

# **Interacción gravitatoria: Aspectos energéticos del campo gravitatorio**

---



**2º de Bachillerato**

**Física**

**Contenidos**

**Interacción gravitatoria:  
Aspectos energéticos del campo gravitatorio**

# 1. Introducción

En este tema vamos a hablar de un concepto algo abstracto, la **energía** y cómo la misma se asocia al campo gravitatorio.

Es muy habitual escuchar o leer expresiones como: el consumo mensual de la energía en el hogar, el sol da energía y calor, los alimentos aportan energía, el trabajo físico, consumo de energía... La palabra *energía* está en nuestro vocabulario y la utilizamos habitualmente, pero ¿sabemos qué es, desde un punto de vista físico?

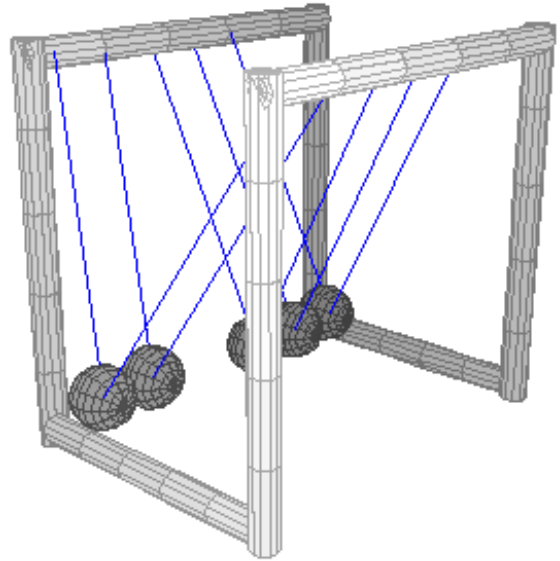
Podemos dar una definición del concepto de energía:

*La energía es una propiedad de los cuerpos o sistemas que se relaciona con su capacidad para producir cambios en otros cuerpos o sistemas o en ellos mismos.*

También puede darse otra definición de energía, relacionándola con una magnitud que te presentaré en el apartado siguiente: el trabajo.

*La energía es la capacidad para realizar un trabajo.*

Vamos a hacer un recordatorio de lo que ya conoces, estudiado en cursos anteriores:



Animación de [Lookang](#) en Wikimedia Commons. CC

## Importante

Hay dos tipos de energía, la **cinética** y la **potencial**. El primer tipo está relacionado con el movimiento y el segundo tipo está relacionado con la posición del objeto. Las expresiones son bien conocidas:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{y} \quad E_P = mgh$$

A la suma de las dos se le llama energía **mecánica**.

A lo largo de este tema vas a descubrir que la expresión de energía potencial que tanto has utilizado sólo es válida en ciertas condiciones, cuando el objeto esté muy cerca del suelo, es decir, a una altura muy pequeña comparada con el radio de la Tierra. Reformularemos, en los siguientes apartados, la energía potencial para distancias tan grandes como la que existe entre planetas.

Y recuerda, la energía es una magnitud física escalar, es decir, no tiene dirección ni sentido. En palabras del premio nobel **Richard Feynman**: *la energía es sólo un número*.

## 2. Trabajo



Imagen de [Felix Luna](#) en Wikimedia Commons. CC

Observa la imagen. En ella puedes ver cómo unos hombres realizan un gran trabajo en la construcción de un gasoducto en Salta (Argentina), hace más de 50 años. Cuando hablamos de trabajo en el lenguaje coloquial nos referimos al esfuerzo que nos supone realizar una actividad como, en este caso, mover unos enormes tubos. Pero si en vez de mover unas conducciones gigantescas empujamos una pared con todas nuestras fuerzas no te sorprendas si te digo que no has realizado trabajo alguno a no ser que hayas sido capaz de mover la pared.

### Importante

Desde un punto de vista físico, el **trabajo (W)** es una magnitud escalar que se define como el producto de una **fuerza** por un **desplazamiento**.

Definimos por tanto el trabajo mediante la siguiente expresión:

$$W = F \cdot \Delta r$$

siendo  $\Delta r$  el desplazamiento. Su unidad en el Sistema Internacional es el Julio.

Esta expresión es válida sólo en situaciones muy concretas, debe cumplirse que la fuerza aplicada sea constante y el objeto siga una trayectoria rectilínea, en la misma dirección en la que se aplica la fuerza.

Podemos definir el trabajo también como un modo de transferencia de energía. Es importante remarcar que el trabajo NO es una forma de energía, sino que es una magnitud que sirve para medir LAS ENERGÍAS TRANSFERIDAS en un mismo sistema o entre sistemas (en la transferencia energética entre sistemas, uno incrementa su energía y otro la disminuye).

### Para saber más

#### GENERALIZACIÓN DEL CONCEPTO DE TRABAJO A UNA FUERZA VARIABLE

En general, si tenemos fuerzas que no son constantes, y para cualquier tipo de trayectoria, se toman desplazamientos infinitesimales (muy pequeños) donde podamos suponer  $\vec{F}$  constante y trayectoria rectilínea, entonces, para cada desplazamiento infinitesimal podemos calcular un trabajo elemental:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

El trabajo total realizado a lo largo de la trayectoria será la suma de los trabajos

El trabajo total realizado a lo largo de la trayectoria será la suma de los trabajos elementales realizados a lo largo del camino. Esta suma se resuelve analíticamente mediante la integral definida.

$$W = \sum dW = \sum \left( \vec{F} \cdot d\vec{r} \right) \Rightarrow W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

### 3. Energía cinética. Teorema de las Fuerzas

#### Vivas

Recordemos que hemos definido la energía como *la capacidad de la materia que le permite llevar a cabo transformaciones*. Unas de las transformaciones más frecuentes en los sistemas es el desplazamiento de este, implicando por tanto la realización de un trabajo, así que la energía se puede definir también como *la capacidad de realizar un trabajo*. La energía se mide en las mismas unidades que el trabajo, así la unidad internacional de energía es el Julio.

La energía cinética es la forma de energía asociada al movimiento y su valor, como ya sabemos, es:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$



Imagen de [Adrian Boubeta](#) en Flickr. CC

Supongamos la siguiente situación: en el parque unos niños juegan a la pelota. En un momento determinado la pelota está moviéndose a cierta velocidad, en ese instante un niño le da una patada (es decir, aplica una fuerza sobre la pelota en la dirección del movimiento) y esto hace que la pelota se mueva a más velocidad. Vemos que se cumple la segunda ley de Newton: una fuerza conlleva una aceleración, esto es, un cambio en la velocidad.

Si ha cambiado la velocidad de la pelota se cumple que la energía cinética de esta, que depende directamente de la velocidad, habrá variado.

Podemos ver con este ejemplo que una fuerza que provoca un desplazamiento (un trabajo) conlleva una variación de la energía cinética.

Recogemos esto en la expresión conocida como **teorema de las fuerzas vivas**.

#### Importante

El **teorema de las fuerzas vivas** se enuncia así:

*El trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre un cuerpo es igual a la variación de energía cinética que experimenta ese cuerpo.*

$$W_{A \rightarrow B} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = \Delta E_C$$

Queda claro entonces lo que afirmamos en el apartado anterior al definir el trabajo como una forma de transferencia de energía de un sistema a otro. Cuando realizamos trabajo sobre un cuerpo, le transferimos una energía, en forma de energía cinética, igual al trabajo que realizamos sobre él.

Este teorema nos permite calcular valores de velocidad con que se mueven los cuerpos, pero hay que tener en cuenta que, al ser el trabajo una magnitud escalar, el resultado que se obtiene es el módulo de la velocidad, no se obtiene información sobre la dirección.

#### Comprueba lo aprendido

Analiza la siguiente proposición, razonando si es verdadera o falsa:

- La aplicación de una fuerza sobre un cuerpo conlleva una variación de su energía cinética.

☐ Verdadero ☐ Falso

**Falso**

Si esa fuerza no produce desplazamiento no se ha realizado trabajo y por tanto no hay variación de energía cinética.

## 4. Fuerzas conservativas

Una vez que hemos conocido la magnitud trabajo vamos a descubrir un concepto nuevo, las llamadas **fuerzas conservativas**.

Veamos la imagen: en ella está representada la situación en la que un objeto cambia su posición moviéndose desde el punto A hasta el punto B. Para ello puede seguir tres caminos distintos. La lógica te haría pensar que por el camino más corto, el camino 1, el trabajo realizado será menor, pero es fácil comprobar que si la fuerza que hace que el objeto se desplace es conservativa, el trabajo desarrollado será el mismo ya coja por un camino u otro. Este tipo de fuerzas se caracteriza por efectuar un trabajo entre dos puntos que sólo depende de las posiciones de estos, es decir, sólo importa el punto de partida y el de llegada, y para nada nos interesa la trayectoria del movimiento.

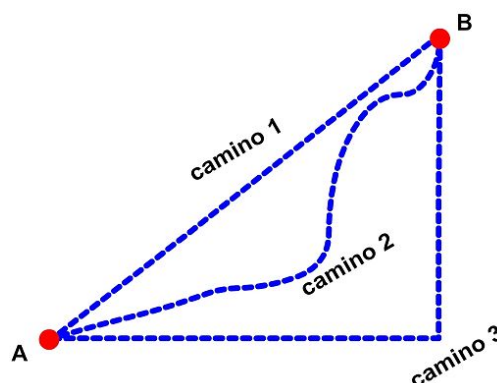


Imagen de Onio72 en Wikimedia Commons. CC

*Cuando el cuerpo sobre el que actúa una **fuerza conservativa** se desplaza entre dos posiciones A y B, el trabajo que realiza dicha fuerza es independiente de la trayectoria que recorre el cuerpo. El trabajo realizado por una fuerza conservativa entre dos puntos únicamente depende del punto inicial y del punto final*

Según la definición anterior, al trasladarse un cuerpo desde un punto A hasta otro punto B debido a una fuerza conservativa realizamos un trabajo, pero al volver al punto A el trabajo total realizado es cero, es decir, al volver de B a A la fuerza conservativa restituye el trabajo realizado. Así otra posible forma de definir las fuerzas conservativas es:

*Las fuerzas conservativas son capaces de restituir todo el trabajo que se realiza para vencerlas*

Piensa un momento cuál será el valor que toma la magnitud trabajo de una fuerza conservativa cuando coinciden el punto inicial y final. Si has pensado que el resultado es cero llevas toda la razón. Se cumple que, hablando de una forma un poco más técnica, la circulación de una fuerza conservativa a través de una trayectoria cerrada toma valor nulo.

$$W_{A \rightarrow A} = \oint F \cdot dr = 0$$

*Importante*

*Se denominan fuerzas conservativas las que cumplen que, al actuar sobre una partícula que realiza una trayectoria cerrada, el trabajo realizado es nulo.*

**Son fuerzas conservativas las fuerzas gravitatoria, elástica y electrostática.**

Un aspecto muy importante de las fuerzas conservativas es que estas nos van a permitir redefinir la ya conocida por nosotros energía potencial, que será un número que se asocie a estas fuerzas. Un poco más adelante se aclarará esto.

*Importante*

La situación contraria a este tipo de fuerzas serían las fuerzas no conservativas. Estas fuerzas no tienen asociado un número que las pueda simbolizar. lo que antes llamamos

fuerzas no tienen asociado un número que las pueda enumerar, lo que sí nos mantiene energía potencial. Evidentemente, estas fuerzas hacen que la trayectoria tenga su influencia a la hora de establecer la magnitud trabajo. Un ejemplo de estas fuerzas es el **rozamiento**.



## 5. Energía potencial

### Importante

El comportamiento especial de las fuerzas conservativas permite definir una nueva magnitud, la energía potencial.

*El trabajo realizado por una fuerza conservativa al desplazar un cuerpo entre dos puntos dados es igual a la diferencia de energía potencial asociada a esos dos puntos cambiada de signo.*

$$W = -\Delta E_p = -(E_{pf} - E_{pi}) = E_{pi} - E_{pf}$$

Esta expresión es conocida como **teorema de la energía potencial**. Si recordamos, el trabajo realizado por una fuerza conservativa sólo depende de las posiciones inicial y final por tanto la diferencia de energía potencial también dependerá únicamente del valor de esos puntos.

Así definimos las energías potenciales como aquellas que tienen los cuerpos debido a la acción de una fuerza conservativa y su valor depende del lugar donde se encuentre el cuerpo, siendo por tanto un valor numérico que se asigna a un objeto por estar en una posición determinada.

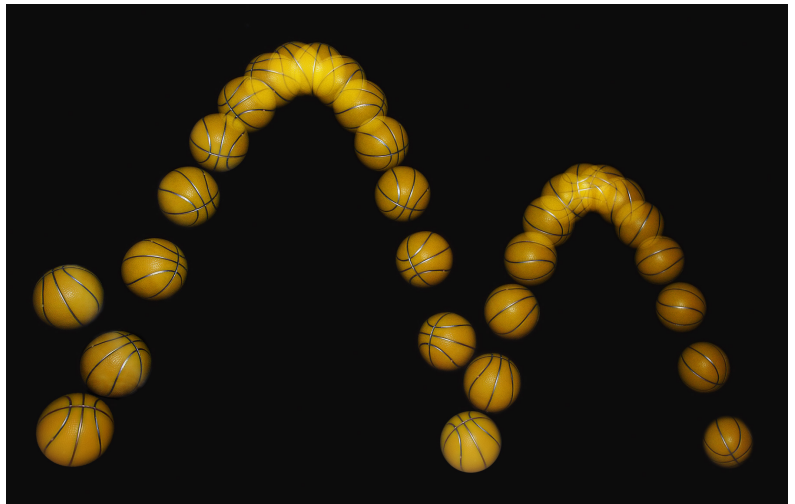


Imagen de [Michael Maggs](#) en Wikimedia Commons. CC

### Energía potencial en un punto

Al determinar el trabajo realizado por la fuerza conservativa, lo único que se puede obtener es la diferencia de energía potencial. Para determinar el valor de la energía potencial de un cuerpo en un lugar determinado es necesario tomar un punto de referencia, elegido arbitrariamente, al que se le da valor de energía potencial igual a 0. Por ejemplo, si la energía potencial de B la hacemos cero,  $E_{P(B)} = 0$

$$W_{A \rightarrow B} = \Delta E_p = E_{pA} - E_{pB} = E_{pA} \quad \text{Energía potencial del punto A}$$

### Importante

Recuerda, la energía potencial en un punto no es un valor fijo, ya que depende del punto de referencia que tomemos.

## Comprueba lo aprendido

¿Son ciertas las siguientes afirmaciones?

- Existe una función energía potencial asociada a cualquier fuerza

☐ Verdadero ☐ Falso

**Falso**

Sólo a las fuerzas conservativas se les asocia una energía potencial

- El trabajo de una fuerza conservativa sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos es menor si el desplazamiento se realiza a lo largo de la recta que los une.

☐ Verdadero ☐ Falso

**Falso**

Recuerda: las fuerzas conservativas se definen porque el trabajo que realizan es independiente del camino seguido

- A una fuerza de rozamiento se le asocia una energía potencial de rozamiento

☐ Verdadero ☐ Falso

**Falso**

El rozamiento es una fuerza no conservativa

- Tiene más sentido físico hablar de la variación de energía potencial que de energía potencial en un punto

☐ Verdadero ☐ Falso

**Verdadero**

Lo que se puede determinar es la variación de energía potencial entre dos puntos, debiendo tomarse un valor arbitrario para determinar la  $E_p$  en un punto.

## 5.1 Energía potencial gravitatoria

En el primer tema de la unidad estudiaste la fuerza gravitatoria, que es aquella interacción entre dos cuerpos separados una cierta distancia.

Pues bien, esta fuerza gravitatoria es conservativa, esto nos permite hacer un estudio de la energía potencial y sus variaciones en el caso de los planetas en el Universo, vamos a trabajar la función **energía potencial gravitatoria**.

Un cuerpo tendrá energía potencial gravitatoria cuando actúe sobre él una fuerza gravitatoria y su valor dependerá de la posición en la que se encuentre dicho cuerpo. Aplicando la definición de fuerza gravitatoria

$$F_g = G \frac{Mm}{r^2}$$

obtenemos que el trabajo desarrollado valdrá:

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B -G \frac{Mm}{r^2} \cdot dr$$

Para resolver esta integral lo primero que hemos hecho es "sacar de ella" las constantes, quedando así una integral inmediata que se resuelve fácilmente.

Debes saber que  $\int \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x}$  por tanto:

$$W_{A \rightarrow B} = -GMm \int_A^B \frac{1}{r^2} = GMm \left[ \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right] = \frac{GMm}{r_B} - \frac{GMm}{r_A} = E_{PA} - E_{PB}$$

(si quieres saber algo más sobre las integrales inmediatas puedes ver este [vídeo](#))

Ya ves que calculando el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria al trasladar un cuerpo desde un punto a otro sólo se puede calcular la variación en la energía potencial que sufre ese cuerpo, pero no tenemos datos suficientes para saber el valor de la energía potencial gravitatoria en cada punto. Recuerda, hay que tomar una referencia.

Por convenio, cuando se trata de cuerpos en el espacio se suele utilizar como referencia cero la energía potencial en el infinito (cuando los cuerpos están muy alejados)  $E_{P\infty} = 0$

$$W_{A \rightarrow \infty} = G \frac{Mm}{r_\infty} - G \frac{Mm}{r_A} = E_{PA} - E_{P\infty}$$

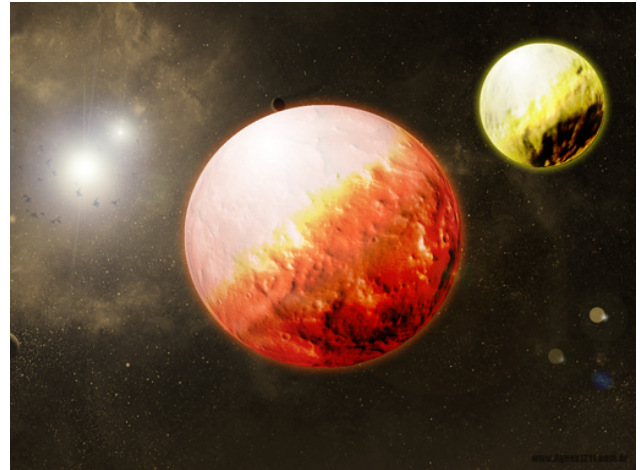


Imagen de Agusx1211 en [Wikimedia Commons](#). CC

*Importante*

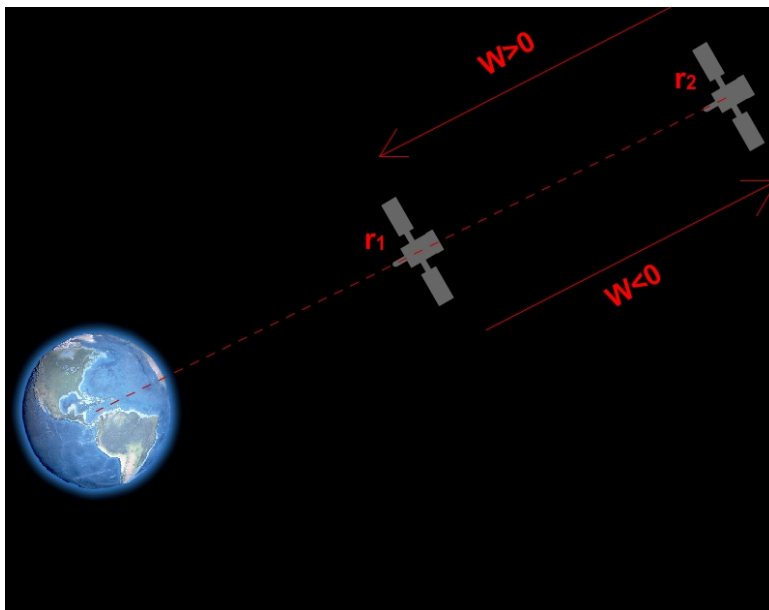


Imagen de elaboración propia

Observa la imagen. En ella se ve representado un satélite en dos posiciones distintas, a una distancia  $r_1$  de la Tierra, y a una distancia mayor,  $r_2$ .

Analicemos las dos posibles situaciones en las que el satélite se mueve respecto del planeta Tierra, acercándose o alejándose de esta.

- Si el satélite se acerca, pasando de la posición  $r_2$  a  $r_1$  el trabajo realizado es positivo (se mueve a favor del campo, que es atractivo), por tanto

disminuye la energía potencial del satélite.

- Si por el contrario el satélite se alejara el trabajo sería negativo aumentando entonces la energía potencial de este.

## Para saber más

Para cada tipo de fuerza conservativa que existe puede definirse una energía potencial.

La fuerza gravitatoria es conservativa por tanto se puede definir una energía potencial gravitatoria.

$$F_g = G \frac{Mm}{r^2} \Rightarrow E_{Pg} = -G \frac{Mm}{r}$$

Otro ejemplo es la fuerza elástica (aquella que hace que un muelle vuelva a su posición de equilibrio toda vez que se suelta al haber sido estirado o comprimido). Por tanto puede hablarse de una energía potencial elástica.

$$F_x = -k \cdot \Delta x \Rightarrow E_{Px} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta x^2$$

Una tercera fuerza conservativa que permite definir una energía potencial es la fuerza electrostática, que será objeto de estudio en la unidad siguiente.

## Ejercicio resuelto

Un punto A está situado a 500 km sobre la superficie de la Tierra y un punto B en la misma superficie. Calcula el trabajo realizado por el campo cuando un satélite de 5000 kg se traslada desde A hasta B.

Datos: Masa de la Tierra:  $6 \cdot 10^{24}$  kg; radio de la Tierra: 6400 km; constante de gravitación universal:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

#### Mostrar retroalimentación

Como la fuerza gravitatoria es conservativa, el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria se puede determinar fácilmente como la diferencia de la energía potencial gravitatoria inicial y final.

$$W_{A \rightarrow B} = E_{PA} - E_{PB} = -G \frac{Mm}{r_A} - \left( -G \frac{Mm}{r_B} \right) = GMm \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$W_{A \rightarrow B} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 5000 \left( \frac{1}{6,4 \cdot 10^6} - \frac{1}{6,4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5} \right) = 2,3 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Es un trabajo positivo porque se realiza a favor del campo (se acerca).

### Ejercicio resuelto

En la siguiente [animación](#) te mostramos una situación más compleja. Se trata de calcular la Energía potencial gravitatoria de una masa  $m_3$  debida a la interacción con otras dos masas. Esta energía es la suma de la energía de  $m_3$  debida a  $m_1$  y de  $m_3$  debida a  $m_2$ . Es lo que en Física se llama el principio de superposición.



Animación de [Antonio González García](#) en GeogebraTube. CC

En la animación puedes colocar las masas en diferentes puntos y variar su magnitud. Haciendo clic puedes mostrar los puntos sobre el plano, visualizar la solución del problema o todo el desarrollo matemático. Te recomendamos que estudies un caso y que luego practiques cambiando de posición las masas y sus valores.



## *Importante*

Según lo anterior la energía potencial gravitatoria se puede definir como:

$$E_{PA} = -G \frac{Mm}{r_A}$$

*Es la energía necesaria que hay que suministrar al cuerpo  $m$  para vencer la fuerza gravitatoria y trasladar el cuerpo desde el punto  $A$  hasta el infinito*

La expresión de la energía potencial es negativa porque, según nuestra referencia escogida, queremos llevar el cuerpo al infinito y como la fuerza gravitatoria es siempre atractiva trasladamos el cuerpo en contra de la fuerza gravitatoria, por tanto debemos

atractiva elevadísimo el cuerpo en contra de la fuerza gravitatoria, por tanto debemos suministrar una energía para vencer esa fuerza y mover el cuerpo.

## 5.2 Diferentes expresiones para la energía potencial gravitatoria

Hasta este curso ha sido una práctica habitual considerar una expresión matemática bastante simple para calcular la energía potencial gravitatoria

$$E_P = mgh$$

En esta fórmula,  $g$  representa la gravedad en la superficie terrestre,  $9.8 \text{ m/s}^2$ , y  $h$  la altura desde esa superficie.

Sin embargo has visto en el apartado anterior que la expresión de la energía potencial gravitatoria ahora es:

$$E_P = -G \frac{Mm}{r}$$

¿Por qué son diferentes estas dos expresiones? ¿Son las dos válidas? La razón de que existan dos fórmulas tan distintas radica en un mero detalle: el origen de energía potencial escogido. Para la deducción que lleva a la primera expresión se toma el origen en la superficie terrestre, y para la segunda expresión el origen está escogido en el infinito.

Se puede comprobar que, si al calcular la energía potencial en lugar de poner el origen en el infinito lo colocamos en la superficie y hacemos una aproximación, obtendremos la segunda expresión. Para llegar a la expresión  $E_P = mgh$  se ha supuesto que la altura a la que nos encontramos es muy pequeña comparada con el radio del planeta. Así que la expresión sólo será válida si se cumple esta condición. Para el caso de la Tierra se puede considerar que la gravedad se mantiene constante hasta una altura de 40 km.

### Ejercicio resuelto



Imagen de Abraham Pérez Pérez en INTE. CC

Iván está subido en el último peldaño de una escalera.

Supón que Iván tiene una masa de 70 kg y el último peldaño está del suelo a 4 m. Determina la energía potencial que posee Iván.

#### Mostrar retroalimentación

Aplicando la expresión y sustituyendo los valores

$$E_P = mgh = 70 \cdot 9.8 \cdot 4 = 2744 \text{ J}$$

¿y si se encuentra a una altura igual al radio terrestre?

#### Mostrar retroalimentación

En este caso no es válida la expresión utilizada anteriormente ya que el valor de  $g$  ya no valdría 9.8. Para este tipo de problemas usamos la fórmula

$$E_P = -G \frac{Mm}{r} = -6.67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 70}{6.4 \cdot 10^6 + 6.4 \cdot 10^6} = -2.2 \cdot 10^9 \text{ J}$$





## 6. Principio de conservación de la Energía Mecánica

Una vez llegados a este punto podemos hacer un análisis de la energía total de un sistema, recuerda, la llamada **energía mecánica**: es la suma de la energía cinética y las energías potenciales que tiene una partícula.

$$E_M = E_C + E_P$$

Aplicando lo que hemos conocido en este tema, el teorema de las fuerzas vivas:  $W_{total} = \Delta E_C$

y el teorema de la energía potencial:  $W_{F_{conservativas}} = \Delta E_P$

y considerando la situación en que sólo actúen fuerzas conservativas nos queda que:

$$W_{total} = W_{F_{conservativas}} \Rightarrow \Delta E_C = -\Delta E_P$$

$$E_{C2} - E_{C1} = -(E_{P2} - E_{P1}) \text{ y quitando paréntesis: } E_{C2} - E_{C1} = E_{P1} - E_{P2}$$

Si redistribuimos los términos obtenemos una expresión muy importante en física que se conoce como **principio de conservación de la energía mecánica**.

*Importante*

El **principio de conservación de la energía mecánica** se enuncia del siguiente modo:

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2}$$

*Si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica se mantiene constante en todo momento, es decir, se conserva.*

*Para saber más*

Si además de las fuerzas conservativas actúan otras fuerzas que no son conservativas, por ejemplo, la fuerza de rozamiento:

$$W_{total} = W_{F_{conservativas}} + W_{rozamiento}$$

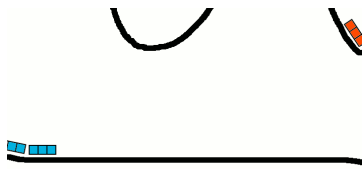
Obtenemos lo siguiente:

$$W_{rozamiento} = \Delta E_C + \Delta E_P \Rightarrow W_{rozamiento} = \Delta E_M$$

Si en un determinado sistema actúan tanto fuerzas conservativas como no conservativas, se verifica que la variación de la energía mecánica entre la situación inicial y final coincide en valor con trabajo realizado por las fuerzas no conservativas. Dicho de otra forma, la energía mecánica de un cuerpo sólo es modificada si actúan sobre él fuerzas no conservativas.



En el ejemplo que se ilustra, una montaña rusa, la energía mecánica no se mantiene constante ya que hay una pérdida de energía debida al rozamiento



perdida de energía debido al rozamiento de los vagones con las vías.

Animación de Magnus Colossus en [Wikimedia Commons](#). CC

## 7. Una nueva magnitud: el Potencial

En cualquier lugar del espacio se va a sentir el efecto de la gravedad de la inmensidad de astros que pueblan el Universo ya que cada masa crea un campo gravitatorio.

Te recuerdo que definimos la intensidad de campo gravitatorio  $g$  como la fuerza gravitatoria, aquella que determinó Isaac Newton, por unidad de masa.  $g = \frac{F}{m}$

Pues bien, en este apartado vamos a ver otra magnitud que caracteriza al espacio que rodea una masa. En este caso será escalar, a diferencia del campo, que es una magnitud vectorial. Esta magnitud es el **Potencial**.

Para que nos resulte el estudio de esta magnitud más sencilla vamos a basarnos en lo que ya conocemos, la definición de energía potencial a partir de un trabajo:

Al igual que 
$$W = \int F \cdot dr = -\Delta E_P$$

Si ahora calculamos el trabajo por unidad de masa:

$$\frac{W}{m} = \int \frac{F}{m} \cdot dr = \int g \cdot dr = -\Delta V$$

Si calculas el trabajo desarrollado por el campo gravitatorio para trasladar una masa unidad entre dos puntos el resultado final es la diferencia entre dos valores escalares, que dependerán del lugar donde estén esos puntos. A estas cifras se les conoce como **potencial gravitatorio** ( $V$ ) en un punto creado por la masa,  $M$ , que distorsiona el espacio. Es una propiedad del espacio y es independiente de la masa  $m$  colocada en un punto cualquiera.

Una cuestión importante, tal y como vimos en el apartado de energía potencial, es establecer un punto de referencia. El elegido es el infinito. En tal posición se va a asignar el valor para el potencial de cero  $V_{\infty} = 0$ .



Imagen de NASA en Flickr. CC

### Importante

Podemos definir el potencial gravitatorio como *el trabajo que realiza el campo para trasladar la unidad de masa de dicho punto al infinito*.

$$V_A = -G \frac{M}{r_A}$$

Su unidad en el Sistema Internacional es J/kg.

Debes tener clara la siguiente idea: el campo gravitatorio ( $\mathbf{g}$ ) y el potencial gravitatorio ( $V$ ) miden básicamente lo mismo: las propiedades del espacio que rodea a una masa,  $g$  lo hace de forma vectorial y  $V$  de forma escalar.

Por otro lado, si comparamos el valor de la energía potencial en el punto A con el valor del potencial en ese punto podemos observar que se cumple que:

$$E_P = mV$$

*el potencial gravitatorio creado por la masa  $M$  en un punto se define como la energía que adquiriría un cuerpo de masa unidad colocado en ese punto.*

Como ya vimos, el trabajo para trasladar un cuerpo de un lugar a otro es la diferencia de las energías potenciales que tiene el cuerpo en esos dos puntos, podemos determinar entonces que la variación del potencial es el trabajo que realiza el campo para trasladar una masa de 1 kg desde A hasta B.

## Para saber más

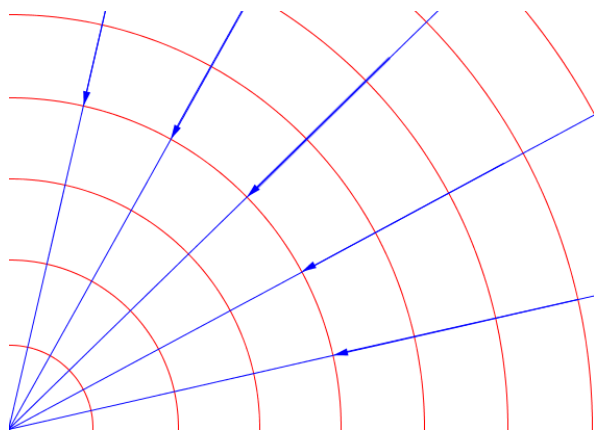


Imagen de elaboración propia

Si se pudieran unir todos los puntos que tienen el mismo potencial se tendría una superficie, son las llamadas **SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES**.

Estas superficies tienen tres características importantes que debes conocer ya que las mismas te posibilitarán interpretar la situación y realizar cálculos oportunos y rápidos.

1. Por cada punto sólo puede pasar una única superficie equipotencial.
2. El trabajo que se requiere para trasladar un cuerpo de un punto a otro de la misma superficie equipotencial es nulo.

3. Los vectores intensidad de campo son perpendiculares a tales superficies equipotenciales y, por tanto, las líneas de campo son normales a las mismas.

¿Cómo son las superficies equipotenciales en el caso del potencial gravitatorio? Imagina que un satélite gira en torno a un planeta. El satélite se mueve pero siempre estará a la misma distancia. ¿Cómo varía el potencial del satélite debido a este movimiento? Si analizas la expresión del potencial verás que el valor de este sólo depende de la masa del planeta y de la distancia a este. En el caso en que nos hayamos no varían ni lo uno ni lo otro, así que el potencial es constante.

Por ello, en el caso del campo gravitatorio, las superficies equipotenciales tendrán la forma de esferas concéntricas centradas en la masa que crea el campo, tal y como puedes ver en la imagen.

## Ejercicio resuelto

En la siguiente **animación** te mostramos un problema que consiste en calcular el potencial gravitatorio en un punto 3 debido a la interacción de dos masas. Este potencial es la suma del potencial debido a  $m_1$  y  $m_3$ . De nuevo el principio de superposición.

Calcula el potencial gravitatorio

10

en el punto 3 creado por las masas  $m_1$  y  $m_2$ . Los valores de las masas están dados en kilogramos y las posiciones en metros.

$m_1 = 6$  Posición de  $q_1 = (3, -3)$

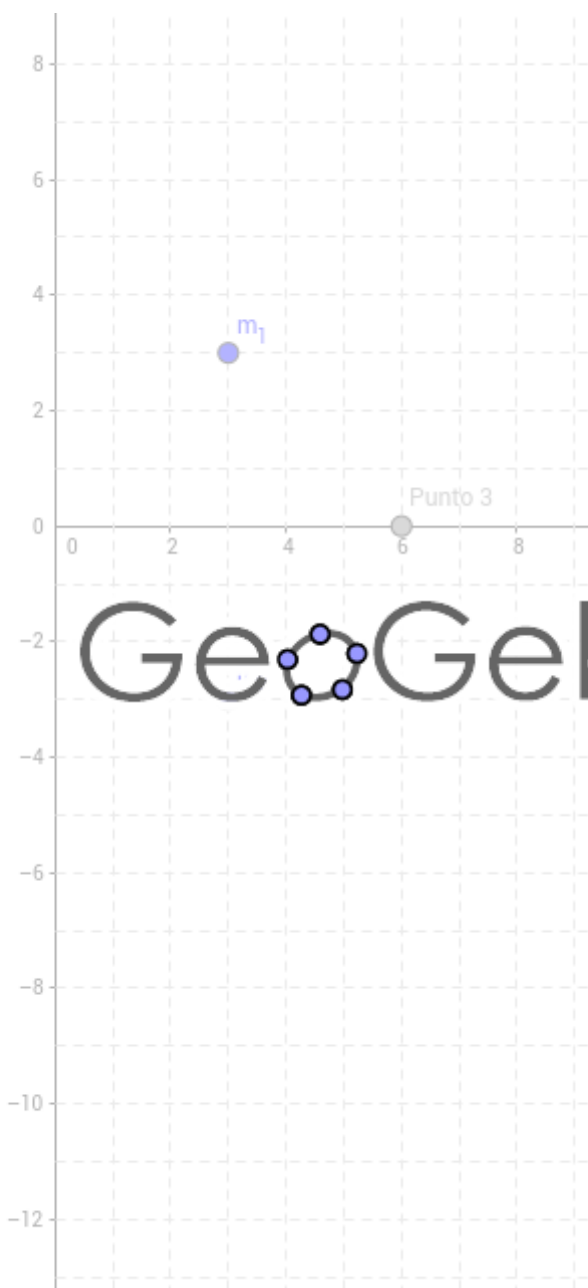
$m_2 = 6$  Posición de  $q_2 = (3, 3)$

Punto 3 = (6, 0)

Puedes cambiar el valor de las masas entre 0 y 10 kg.

También puedes colocar las masas y el punto 3 en otras posiciones arrastrando con el ratón los puntos.

- ☐ Mostrar solo la solución
- ☐ Mostrar el desarrollo
- ☒ Mostrar las localizaciones



Animación de [Antonio González García](#) en GeogebraTube. CC

En la animación puedes colocar las masas en diferentes puntos y variar su magnitud así como el punto 3. Haciendo clic puedes mostrar los puntos sobre el plano, visualizar solo la solución del problema o todo el desarrollo matemático. Te recomendamos que estudies un caso y que luego practiques cambiando de posición las masas y sus valores.

## Ejercicio resuelto

Dos masas, de 5 y 2 kg respectivamente, se encuentran en los puntos (0,0) y (10,0). Determina el trabajo que se ejerce sobre una masa de 1kg que se desplazase desde el punto (5,5) hasta el punto (5,2). ¿Será un trabajo positivo o negativo?



Usa la animación anterior para calcular los valores del potencial gravitatorio.

### Mostrar retroalimentación

El trabajo es  $W = -\Delta E_P$

y el potencial se relaciona con la energía potencial mediante la siguiente expresión que ya conoces:  $E_P = mV$

Por tanto  
 $W_{A \rightarrow B} = -m\Delta V = m(V_A - V_B)$

En esta caso para trasladar la masa  $m$  de 1 kg desde el punto A (5,5) hasta el punto B (5,2):

$$W = 1 \cdot [-6,6 \cdot 10^{-11} - (-8,67 \cdot 10^{-11})] = 2,07 \cdot 10^{-11} J$$

El trabajo, efectivamente es positivo ya que se realiza a favor del campo, las masas se acercan.

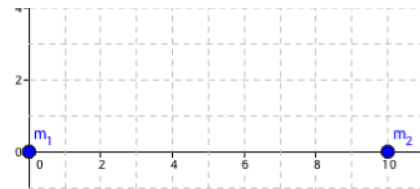


Imagen de elaboración propia

## Reflexiona

El potencial gravitatorio ¿aumenta o disminuye si nos alejamos de la masa que genera un campo a su alrededor?

### Mostrar retroalimentación

La expresión del potencial indica que es mayor cuanto más lejos se esté de la masa que lo produce. En la imagen puedes ver que conforme aumenta  $r$  (la distancia a la que nos encontremos) el potencial aumenta, pero siempre será negativo, ya que su valor máximo es cero y esto será en el infinito, esto es  $r = \infty$

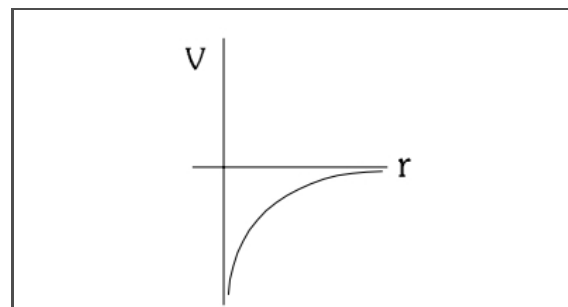


Imagen de FJGAR en Wikimedia Commons bajo licencia CC

# 8. Formulario

---

Tienes a continuación un cuadro resumen que incluye las fórmulas estudiadas a lo largo de este tema. Tal y como puedes ver las expresiones son muy parecidas (ya que unas provienen de otras) y fáciles de recordar.

Magnitud vectorial	Magnitud escalar
$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \cdot \vec{u}_r$	$E_P = G \frac{Mm}{r}$
$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \cdot \vec{u}_r$	$V = G \frac{M}{r}$
$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$	$E_P = m \cdot V$



### Ejercicio resuelto

En un instante  $t_1$  la energía cinética de una partícula es 30 J y su energía potencial de 12 J. En un instante posterior  $t_2$  su energía cinética es de 18 J. Razone las respuestas.

a) Si únicamente actúan fuerzas conservativas sobre la partícula, ¿cuál es su energía potencial en el instante  $t_2$ ?

#### Mostrar retroalimentación

Si sólo actúan fuerzas conservativas, se puede aplicar el principio de conservación de la energía mecánica. Dicha ley establece que la energía mecánica de un sistema no varía con el tiempo si sobre el mismo sólo actúan fuerzas conservativas.

Por tanto,  $E_M(t_1) = E_M(t_2)$ , luego se puede deducir que la energía potencial

$$\begin{aligned} E_c(t_1) + E_p(t_1) &= E_c(t_2) + E_p(t_2) \\ 30 + 12 &= 18 + E_p(t_2) \\ E_p(t_2) &= 24 \text{ J} \end{aligned}$$

b) Si la energía potencial en el instante  $t_2$  fuese 6 J, ¿actuarían fuerzas no conservativas sobre la partícula?

#### Mostrar retroalimentación

Comparando el resultado obtenido en el apartado anterior,  $E_p(t_2)$  igual a 24 J, con el propuesto en este apartado se observa que existe una diferencia de 18 J. No se ha mantenido constante la energía mecánica, parte de ella se ha perdido, esto es, el sistema ha cedido al exterior esa cantidad de energía.

El hecho de que no se cumpla el principio de conservación de la energía mecánica se debe al hecho de que existen fuerzas no conservativas actuando sobre el sistema.

### Ejercicio resuelto

Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto  $x_1$  hasta otro punto  $x_2$ , realizando un trabajo de 50 J.

a) Determine la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento.

#### Mostrar retroalimentación

El trabajo desarrollado por la fuerza conservativa corresponde a la diferencia de energía potencial entre los dos puntos:

$$W = -\Delta E_p$$

Conocido el valor del trabajo realizado se puede establecer

$$\Delta E_p = -W = -50J$$

b) Si la energía potencial de la partícula es cero en  $x_1$ , ¿cuánto valdrá en  $x_2$ ?

#### Mostrar retroalimentación

Sabemos que  $\Delta E_p = -50J$

y como  $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$

sustituimos valores:  $-50 = E_{p2} - 0$

El resultado queda como sigue:  $E_{p2} = -50J$

c) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en  $x_1$ , ¿cuál será la velocidad en  $x_2$ ?

#### Mostrar retroalimentación

Como el sistema está sometido en exclusividad a una fuerza conservativa se cumple el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{M1} = E_{M2}$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

La partícula parte del reposo por tanto su energía cinética en  $x_1$  es cero. Sustituimos valores y se obtiene la energía cinética en el punto  $x_2$ :

$$0 + 0 = E_{c2} - 50$$

$$E_{c2} = 50J$$

Una vez establecido el valor de la energía cinética se pasa a determinar la velocidad en ese punto.

$$E_{c2} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$50 = \frac{1}{2} \cdot 0,005 \cdot v^2$$

Despejamos y obtenemos que la velocidad en el punto 2 es  $v = 141,4m/s$

## Ejercicio resuelto

a) Energía potencial asociada a una fuerza conservativa.

#### Mostrar retroalimentación

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo realizado por la fuerza entre dos puntos es independiente de la trayectoria seguida y sólo depende de las coordenadas de los puntos inicial y final.

Si la fuerza es conservativa, se puede definir una energía potencial: el trabajo realizado por una fuerza conservativa es igual a la disminución de la energía potencial asociada a esa fuerza.

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$$

Asimismo, se puede establecer que si el punto de partida y llegada coinciden el trabajo realizado es nulo, o expresado de otra manera el trabajo realizado por una fuerza conservativa en una trayectoria cerrada es cero.

b) Una partícula se desplaza bajo la acción de una fuerza conservativa. ¿Aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Y su energía cinética? Razone las respuestas.

#### **Mostrar retroalimentación**

Todo dependerá de cómo se desplaza esa partícula en el interior de la zona afectada por esa fuerza conservativa, en el caso de alejarse del cuerpo que genere el campo la energía potencial irá aumentando, mientras que si se acerca el valor de dicha energía disminuye. Recuerda la [gráfica](#) que representaba la variación del potencial frente a la distancia, la energía potencial sigue el mismo patrón.

La energía cinética respondería en sentido contrario. Teniendo en cuenta que se conserva la energía mecánica si la energía potencial aumenta la energía cinética disminuye, y por ende, la velocidad también.

## Resumen

---

### Importante

Hay dos tipos de energía, la **cinética** y la **potencial**. El primer tipo está relacionado con el movimiento y el segundo tipo está relacionado con la posición del objeto. Las expresiones son bien conocidas:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{y} \quad E_P = mgh$$

A la suma de las dos se le llama energía **mecánica**.

### Importante

Desde un punto de vista físico, el **trabajo (W)** es una magnitud escalar que se define como el producto de una fuerza por un desplazamiento.

Definimos por tanto el trabajo mediante la siguiente expresión:

$$W = F \cdot \Delta r$$

siendo  $\Delta r$  el desplazamiento. Su unidad en el Sistema Internacional es el Julio.

Esta expresión es válida sólo en situaciones muy concretas, debe cumplirse que la fuerza aplicada sea constante y el objeto siga una trayectoria rectilínea, en la misma dirección en la que se aplica la fuerza.

### Importante

El **teorema de las fuerzas vivas** se enuncia así:

*El trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre un cuerpo es igual a la variación de energía cinética que experimenta ese cuerpo.*

$$W_{A \rightarrow B} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = \Delta E_C$$

### Importante

*Se denominan fuerzas conservativas las que cumplen que, al actuar sobre una partícula*

Se denominan **fuerzas conservativas** las que cumplen que, al moverse una partícula que realiza una trayectoria cerrada, el trabajo realizado es nulo.

## Importante

La situación contraria a este tipo de fuerzas serían las fuerzas no conservativas. Estas fuerzas no tienen asociado un número que las pueda simbolizar, lo que antes llamamos energía potencial. Evidentemente, estas fuerzas hacen que la trayectoria tenga su influencia a la hora de establecer la magnitud trabajo. Un ejemplo de estas fuerzas es el **rozamiento**.

### Importante

El comportamiento especial de las fuerzas conservativas permite definir una nueva magnitud, la energía potencial.

*El trabajo realizado por una fuerza conservativa al desplazar un cuerpo entre dos puntos dados es igual a la diferencia de energía potencial asociada a esos dos puntos cambiada de signo.*

$$W = -\Delta E_p = -(E_{pf} - E_{pi}) = E_{pi} - E_{pf}$$

Esta expresión es conocida como **teorema de la energía potencial**. Si recordamos, el trabajo realizado por una fuerza conservativa sólo depende de las posiciones inicial y final por tanto la diferencia de energía potencial también dependerá únicamente del valor de esos puntos.

### Importante

La energía potencial gravitatoria se puede definir como:

$$E_{PA} = -G \frac{Mm}{r_A}$$

*Es la energía necesaria que hay que suministrar al cuerpo  $m$  para vencer la fuerza gravitatoria y trasladar el cuerpo desde el punto A hasta el infinito*

La expresión de la energía potencial es negativa porque, según nuestra referencia escogida, queremos llevar el cuerpo al infinito y como la fuerza gravitatoria es siempre atractiva trasladamos el cuerpo en contra de la fuerza gravitatoria, por tanto debemos suministrar una energía para vencer esa fuerza y mover el cuerpo.

## Importante

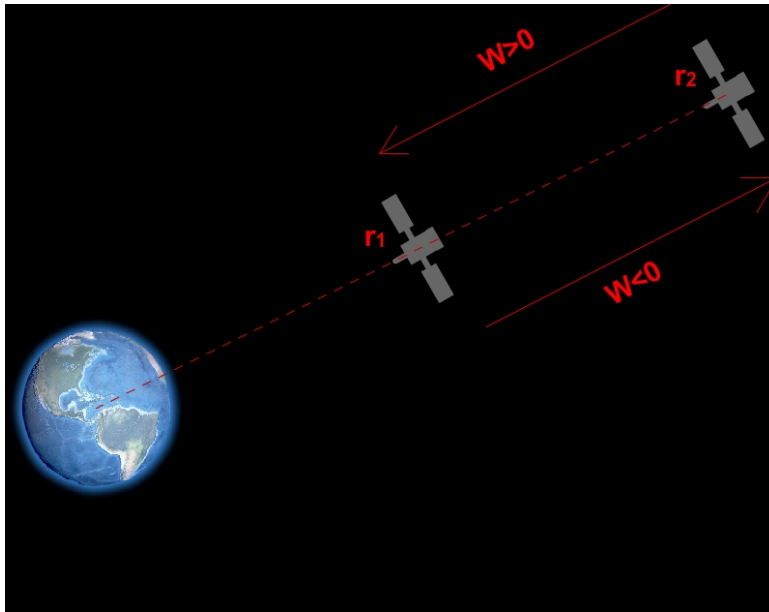


Imagen de elaboración propia

Observa la imagen. En ella se ve representado un satélite en dos posiciones distintas, a una distancia  $r_1$  de la Tierra, y a una distancia mayor,  $r_2$ .

Analicemos las dos posibles situaciones en las que el satélite se mueve respecto del planeta Tierra, acercándose o alejándose de esta.

- Si el satélite se acerca, pasando de la posición  $r_2$  a  $r_1$  el trabajo realizado es positivo (se mueve a favor del campo, que es atractivo), por tanto

disminuye la energía potencial del satélite.

- Si por el contrario el satélite se alejara el trabajo sería negativo aumentando entonces la energía potencial de este.

## Importante

El **principio de conservación de la energía mecánica** se enuncia del siguiente modo:

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2}$$

*Si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica se mantiene constante en todo momento, es decir, se conserva.*

## Importante

Podemos definir el potencial gravitatorio como *el trabajo que realiza el campo para trasladar la unidad de masa de dicho punto al infinito.*

$$V_A = -G \frac{M}{r_A}$$

Su unidad en el Sistema Internacional es J/kg.

Debes tener clara la siguiente idea: el campo gravitatorio (**g**) y el potencial gravitatorio

(**V**) miden básicamente lo mismo: las propiedades del espacio que rodea a una masa,  $g$  lo hace de forma vectorial y  $V$  de forma escalar.

### **AVISO DEL SERVIDOR**

Por motivos de seguridad esta página web solo está accesible mediante acceso seguro (https):

[https://www.juntadeandalucia.es/Aviso\\_Legal\\_Andalucia\\_v04.htm](https://www.juntadeandalucia.es/Aviso_Legal_Andalucia_v04.htm)

Por favor, actualice sus marcadores. Gracias.



# Imprimible

---

Descargar imprimible