La realidad en la que vivimos está regida por números: nos despiertan, nos marcan límites, nos indican dónde ir, cuándo marcharnos, cómo cocinar, nos comparan y valoran,...

Aunque hoy en día esta afirmación la asumamos sin problemas, la situación era muy diferente en el mundo antiguo. La noción de número nace como una idea casi metafísica, y a medida que el hombre va evolucionando los números se van desarrollando para ayudar a responder a los retos de cada momento.

Pitágoras fue el primer matemático en explorar el mundo de los números. Para él, *"todo es número"*, ya que consideraba que filosofía, naturaleza y matemáticas estaban muy entrelazadas.

Con el transcurso del tiempo, los números naturales se ampliaron con los negativos, con el cero, con los números racionales, los irracionales... hasta constituir una estructura básica sólida en la que se basa la matemática actual.

Caricatura de Pitágoras de Toni D'Agostinhocon licencia cc by-nc-nd-3.0.

Curiosidad

El cielo nocturno siempre ha causado una enorme fascinación y curiosidad en el ser humano. Especialmente, la Luna por ser el cuerpo celeste más cercano.

Este interés se ha constatado al encontrarse huesos de animales con muescas que servían para hacer recuentos y predecir los **ciclos lunares**.

Dichos huesos tienen una antigüedad de ***37.000 años***, y podemos asegurar que son los primeros indicios matemáticos.

Foto de m.gómez

Estos indicios matemáticos fueron la base para la aparición de los números y con ellos las operaciones, sus propiedades, particularidades,...

Cada civilización los ha representado con símbolos y estrategias distintas, así por ejemplo, los mayas que eran grandes astrónomos utilizaban su sistema de numeración de manera diferente cuando contaban los días, meses o años que cuando hacían alguna transacción comercial.

Los chinos, además de inventar el primer instrumento de cálculo, el ábaco, fueron los creadores de los cuadrados mágicos

Comprueba lo aprendido

Rellena el cuadrado mágico chino, que consiste en colocar los números del 1 al 9, sin repetir ninguno y de tal forma que tanto las filas, las columnas y las dos diagonales sumen lo mismo.

6		2
	5	

Enviar

La suma de las filas, columnas y diagonales es 15.

El ser humano ha sentido siempre la necesidad de contar.

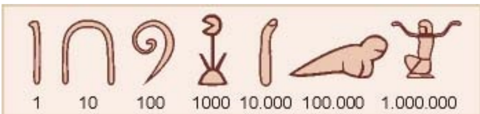
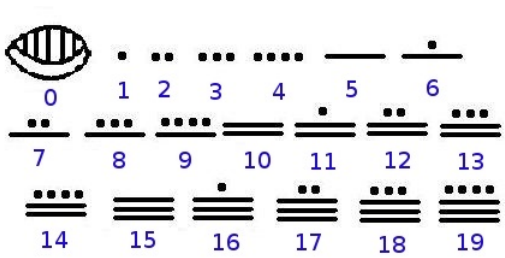
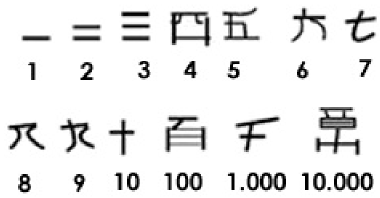
En un principio, el hombre prehistórico utilizaba piedras y ramas para representar números y operar con ellos.

Curiosidad

La palabra cálculo viene del latín *Calculus* y significa **piedra pequeña** o **guijarro.**

Cuatro piedras de salvador, CC by-2.5

Desde la identificación de números con piedras o ramas hasta llegar a nuestro sistema decimal, muchos números se han sumado y restado en infinidad de representaciones diferentes. Veamos algunas de ellas:

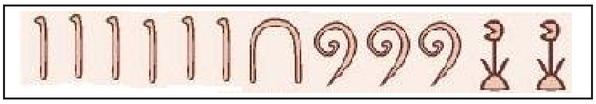
Sistema de numeración **EGIPCIO**	Sistema de numeración **ROMANO**
 Banco de imágenes del CNICE CC by-nc-sa	I=1 V=5 C=100 X=10 D=500 L=50 M=1000
Sistema de numeración **MAYA**	Sistema de numeración **CHINO**
 	

Todos estos sistemas tienen una arquitectura común: se trabaja con una pequeña cantidad de símbolos que al escribirlos repetidas veces representan números más grandes.

En algunos sistemas el valor del símbolo es siempre el mismo, sin embargo en otros depende del lugar que ocupa.

Por ejemplo, el número 2316 se escribe en numeración romana MMCCCXVI.

El mismo número, en egipcio, se representa:



Debes tener en cuenta que al igual que ocurre en la actualidad en el mundo árabe, se escribe de derecha a izquierda.

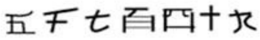
Por último, en chino, dicho número se escribe:

Como puedes ver, lo anterior se lee como dos veces mil, tres veces cien, una vez 10 y seis unidades.

Comprueba lo aprendido

¿Cuánto es?

El número romano **MCL** se escribe en decimal como

El número chino  se escribe en decimal como

El número egipcio  se escribe en decimal como

Enviar

Recuerda que en el caso de la escritura egipcia, se lee de derecha a izquierda.

Para saber más

Para obtener más información sobre los sistemas de numeración tratados y otros puedes consultar, por ejemplo, la siguiente página de recursos de la Sociedad Thales:

Sistemas de numeración

Actualmente, junto al sistema de numeración decimal, se utiliza otro muchísimo: **el sistema binario**.

Este sistema, que consta solo de dos elementos (el **0** y el **1**), es la base del lenguaje de los ordenadores, donde la información se escribe como cadenas de bits. Estos bits solo tienen dos posiciones: activo (**1**) e inactivo (**0**).

Curiosidad

Refrán informático:

Existen exactamente 10 tipos de personas:

las que entienden el sistema binario y las que no.

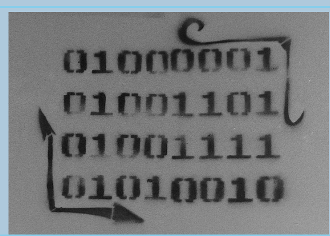


Foto de Eric by-nc-nd 3.0

Comprueba lo aprendido

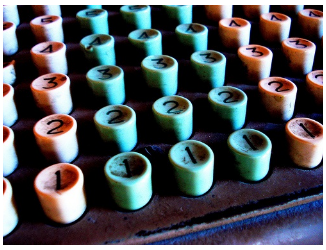
La imagen de la **Curiosidad** anterior es la representación en sistema binario de una palabra. ¿Sabrías decirme qué palabra es?

Como ayuda, utiliza este enlace que te llevará a una página que convierte números decimales en binarios y viceversa. Por otro lado, si pulsas aquí, verás una tabla donde se asocia a cada letra un número. Es el llamado Código ASCII.

La palabra es

Enviar

01000001 corresponde al número en decimal 65, y si miras en la tabla, tiene asociada la letra A. Continúa este proceso y encontrarás AMOR.



números para contar de ing jorge, CC by-nc-sa 2.0

Los sistemas de numeración nacen para representar los números que se necesitaban para contar días, animales, pertenencias,...

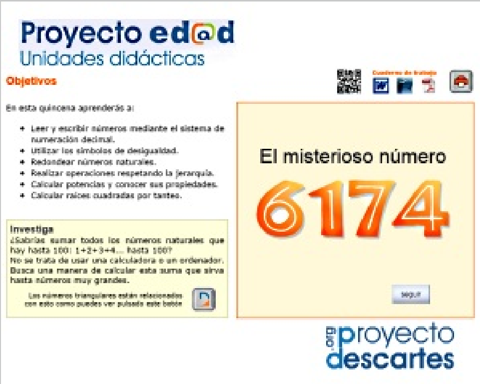
Estos números nos rodean y son los que primeros aprendemos, de ahí su nombre, **números naturales.**

Importante

Si empezamos en 1 y vamos aumentando de 1 en 1, obtenemos un conjunto infinito conocido como **números naturales**, que representaremos por **N**.

Para saber más

Para repasar y practicar las propiedades de las operaciones puedes visitar el siguiente enlace al proyecto Descartes.



L a **Fórmula 1** es una competición que durante los últimos años ha aumentado considerablemente el número de seguidores en España. El motivo tiene nombre y apellidos: **Fernando Alonso**. En la temporada 2010, contamos con otros dos pilotos españoles, Pedro de la Rosa y Jaime Alguersuari, que confirman el esplendor de este deporte en nuestro país.

La pasión y entusiasmo que demuestran se ha contagiado de tal forma que nos hemos convertido en verdaderos expertos en neumáticos, motores, número de paradas en cada carrera,...

Pero, ¿sabemos cómo se realiza la clasificación de pilotos? ¿Y la de equipos?

Para realizarla tenemos que conocer la posición de llegada y la puntuación dada a cada posición y realizar algunas cuentas, o lo que es lo mismo, hacer operaciones combinadas.

Pero ¡OJO!, ¡CUIDADO CON EL ORDEN!

Foto de ktpupp, CC by-nc-sa 2.0

Importante

En multitud de ocasiones tenemos que realizar más de una operación a la vez. Para ello, tendremos en cuenta la **prioridad de las operaciones**, que es la siguiente:

1. Operaciones con paréntesis.
2. Multiplicación y división.
3. Sumas y restas.

Ejercicio resuelto

Disponemos de las siguientes tablas de datos, la primera nos da el número de puntos por puesto de llegada a la meta y la otra la posición de llegada de los pilotos en las cuatro carreras que se llevan disputadas hasta el momento.

Puesto	Puntos
1º	25 ptos
2º	18 ptos
3º	15 ptos
4º	12 ptos
5º	10 ptos
6º	8 ptos
7º	6 ptos
8º	4 ptos
9º	2 ptos
10º	1 ptos
$\geq$ 11º	0 ptos

Piloto	Escuderia	Circ. BAHRAIN	Circ. Australia	Circ. Malasia	Circ. China
Alonso	Ferrari	1º	4º	13º	4º
Massa	Ferrari	2º	3º	7º	9º
Hamilton	McLaren	3º	6º	6º	2º
Vettel	RBR-Renault	4º	-	1º	6º
Rosberg	Mercedes GP	5º	5º	3º	3º
Schumacher	Mercedes GP	6º	10º	-	10º
Button	McLaren	7º	1º	8º	1º
Webber	RBR-Renault	8º	9º	2º	8º
Liuzzi	FI-Mercedes	9º	7º	-	-
Barrichello	Williams	10º	8º	12º	12º
Kubica	Renault	11º	2º	4º	5º
Sutil	FI-Mercedes	12º	-	5º	11º
Alguersuari	STR-Ferrari	13º	11º	9º	13º
Hulkerberg	Williams	14º	-	10º	15º
Petrov	Renault	-	-	-	7º

Nota: Solo aparecen los pilotos que han recibido alguna puntuación en cualquiera de las 4 carreras disputadas.

Realicemos la puntuación obtenida por los pilotos de Ferrari.

Tenemos que calcular los puntos totales de cada piloto.

Fernando Alonso: 1·25 + 2·12 + 1·0 = 25 + 24 + 0 = 49 ptos

Felipe Massa: 1·18 + 1·15 + 1·6 + 1·2 = 18 + 15 + 6 + 2 = 41 ptos

Date cuenta que hemos respetado el orden de las operaciones realizando las multiplicaciones antes que las sumas.

¿Cuál es la puntuación del equipo Ferrari?

Para obtener la puntuación del equipo Ferrari tenemos que sumar los puntos obtenidos por los pilotos de su escudería.

Ferrari: (1·25 + 2·12 + 1·0) + (1·18 + 1·15 + 1·6 + 1·2)= (25 + 24 + 0) + (18 + 15 + 6 + 2)= 49 + 41= 90 ptos

Comprueba lo aprendido

Completa la siguiente tabla con la clasificación de pilotos.

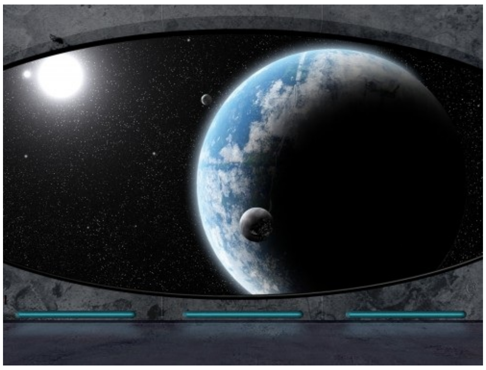
Puesto	Piloto	Puntuación
1º		ptos
2º		ptos

3º	Alonso	49 ptos
4º		49 ptos
5º	Vettel	ptos
6º	Massa	41 ptos
7º		40 ptos
8º		ptos
9º	Sutil	ptos
10º		10 ptos
11º	Liuzzi	8 ptos
12º	Petrov	ptos
13º	Barrichello	ptos
14º		2 ptos
15º		1 pto

Enviar

No es casualidad que un mes dure 30 días, ya que nuestro calendario es lunisolar y un mes es el tiempo aproximado que transcurre entre dos mismas fases de la luna.

Como un año tiene doce meses podemos decir que aproximadamente en un año solar transcurre doce veces el ciclo lunar. De forma aproximada, podemos considerar que un año solar es **múltiplo** del ciclo lunar y por el contrario, que el ciclo lunar es **divisor** de un año solar.



Leaving the Homeworld por Zeesarh cc by 2.5

Importante

Decimos que un número natural **a es múltiplo de b** si al dividir a entre b la división es exacta.

Por ejemplo, todos los números pares son múltiplos de 2. En tanto que ningún impar lo es.

Del mismo modo, se dice que **b es divisor de a** si al dividir a entre b la división también es exacta.

El número 5 es divisor de todos los números acabados en 5 ó 0.

Para saber más

Para repasar los criterios de divisibilidad más comunes, así como practicar los conceptos de múltiplos y divisores de un número, puedes utilizar este enlace al proyecto Ed@d del MEC.

El concepto de divisor de un número nos permite estudiar números naturales que cumplen determinadas propiedades basadas en dicho concepto. Hablamos de los muy conocidos números primos, y otros menos conocidos como los amigos y perfectos. Recuerda que se llaman **divisor propio** de un número, a todos sus divisores sin incluir él mismo.

Dos números son **amigos** si cada uno es igual a la suma de los divisores propios del otro.	Un número es **perfecto** si es igual a la suma de sus divisores propios.

Reflexiona

a) ¿Son amigos los números 220 y 284?

b) ¿Es 28 un número perfecto?

a) Sí, esos dos números son amigos. Los divisores propios de 284 tenemos son 1, 2, 4, 71 y 142. La suma de todos ellos es 220. Calcula los divisores propios de 220 y comprueba que su suma es 284.

b) Si calculas sus divisores propios y los sumas, podrás comprobar que el resultado es 28.

Por distintos motivos, desde la antigüedad los números primos han llamado la atención de matemáticos y científicos en general. Uno de ellos es la fascinación que produce su irregular distribución en el conjunto de los números naturales. Los números primos aparecen distribuidos aquí y allá, encontrándose sectores en donde abundan y otros en donde escasean. Incluso, algunas civilizaciones han llegado a considerar que eran mágicos.

Pero no nos desviemos. A continuación, en el clip de la película **Contact** los extraterrestres hacen señales que resultan ser ... ¡los números primos!

Importante

Efectivamente, un número **primo** es aquel que sólo tien como divisores al 1 y a él mismo.

Los números que no son primos se les llama **compuestos**.

Se puede decir que todo número compuesto tiene más de dos divisores.

Para calcular números primos utilizaremos la **Criba de Eratóstenes**, que consiste en escribir los números en secuencia e ir tachando primero los múltiplos de 2, seguidamente los múltiplos del primer número sin tachar y así sucesivamente. Los números que se queden sin tachar serán precisamente los números primos.

Para que lo comprendas mejor, podrás hacer tú mismo la Criba desde esta ventana de GeoGebra realizada por Pilar Gallego, donde simplemente moviendo los deslizadores obtendrás los números primos.

Los números primos son muy peculiares y tienen propiedades muy curiosas. Son muy famosos, entre otros, los primos gemelos. Escuchemos la definición y algunos ejemplos de mano de Jeff Bridges y Barbara Streisand en el siguiente video.

Máximo común divisor y Mínimo común múltiplo

En muchas ocasiones buscamos múltiplos y divisores especiales , nos referimos al máximo común divisor y al mínimo común múltiplo, por ejemplo en esta situación:

Un año el 1 de enero es luna llena, ¿cuántos años tienen que pasar para que eso mismo vuelva a ocurrir, suponiendo que todos los años tienen 365 días y todos ciclos lunares son de 30 días?

Para resolverla necesitamos un múltiplo común de 365 y 30 días, buscaremos el mínimo para encontrar la primera vez que se repite el fenómeno.

No es necesario buscar todos los múltiplos de cada número y después seleccionar el menor de los comunes, pues hay un procedimiento menos costoso que obtiene directamente el número buscado.

Para saber más

En el enlace anterior del proyecto Ed@d del MECtambién puedes recordar estos algoritmos.

En el siguiente video podremos comprobar como se relacionan las matemáticas con la música.

Dos alumnas dan palmadas con el mismo pulso. Una lleva un ritmo de 3/4 y otra 4/4. Siempre dan la palmada en el tiempo fuerte del compás. De este modo una usa múltiplos de 3 y otra múltiplos de 4.
Podemos deducir que las dos coinciden dando la palmada a la vez cada 12 pulsos.
Es por eso que el mínimo común múltiplo de 3 y 4 es doce.

Comprueba lo aprendido

Vamos a resolver la situación planteada anteriormente:

Un año el 1 de enero es luna llena, ¿cuántos años tienen que pasar para que eso mismo vuelva a ocurrir, suponiendo que todos los años tienen 365 días y todos ciclos lunares son de 30 días?

Como ya se ha dicho, tenemos que calcular el mínimo común múltiplo de 365 y 30, para ello:

1º Haremos la descomposición factorial de dichos números (debes escribir los divisores en orden creciente, de menor a mayor):

365= ☐ · ☐

30= ☐ · ☐ · ☐

2º Calcularemos el mínimo común múltiplo como el producto de los factores comunes y no comunes elevados a su ☐ exponente.

mcm(365, 30)= ☐ · ☐ ·5· ☐ = ☐ días

Como nos piden una respuesta en años nos quedaría pasar los días obtenidos a años:

☐ : 365 = ☐ años

Enviar

2. Más por menos es...

A partir del día 15 de cada mes todos tenemos terror a que nuestra cuenta corriente en el banco se sitúe en números rojos, en realidad a lo que tenemos medio es a estar en números negativos. También tememos un invierno de temperaturas por debajo de cero, negativas. Cuando vamos a aparcar en unos grandes almacenes, nos horroriza tener que hacerlo en las últimas plantas, en la -3 ó -4, más cerca del infierno que de cualquier otro lugar.

En todos estos casos es necesario utilizar los números negativos. La historia de estos números ha estado marcada por un cierto halo de maldición. Casi ninguna civilización los consideraba como soluciones válidas de las ecuaciones que planteaban, y los descartaban como si fueran resultados falsos y engañosos. Hasta pocos años antes de que Colón llegara a América no se introdujo su uso en Europa occidental. El primero que lo hizo fue el matemático francés **Nicolas Chuquet** en 1484.

En la actualidad estamos muy habituados a ellos. Observa en el vídeo siguiente, cómo cambian las cifras en la pantalla del marcador que indica el tiempo que falta para el lanzamiento. Pasan de negativo antes del despegue, a positivo cuando la nave ya está en el aire.

En el vídeo anterior, el comentarista no llega a decir: ¡CERO! Y es que este número también tiene un pasado algo misterioso. Algunas civilizaciones antiguas no sabían cómo enfrentarse a él, de tal manera que no fueron capaces de asignarle un símbolo. Dejaban un hueco para indicar que estaba, pero esto traía aún más problemas. En la **India**, hasta el año 876 d. C. no aparece escrito por primera vez el 0, dos siglos después que las nueve cifras restantes. En occidente hay que esperar hasta el año 1202 para que **Fibonacci** lo incluya junto con las otras nueve cifras en su obra "Liber abaci".

En este apartado estudiaremos los números **enteros**, que están formados por los naturales, los negativos y el cero. Y para empezar con una sonrisa, veamos un vídeo de Gumaespuma en el que a partir del segundo 50 se dedica una canción a los números negativos, ay, perdón, a los números rojos.

¿Recuerdas el frío que hizo el mes de enero de 2010? En algunas poblaciones del sur de España volvió a nevar después de casi medio siglo sin hacerlo. En la tabla siguiente aparecen las temperaturas mínimas que se produjeron en el transcurso de dicho mes en la ciudad de Granada.

La cuestión que nos planteamos es ¿cuál fue la media de las temperaturas mínimas a lo largo de ese mes?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
5	0	1	7	8	4	1	-2	-5	-5	0	5	6	8	1	2	1	0	6	6	4	0	5	4	2	2	-1	-1	-4	2	0

Para saberlo, la primera idea es sumar todas las temperaturas y dividirlo entre 31 días, pero podemos ser un poco más ordenados y escribir lo siguiente:

$$2·8 + 1·7 + 3·6 + 3·5 + 3·4 + 0·3 + 4·2 + 4·1 + 5·0 + 2·(-1) + 1·(-2) + 0·(-3) + 4·(-1) + 2·(-5)$$

Tile Roffs & Cypress Trees de **meganpru**, CC by-nc 2.0

¿Qué significa la expresión anterior? Pues, como seguro que has deducido, la suma de los productos de cada temperatura por el número de días en que se ha repetido esa temperatura. Es decir, 2 días que hizo 8 grados, más 1 que ha hizo 7, más 3 que hizo 6 grados de mínima, más ... Y así obtenemos la suma de todas las temperaturas mínimas.

En dicha expresión aparecen operaciones combinadas de números enteros, y al igual que ocurre con los naturales, existe una cierta jerarquía. En este caso, primero multiplicamos y después sumamos. Tenemos:

$$16 + 7 + 18 + 15 +12 + 0 + 8 + 4 + 0 +-2 - 2 + 0 - 4 - 10 = 62$$

La suma es 62, lo dividimos entre 31 días del mes de enero, y obtenemos **2º** de temperatura media mínima en Granada para ese mes. ¡Uf, qué frío!

Importante

En el ejemplo anterior de las temperaturas han aparecido números naturales, el cero y números negativos. Al conjunto formado por todo este tipo de números lo llamaremos **enteros**, y los representaremos por **Z**.

Las operaciones con números enteros cumplen las mismas reglas que las operaciones con números naturales. Como has podido ver en el ejemplo de las temperaturas, existe una jerarquía de operaciones. La más importante es que se opera antes el producto que la suma.

Cada número entero tiene **opuesto**, que sumado con él da 0. El opuesto de 5 es -5, y el de -8 es 8. El único número entero que coincide con su opuesto es el **0**.

Una manera muy útil y visual de representar los números enteros, es en una **recta graduada**. Se fija un punto para el 0 (lugar que se llama el origen de la recta), y determinada una unidad, se van fijando los enteros positivos a la derecha, y los negativos a la izquierda.

En la recta se puede estudiar muy bien tanto el **orden** en los enteros cómo la **simetría** que dos números opuestos tiene respecto del 0.

Los números enteros son una ampliación de los naturales, pues incluyen tanto el cero como los números negativos. Esto implica que se compliquen un poco las propiedades de las operaciones que podemos realizar con ellos.

Para saber más

En el siguiente enlace del proyecto Descartes, puedes recordar las propiedades y practicar las operaciones con números enteros.

Reflexiona

En la siguiente escena, construida con Geogebra por Pilar Gallego, debes realizar la operación que se pide. Para ello mueve los dos controles que aparecen en la **esquina inferior izquierda**. Podrás ver cómo, cada uno de los controles produce un cambio de posición en el punto marcado con una "**X**". Para comprobar si tu respuesta es correcta, activa la casilla "**Comprueba el resultado**". Por último, si quieres una operación nueva, **mueve el punto morado**.

Si no ves correctamente la escena, pulsa en este enlace.

Comprueba lo aprendido

Continuamos con las temperaturas en Granada. El primer día de diciembre de 2009, la mínima fue de -1 grados. Completa los espacios blancos que aparecen en la siguiente tabla.

Día	Temperatura	Diferencia con el día siguiente	Operación	
1	-1º	aumentó en 7º	-1 + 7 = □	
2	□ º	disminuyó en 2º	□ - 2 = 4	
3	4º	disminuyó en □ º	4 - □ = -1	
4	-1º	disminuyó en □ º	- □ - □ = -3	
5	-3º	aumentó en 2º	-3 + □ = □	
6	□ º	disminuyó en □ º	□ - □ = -4	2009010806601 **de txindoki**, CC by-nc 2.0

Enviar

Ojo a la suma y resta de números negativos.

¿Qué área tiene un cuadrado de lado 5 metros? ¿Y qué volumen un cubo de lado 3 metros? Las respuestas son fáciles 5^2 y 3^3, es decir, 25 metros cuadrados y 27 metros cúbicos respectivamente. Los números anteriores son potencias de 5 y de 3. En la primera, 5 es la base y 2 el exponente. En la segunda, 3 es la base y 3 el exponente.

Se puede definir la potencia de exponente n de cualquier número entero a, $\mathbf{a^n}$ (se lee a elevado a n) no es más que a multiplicado por sí mismo n veces.

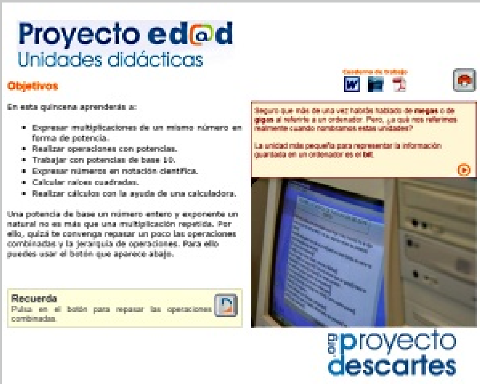
Cubo de Rubick con información de la bolsa de **mariafort**,

Por ejemplo, 2^5= 2·2·2·2·2 = 32, ó $(-4)^3$= (-4)·(-4)·(-4) = -64.

Hay que tener en cuenta que entero negativo elevado a un exponente impar da como resultado un entero negativo. Y, una última observación, no es lo mismo $(-3)^2$ que -3^2. En el primer caso, el cuadrado afecta a -3, y en el segundo caso sólo a 3. Por tanto, tenemos que $(-3)^2$ = (-3)·(-3) = 9, en tanto que -3^2 = -3·3 = -9.

Para saber más

Para trabajar más y repasar las propiedades de las potencias de números enteros, puedes visitar la siguiente página del proyecto Descartes.



Comprueba lo aprendido

Completa el siguiente crucigrama (una cifra en cada casilla).

Horizontales:

1. -5·(7-4·3) // Opuesto de -3.
2. La última cifra en tener símbolo // Los metros cuadrado de un cuadrado de lado 4 metros.
3. 24·23-23·23.
4. (25-2)·2 // Un número positivo de cuadrado 49.

Verticales:

1. (-8-2)·(3-5) // $(-2)^2$.
2. La hipotenusa del triángulo rectángulo de catetos 3 y 4 // 6·5-4.
3. Martes y ..., ni te cases ni te embarques.
4. $2^2 \cdot 3^2$ // 5·(-3)+(4+7)·2

	1	2	3	4
1			■	
2		■		
3	■			■
4			■	

Enviar

Aquí tienes resueltas algunas de las operaciones.

$-5\cdot(7-4\cdot3) = -5\cdot(7-12) = -5\cdot(-5) = 25$.

$(-8-2)\cdot(3-5) = (-10)\cdot(-2) = 20$.

La hipotenusa al cuadrado es igual a $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, luego la hipotenusa vale 5.

$6\cdot5-4 = 30-4 = 26$.

$5\cdot(-3)+(4+7)\cdot2 = -15 + 11\cdot2 = -15+22 = 7$.

Seguros en fracciones de **etrinqita** con licencia cc by-nc-nd-2.0

Del mismo modo que contar impulsó el desarrollo de los números naturales, la necesidad de medir generó la aparición de las fracciones o, como se decía hace unas décadas: “números quebrados”.

La palabra árabe para fracción es *al-kasar* que es la raíz del verbo que significa **romper** o **quebrar**, lo que dio origen a que se hablara de números quebrados.

Expresiones del tipo: "me bebí medio litro de leche, compré un cuarto y mitad de jamón, queda un cuarto de hora para que suene el timbre*"*, son muy utilizadas en nuestra vida diaria.

Pero, ¿somos conscientes de a qué nos referimos cuando hablamos de fracciones?

Curiosidad

Está documentado que los babilonios ya conocían y operaban con fracciones hacia el 2000 a.C. Su forma de representarlas era muy parecida a la actual, con la curiosidad de utilizar sólo las potencias de 60 como valores del denominador.

En el **Papiro Rhind** de los egipcios, hallamos fracciones propias, con la unidad como numerador (unitarias).

Las fracciones unitarias estaban escritas utilizando un símbolo en forma de boca y el denominador debajo de este símbolo. Excepto para la fracción $\frac{2}{3}$ que tenía un símbolo especial, todas las otras fracciones con numerador diferente a 1 las escribían como suma de fracciones unitarias.

Por ejemplo, en vez de $\frac{3}{5}$ escribían $\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$ o para $\frac{6}{7}$ escribían $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}$.

Esfinge i Gran Piramide de Vulcano con licencia CC by-sa 3.0

En la actualidad, se ha llegado a la conclusión de que los hindúes escribían fracciones como lo hacemos hoy, pero sin la barra horizontal, elemento que fue invención árabe.

Importante

En la actualidad, definimos **fracción** como el cociente entre dos números enteros $\frac{m}{n}$, en donde n nunca puede ser cero.

Los enteros y las fracciones forman el conjunto de los números racionales, que representamos por **Q**.

Fracciones musicales

Ya sabes que para Pitágoras y sus seguidores todo podía ser expresado mediante número. Incluso la **música.**

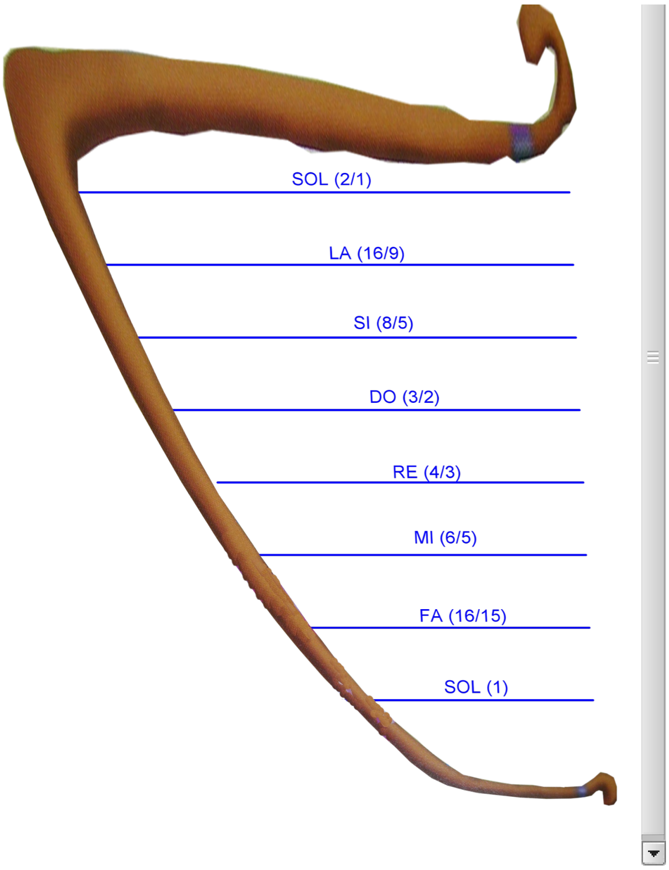
En instrumentos de cuerda, como las arpas, se ha descubierto que hay una relación entre la longitud de las cuerdas y las notas que éstas producen al ser tocadas.

Por ejemplo, si una cuerda produce la nota SOL, otra de doble longitud dará también SOL, pero en otra octava.

Para conseguir el resto de las notas, ¿de qué longitud tiene que ser cada cuerda?

Los pitagóricos hallaron esas longitudes y las expresaron como fracciones que toman como referencia la cuerda más pequeña que produce la nota SOL.

Un arpa así construida tendría el aspecto que aparece en el dibujo.



3.1. Los usos de las fracciones

Hay multitud de problemas de muy distintos contextos en los que aparecen las fracciones: medida, reparto equitativo, trayectos, recetas, áreas, etc. Esta amplia variedad nos permitirá conocer los diferentes usos de las fracciones, como por ejemplo,

1. **La fracción como la parte con el todo:** En este caso se utiliza para indicar "división en partes", respondiendo a la pregunta ¿qué parte es? del *todo*. El denominador de la fracción indica el número de partes en las que está dividido el *todo* y el numerador las partes que se escogen.
2. **La fracción como reparto equitativo:** Responde a la pregunta ¿cuánto le corresponde a cada uno? Se diferencia del caso anterior en que intervienen más de una unidad.
3. **La fracción como razón:** Responde a la pregunta ¿en qué relación están? ya que pone de manifiesto la relación que mantienen un par de números.
4. **La fracción como división indicada.**
5. **La fracción como un punto de la recta numérica.**
6. **La fracción como operador:** cuando actúa sobre otro número, por ejemplo, los 4/5 de 20.

En el siguiente vídeo, con mucho humor, podemos ver como el Profesor Jirafales intenta explicarle a El Chavo la noción de fracción como parte de un todo.

Comprueba lo aprendido

Tangram chino

El tangram chino es un juego basado en un rompecabezas llamado "Chiui Pan", que significa *tablero de la sabiduría.* Para construirlo a partir de un cuadrado hay que dividirlo en siete piezas que te indican estos versos:

De las siete partes, cinco son triángulos.

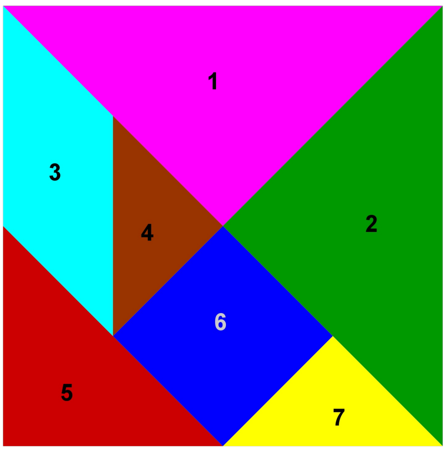
Hay un cuadrado que ocupa la octava parte,

y un paralelogramo que ocupa lo mismo.

Dos de ellas cuarta parte son,

tres la octava para no desmejorar

y dos la dieciseisava para fastidiar.



Escribe los números que identifican las piezas en los lugares que corresponden:

Figuras con área un cuarto del área total	Figuras con área un octavo del área total	Figuras con área un dieciseisavo del área total

Enviar

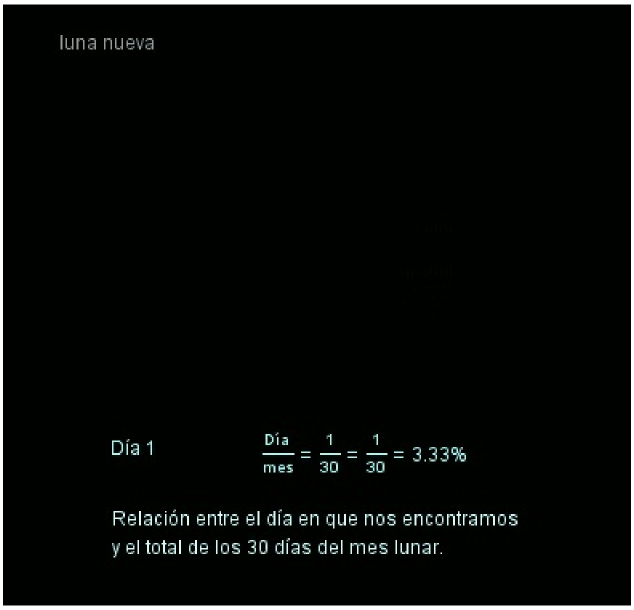
Para saber más

Puedes profundizar todas estas nociones en el siguiente enlace del proyecto Ed@d del MEC:

Fracciones

Hemos visto que el ciclo de la luna dura aproximadamente 30 días. Cada día, una pequeña parte del ciclo se va cumpliendo, pero también podemos decir que un pequeño porcentaje del ciclo se va completando.

Esta imagen animada representa la zona visible de la Luna según el porcentaje de ciclo transcurrido, de tal manera que recorre todas las fases intermedias (luna nueva, creciente, luna llena, y menguante).



Observamos que junto al porcentaje aparece una fracción asociada, ya que tanto uno como otro representan al mismo número **racional**.

Importante

Si nos fijamos atentamente en la imagen animada anterior, en ocasiones aparecen dos fracciones igualadas pero que no tienen el mismo numerador ni denominador, son las llamadas **fracciones equivalentes**.

Las fracciones equivalentes serán el concepto en el que nos basaremos para poder comparar, sumar y restar fracciones, ya que podremos buscar siempre fracciones equivalentes a las dadas que entre ellas tengan el mismo denominador y no nos pase como uno de los personajes de la película Granujas de medio pelo dirigida por W. Allen, de la que a continuación se muestra un clip, que se lía un poco al sumar y comparar fracciones.

Para saber más

En el siguiente enlace a una página editada por el **Gobierno de Canarias**, tienes una amplia gama de actividades dedicadas a las operaciones con fracciones.

Operaciones con fracciones

Reflexiona

Seguro que recuerdas que el primer viaje del hombre a la Luna fue realizado por la nave espacial Apolo XI, siendo sus tripulantes los astronautas Neil Armstrong, Edwin Aldrin y Michael Collins.

El lanzamiento se realizó el día 16 de julio de 1969, y la vuelta a la Tierra tuvo lugar el 24 de julio. En pocas palabras, el viaje consistió en ir de la Tierra a la Luna, amenizar en nuestro satélite, y el viaje de regreso de la Luna a la Tierra.

La mitad del tiempo de este viaje correspondió a la ida. Del resto del tiempo, una cuarta parte fue la que estuvo el módulo espacial en la superficie de la Luna.

¿Qué fracción del viaje total correspondió al regreso y a la estancia en la Luna? ¿Cuántos días duró cada una de las fases?

El viaje al completo duró 8 días. Luego la mitad que corresponde a la ida son 4 días.

Una cuarta parte del resto del viaje es 1 día. Por tanto, en el regreso tardó 3 días, que son las $\frac{3}{8}$ partes del total del viaje.

A la estancia en la Luna le corresponde una cuarta parte de la mitad, es decir $\frac{1}{8}$ del total.