 \ \frac{m}{s}$$

b) Haga un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál sería el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?

Mostrar retroalimentación

El movimiento armónico simple da comienzo con un desfase de 1.108 rad, que se puede determinar desde la ecuación de movimiento.

$$y = A\ sen(2\pi f t + \delta);\ 0.179 = 0.2\ sen\left(2\pi\left(\frac{5}{\pi}\right)\cdot 0 + \delta\right)$$

$$\frac{0.179}{0.2} = sen\ \delta \Rightarrow \delta = arcsen\ 0.895 = 1.108\ rad$$

Recuerda en todo momento que la energía mecánica del sistema se conserva y toma valor de 1 J debido a que no existen fuerzas externas que afecten al sistema.

Si se realiza una representación gráfica de la energía-elongación se pueden observar las variaciones en el sistema.

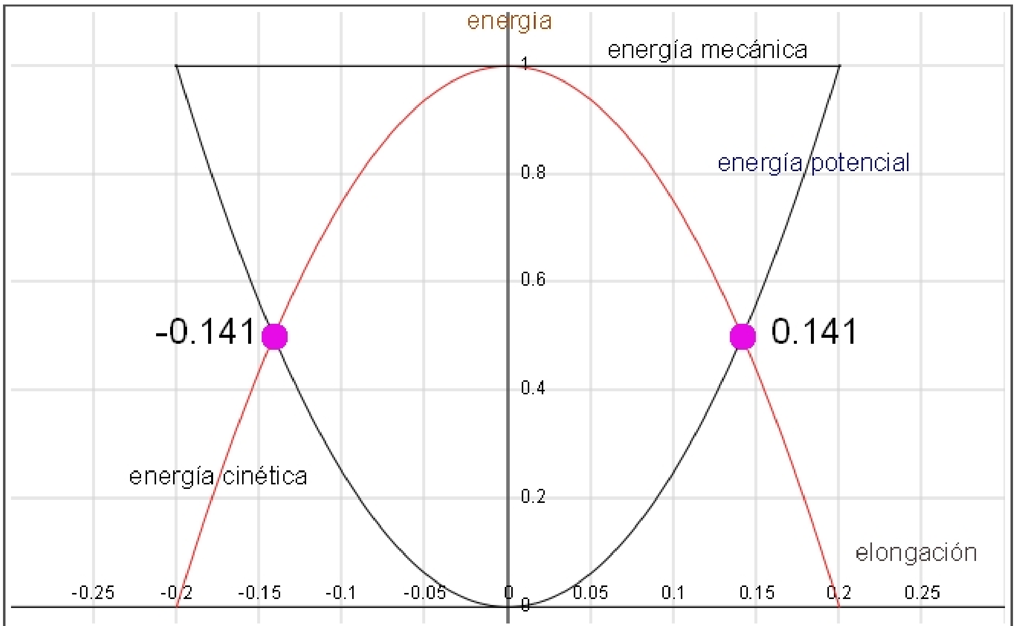


Imagen en COMMONS.WIKIMEDIA de FJGAR bajo licencia CC

Partiendo del enunciado, fíjate como la vibración se dirige hacia la máxima amplitud, por consiguiente la energía potencial irá creciendo y por el contrario la cinética disminuyendo. Llegado a tal punto se invierten las tornas hasta el punto de equilibrio, en el que volverá a presenciarse otro cambio en el sentido opuesto. Así, de forma sucesiva, se intercambiarán las energías durante los siguientes ciclos.

Para determinar el punto que está sobresaltado en la gráfica, basta con igualar las expresiones de la energía cinética y energía potencial. Despejando el valor de "y" se puede ver energía potencial. Despejando el valor de "y" se puede ver que coincide con 0.141 m.

$$E_c = E_p \ \frac{1}{2}k\left(A^2 - y^2\right) = \frac{1}{2}ky^2; \ y = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \pm 0.141$$

Ejercicio 8

Ejercicio resuelto

(PEvAU) Al suspender un cuerpo de 0.5 kg del extremo libre de un muelle que cuelga verticalmente, se observa un alargamiento de 5 cm. Si a continuación, se tira hacia abajo, hasta alargar el muelle 2 cm más, y se suelta, comienza a oscilar. (g=10 m/s^2)

a) Haga un análisis energético del problema y escriba la ecuación de movimiento de la masa.

Mostrar retroalimentación

Como se indica en la descripción de la actividad, te enfrentas a un movimiento armónico simple. En esta situación la energía mecánica se conserva, se tiene pues que habrá un intercambio entre la energía potencial y energía cinética durante todo el movimiento.

El muelle está suspendido y, por tanto, la energía potencial será debido a la propiedad elástica del muelle y como consecuencia de la interacción gravitatoria. No obstante, como el desplazamiento es tan pequeño se puede considerar que la variación de la energía potencial gravitatoria es prácticamente nula.

Por tanto, sólo tendremos en cuenta la energía potencial elástica y la energía cinética. El movimiento comienza en un punto correspondiente al valor máximo del estiramiento, que corresponde a la amplitud del movimiento. En este instante inicial, la energía que posee el sistema será exclusivamente energía potencial elástica, siendo el valor de ésta coincidente con el que presenta el sistema. Cuando el sistema comienza su movimiento, de forma paulatina, el valor de la energía potencial elástica va decreciendo y de forma antagónica le ocurre a la energía cinética, es decir, esta va creciente. Obviamente, existe un valor donde las dos energías toman valores iguales.

Cuando el resorte alcanza la posición de equilibrio, la energía potencial elástica será nula. Es entonces cuando la energía cinética adopta su valor máximo. Más tarde, el proceso recorre el camino contrario. Al alejarse pues el muelle de ese equilibrio, existe una progresiva disminución de la energía cinética y un aumento de la potencial elástica, reiterándose la situación en cada ciclo.

situación en cada ciclo.

La ecuación del movimiento vendrá dada por dos posibles expresiones según se escoja la función seno o coseno. Se requiere que se determine las magnitudes que rigen el movimiento

$$P = F_{elas};\ mg = kx;\ k = \frac{mg}{x} = \frac{0.5 \cdot 10}{0.05} = 100\ \frac{N}{m}$$

$$k = m\omega^2;\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0.5}} = 14.14\ \frac{m}{s}$$

La ecuación sería una de las dos siguientes:

$$y = 0.02\cos(\sqrt{200}t)$$

$$y = 0.02sen(\sqrt{200}t + \frac{\pi}{2})$$

b) Si, en lugar de estirar el muelle 2 cm, se estirara 3 cm, ¿cómo se modificaría la ecuación del movimiento del cuerpo?

Mostrar retroalimentación

Sólo se modificaría la amplitud, es resto de las variables son independientes de ésta. Siendo la nueva ecuación, una de las dos siguientes.

$$y = 0.03\cos(\sqrt{200}t)$$

$$y = 0.03sen(\sqrt{200}t + \frac{\pi}{2})$$

Ejercicio 9

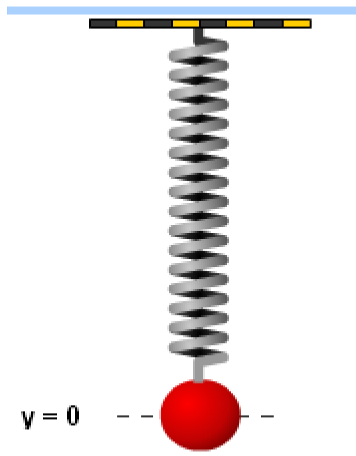
Ejercicio resuelto

La amplitud de un movimiento armónico simple originado por un muelle de constante de

recuperación k = 500 N/m es de 40 cm.

a) ¿Cuál será la energía total del móvil?

b) ¿Cuánto vale su energía cinética en el instante en el que la elongación es de 30 cm?



Captura de simulación de Jesús Peñas.CC

Mostrar retroalimentación

a) La energía total del móvil cuando está en su estado de oscilación de máxima amplitud es energía potencial elástica:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

Sustituyendo los valores de k y x en unidades del SI, tenemos:

k = 500 N/m

x = 40 cm = 0.4 m

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot 500 N/m \cdot (0.4m)^2 = 40J$$

b) Para calcular la energía cinética en el punto de elongación x = 30 cm = 0.3 m, aplicamos el Pincipio de Conservación de la Energía, considerando dos estados (inicial, cuando la elongación es de 40 cm y final, cuando la elongación es de 30 cm).

$E_{inicial} = E_{final}$

La energía inicial la hemos

calculado en el apartado anterior (40 J).

La energía final será:

$$E_{final} = E_c + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x'^2$$

Como $E_{inicial} = E_{final}$, tenemos:

$$40 = E_c + \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 0.3^2$$

$$40 = E_c + 22.5$$

$$E_c = 40 - 22.5 = 17.5 J$$

Ejercicio 10

Ejercicio resuelto

La ecuación de una onda transversal armónica en una cuerda es (en unidades del SI):

$$y(x,t) = 0.4 \cdot sen\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{4} \right)$$

Determina cuánto vale la amplitud, la longitud de onda, el periodo, la frecuencia y la velocidad de propagación de la misma.

Mostrar retroalimentación

La ecuación general de un movimiento armónico simple viene dada por la expresión general (en unidades del SI):

$$y(x,t) = A \cdot sen2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Como podemos observar, la expresión es similar salvo por el hecho de que, en vez de aparecer 2π como en la ecuación general, aparece π. Para solucionar esto, podemos multiplicar y dividir por 2.

$$y(x,t) = 0.4 \cdot sen\frac{2\pi}{2} \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{4} \right)$$

Podemos pasar el 2 que aparece dividiendo dentro del paréntesis, de manera que obtendremos:

$$y(x,t) = 0.4 \cdot sen\ 2\pi \left(\frac{t}{4} - \frac{x}{8} \right)$$

Esta expresión es similar a la expresión general. Ahora, podemos obtener de ella la información requerida.

A = 0.4 m

λ = 8 m

T = 4 s

La frecuencia podemos obtenerla a partir de la expresión:

f = 1 / T. Así: f = 1/4 s = 0.25 Hz

La velocidad de propagación podemos obtenerla a partir de la expresión:

$v = \lambda / T = 8 / 4 = 2$ m/s

Ejercicio 11

Ejercicio resuelto

(PEvAU) La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es: y (x,t) = 4 sen π(50t – 4x) (en unidades SI)

a) Calcule la amplitud, la longitud de onda y el periodo de dicha onda. ¿Qué significado físico tiene el signo menos que aparece dentro del paréntesis?

Mostrar retroalimentación

Teniendo en cuenta la ecuación de una onda

$$y(x,t) = A\ sen\ 2\pi\left(ft - \frac{1}{\lambda}x\right)$$

Por comparación con la que nos ofrecen de datos podemos determinar que la amplitud (A) tiene un valor de 4 m, el periodo (T) es de 0.04 s y a la longitud de onda (λ) le corresponde 0.5 m.

El signo menos nos indica que la onda se desplaza de izquierda a derecha.

b) Determine la velocidad de propagación de la onda. ¿Se mueven los puntos del medio con esa velocidad?

Mostrar retroalimentación

La velocidad de propagación de una onda viene expresada por el producto de la longitud de onda y la frecuencia. Los valores de estas dos últimas variables se obtienen de la ecuación de la onda.

$$y(x,t) = A\ sen\ 2\pi\left(ft - \frac{1}{\lambda}x\right)$$

Luego, las variables valen: f=25 Hz y λ=0.5 m, por tanto la velocidad de propagación es de 12.5 m/s.

La velocidad de cualquier punto de la recta se determina calculando la derivada de la ecuación de onda, ya que responde cualquier punto o partícula sometida a la perturbación indicada responde a un movimiento armónico simple

simple.

$$v = \frac{dy(x,t)}{dt} = A \ 2\pi f \ \cos 2\pi\left(ft - \frac{1}{\lambda}x\right)$$

Por tanto, la velocidad de no coinciden de cada punto no pueden coincidir con el de la propagación ya que se estiman de forma diferente, en el caso de ser la misma será fruto de la casualidad y sólo en un instante dado y en una posición dada

Imprimible

Descargar imprimible (pdf - 1540.4 KB).

Aviso Legal

Aviso Legal

El presente texto (en adelante, el "**Aviso Legal**") regula el acceso y el uso de los contenidos desde los que se enlaza. La utilización de estos contenidos atribuye la condición de usuario del mismo (en adelante, el "**Usuario**") e implica la aceptación plena y sin reservas de todas y cada una de las disposiciones incluidas en este Aviso Legal publicado en el momento de acceso al sitio web. Tal y como se explica más adelante, la autoría de estos materiales corresponde a un trabajo de la **Comunidad Autónoma Andaluza, Consejería de Educación y Deporte (en adelante Consejería de Educación y Deporte**).

Con el fin de mejorar las prestaciones de los contenidos ofrecidos, la Consejería de Educación y Deporte se reserva el derecho, en cualquier momento, de forma