



La historia del ser humano está jalonada por los sucesivos avances que se han ido produciendo en la invención, el desarrollo y la fabricación de útiles y máquinas para optimizar la aplicación de fuerzas, la transmisión del movimiento y el uso de la energía, con la intención de hacer más confortable y cómoda la vida.

La manipulación y el control de la energía por el hombre han marcado su capacidad de desarrollo. Al principio el control del fuego, después la rueda hidráulica, la aparición de los primeros molinos de viento, más tarde la máquina de vapor,...



## Importante

Definimos una máquina como una combinación de mecanismos, adecuadamente organizados, alimentados con un cierto tipo de energía, que es transformada en otra, produciendo un efecto deseado.

Los grandes filósofos de la antigüedad llamaban a las máquinas simples “las cinco grandes”, el plano inclinado, la cuña, el tornillo, la palanca y la rueda. El primero en sistematizarlas y en exponer su funcionamiento fue Arquímedes (287-212 a.e.), a él son debidos el conocimiento de la polea compuesta, él fue quien explicó la teoría de la palanca y quien dio nombre al tornillo sinfín empleado para elevar agua de un cauce y que aún hoy se emplea y se conoce como “tornillo de Arquímedes”.



Imagen 01. Elaboración propia



Imagen (

En Persia se tiene noticia de la utilización de la rueda hidráulica, desde hace más de 2500 años, la rueda, que fue empleada como motor y ampliamente desarrollada por los romanos, en el libro *De Architectura*, Vitruvio en el siglo I a.e., describe pormenorizada y minuciosamente su funcionamiento, siendo una máquina que aprovecha eficazmente la energía de un cauce de agua fluyente, y su utilización se ha mantenido ampliamente hasta bien entrado el siglo XIX.

En nuestro mundo actual nos vemos rodeados por infinidad de máquinas que contienen el principio de estas cinco y todas ellas se basan en los principios físicos elementales que a continuación vamos a recordar y desarrollar, para optimizar el conocimiento de fenómenos que confluyen en las distintas máquinas que analizaremos a lo largo de esta unidad 5.

# 1. Momento de una fuerza



## Importante

Se denomina momento de una fuerza  $F$  respecto de un punto  $O$ , al producto vectorial del vector posición de la fuerza  $b$  (llamado brazo) por el vector fuerza  $F$ , es decir:

$$M_O = \vec{b} \times \vec{F}$$

Donde  $b$  es el vector que va desde el punto de apoyo  $O$ , que será el centro del momento, o el eje de giro, hasta la línea de acción de la fuerza  $F$ , perpendicularmente.

En un producto vectorial, el resultado es un vector. Por eso el momento  $M$  es un vector perpendicular al plano determinado por los vectores  $b$  y  $F$ .

El momento de una fuerza se expresa en unidades de fuerza por unidades de distancia. En el Sistema Internacional la unidad se denomina Newton metro.

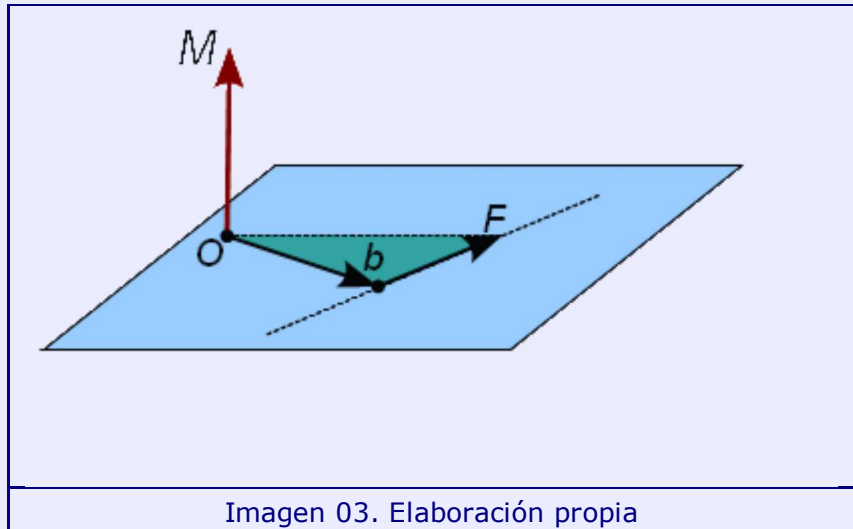


Imagen 03. Elaboración propia

La similitud con la forma de actuar de una llave inglesa al aflojar o apretar una tuerca, nos ayuda a entender el significado físico de la magnitud momento de una fuerza, y a determinar correctamente el módulo, la dirección y el sentido del momento de una fuerza:

- El módulo es el producto de la fuerza por su brazo (la distancia desde el punto O a la recta de acción de la fuerza).  $M = F \cdot b$

- La dirección es perpendicular al plano que contiene la fuerza y el punto O centro de momento, y es la que marca el eje de la tuerca.

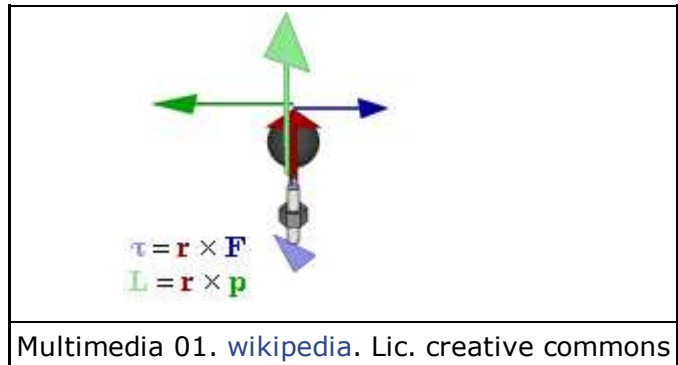
- El sentido viene determinado por el avance o retroceso de la tuerca al hacer girar la llave.

- Un momento se considera positivo si la llave gira en sentido contrario a las agujas del reloj, (antihorario).

- Un momento se considera negativo si la llave gira en el sentido de las agujas del reloj, (horario).

El momento de una fuerza también es conocido con el nombre de par o torque ( $\tau$ ), y de él se derivan los conceptos: par de fuerzas y par motor que será profusamente empleado a lo largo del presente bloque temático.

Si bien dimensionalmente, sus unidades ( $N \cdot m$ ) parece equivaler al julio, no se utiliza esta unidad para medir momentos, ya que el julio conceptualmente es unidad de trabajo o energía, que son conceptos diferentes al de un momento de fuerza, que es una magnitud vectorial, mientras que la energía o el trabajo es una magnitud escalar.



## 2. Trabajo



### Importante

Se define el trabajo que se realiza sobre un cuerpo como el producto escalar de la fuerza que se aplica sobre el cuerpo, por el desplazamiento producido. La unidad de medida en el S.I. es el julio, aunque también se utiliza como unidad de trabajo la caloría (4,18 julios), el Kwh ( $3,6 \times 10^6$  julios) el kilogrametro o kilopondímetro (9,8 julios).

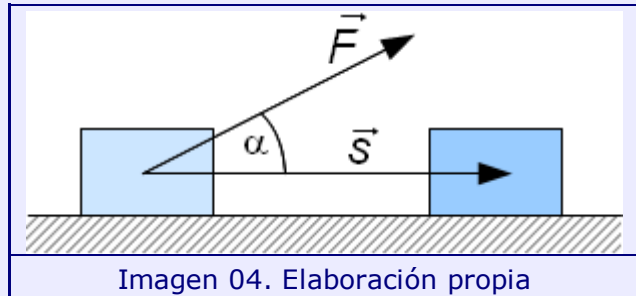


Imagen 04. Elaboración propia

Donde:

- **F** es la fuerza, expresada en Newton.
- **s** es el espacio que se ha desplazado el cuerpo, expresado en metros.
- **$\alpha$**  es el ángulo formado por la fuerza **F** y el desplazamiento producidos

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot \cos \alpha \cdot s$$

Si la fuerza es coincidente con el desplazamiento en la dirección y el sentido, entonces  $\alpha=0$  y por lo tanto  $\cos \alpha=1$ , por lo que la expresión del trabajo en esas circunstancias será:

$$W = F \cdot s$$

Cuando el trabajo es positivo recibe el nombre de trabajo motor o trabajo útil, mientras que si el trabajo es negativo recibe el nombre de trabajo resistente.

## Trabajo realizado por una fuerza variable.

Hasta ahora habíamos supuesto que la fuerza aplicada sobre el cuerpo era constante y que éste se desplazaba describiendo una trayectoria rectilínea, pero en la realidad no siempre ocurre de este modo, entonces:

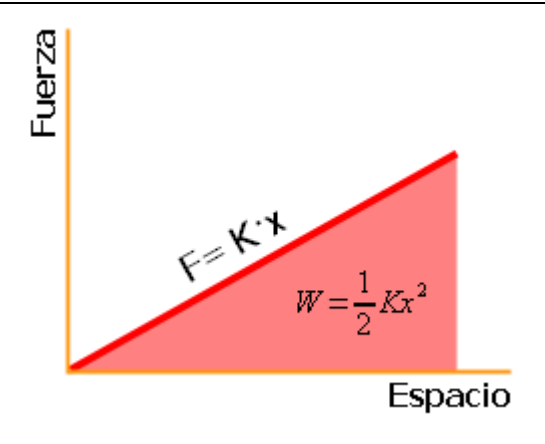
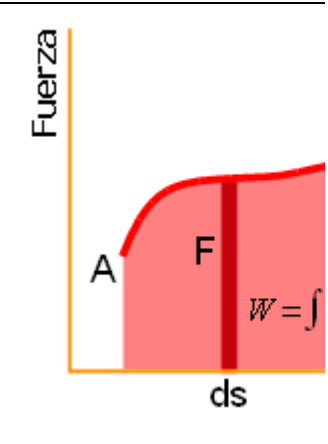
- Llamamos **ds** al incremento infinitesimal de desplazamiento.
- **dW** al incremento infinitesimal de trabajo producido.

Por lo que obtendremos:

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot \cos\alpha \cdot ds$$

Y para calcular el trabajo total realizado por una fuerza variable entre una posición inicial A y otra final B, vendrá expresado por:

$$W = \int_A^B F \cdot ds$$

		
Multimedia 02. Elab. propia	Imagen 05. Elab. propia	Imagen 06. Elab. propia

Si se representa en el eje de abscisas el desplazamiento y en el eje de ordenadas la fuerza, el área de la gráfica encerrada por la curva entre los puntos inicial A y final B, será el producto de la fuerza por el desplazamiento, es decir el trabajo que realiza la fuerza al aplicarse sobre un cuerpo al que provoca un desplazamiento. Podrían darse distintos casos:

1. Cuando la fuerza es constante (pulsar el play de Multimedia 02) y la trayectoria es rectilínea, el trabajo será el valor de la superficie del rectángulo sombreado, es decir:

$$W = F \cdot s$$

2. Cuando la fuerza varía proporcionalmente con la distancia y la trayectoria es rectilínea, es decir en el caso de muelles y resortes ( $F=kx$ ).

Al aplicar la fórmula estudiada se obtiene:

$$dW = F \cdot ds = kx \cdot dx \Rightarrow W = \int_k x \cdot dx = k \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2$$

Que resulta ser la superficie del triángulo sombreado, en que la altura es  $kx$  y la base  $x$ .

3. Si la fuerza fuese variable y la trayectoria no fuese rectilínea, en este caso, se considera el desplazamiento dividido en desplazamientos elementales  $ds$ , con lo que el trabajo incremental  $dW$  sería el paralelogramo elemental cuya altura sería el valor de  $F$  para ese punto y cuya base será  $ds$ .

El resultado total del trabajo entre los puntos A y B sería la superficie sombreada, que corresponde al valor de la integral de la función representada en el gráfico. También se podría calcular el trabajo producido mediante la suma de la superficie de los rectángulos elementales, aumentando el grado de precisión a medida que vamos considerando rectángulos cada vez con una base menor, que es precisamente en lo que consiste el concepto de integral definida entre dos puntos A y B.



## Curiosidad

***¿Sí Trabajo se escribe con "T", por qué la magnitud física se nota con "W"?***

La lengua en la que se escribe y desarrolla la ciencia es el inglés, y como sabrás, trabajo en inglés se dice Work, por lo que el trabajo se nota con la W.

## 2.1. Trabajo de rotación.



Al aplicar una fuerza perpendicularmente al plano de giro o brazo motor, ésta provoca un giro o desplazamiento angular.

El espacio que recorre la fuerza que provoca el giro es coincidente con el ángulo girado, siendo éste el producto del radio de giro ( $d/2$ ) por el ángulo girado ( $\theta$ ) expresado en radianes.

En el caso de dos fuerzas que componen el par, obtenemos el trabajo mediante la expresión:

$$W = 2 \cdot F \cdot \frac{d}{2} \cdot \theta = F \cdot d \cdot \theta = M \cdot \theta$$

Donde:

- ▶ **W** es el trabajo de rotación debido al par de fuerzas, expresado en julios.
- ▶ **M** es el momento o el par de la fuerza, expresado en Newton por metro (N m).
- ▶  **$\theta$**  es el ángulo girado, expresado en radianes (rad)



## 2.2. Trabajo de expansión-compresión.



Supongamos un cilindro o pistón relleno con un gas, provisto de un émbolo de superficie  $S$  capaz de comprimir o expandir el gas que rellena el cilindro cuando se desplaza  $\Delta l$ .



Multimedia 03. Elaboración propia

La fuerza aplicada sobre el émbolo tendrá la misma dirección y sentido que el desplazamiento del émbolo, se cumple:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$$

Por lo que al aplicar la expresión del trabajo realizado, se obtiene:

$$W = F \cdot \Delta l = p \cdot S \cdot \Delta l = p \cdot \Delta V$$

Donde:

- **W** es el trabajo producido al comprimir-expandir el gas, expresado en julios.
- **F** es la fuerza ejercida sobre el émbolo, expresada en Newton.
- **$\Delta l$** , es el desplazamiento que experimenta el émbolo, expresado en metros.
- **p** es la presión del fluido expresado en pascuales (Pa).  $1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$ .
- **S** es la superficie del émbolo expresada en metros cuadrados  $\text{m}^2$ .
- **$\Delta V$**  es la variación de volumen del fluido en el interior del cilindro, expresado en  $\text{m}^3$ .

## 2.3. Trabajo eléctrico.



Cuando estemos resolviendo ejercicios en los que se utilicen magnitudes eléctricas, la expresión a emplear será:

$$W = V \cdot I \cdot t$$

Sustituyendo en la expresión anterior el valor de las magnitudes por la correspondiente a despejar éstas en la ley de Ohm, se obtienen las diferentes expresiones de trabajo eléctrico, que se emplean dependiendo de los datos que se conocen en cada problema:

$$W = P \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{V^2}{R} \cdot t = q \cdot V$$

Donde:

- **P** es la potencia eléctrica, expresada en watios.
- **t** es el tiempo, expresado en segundos.
- **I** es la intensidad eléctrica, expresada en Amperios.
- **R** es la resistencia eléctrica, expresada en ohmios.
- **V** es la diferencia de potencial, expresada en voltios.
- **q** es la carga eléctrica, expresada en culombios.



### Curiosidad

Cómo "ver" más o menos potencia eléctrica... mira el video



Multimedia 04. diegorol74. ©

### 3. Potencia



La potencia es el trabajo que se ha realizado durante la unidad de tiempo, es decir, la energía desarrollada por unidad de tiempo.

$$P = \frac{W}{t}$$

La unidad de potencia es el vatio (w) cuando la energía se expresa en julios y el tiempo en segundos, aunque muy frecuentemente se emplea como unidad de potencia el caballo de vapor (CV) cuando estamos refiriéndonos a sistemas mecánicos o a motores térmicos, 1CV equivale a 735,4987w, sin embargo está admitido considerar 1CV=735w, o bien 1CV=736w.

Cando se analizan sistemas mecánicos traslativos (que se desplazan en linea recta una distancia l), entrando en la ecuación anterior se obtiene:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot l}{t} = F \cdot v$$

que es una expresión muy utilizada en la resolución de problemas.

Por lo que si conocemos la potencia de una máquina y el tiempo que ha estado en funcionamiento, se pude calcular la energía que ha producido y el trabajo que ha desarrollado.

$$W = P \cdot t$$

### 3.1. Potencia de rotación.



Cuando estamos analizando sistemas mecánicos rotativos, la expresión anterior se convierte en

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot l}{t} = F \cdot v = F r \cdot \frac{v}{r} = M \cdot \omega$$

Donde M, es el par expresado en Newton por metro (Nm) y  $\omega$  es la velocidad de giro expresada en radianes/segundo (rad/s).

Como es habitual en mecánica expresar la velocidad de giro n, en revoluciones por minuto (rpm), para cambiar de unidades se emplea la expresión:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

## 3.2. Potencia hidráulica.



Para conocer la expresión de la potencia hidráulica de un fluido que recorre a una cierta presión una tubería, con un determinado caudal, considerando que el caudal es el volumen que circula por una sección de la tubería durante la unidad de tiempo, es decir:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S \cdot \Delta l}{\Delta t} = S \cdot v \Rightarrow v = \frac{Q}{S}$$

Si introducimos estos valores en la expresión anterior de la potencia obtendremos para la potencia hidráulica la expresión:

$$P = F \cdot v = F \cdot \frac{Q}{S} = p \cdot Q$$

Donde:

- **P** es la potencia hidráulica expresada en watios (w).
- **p** es la presión del fluido expresada en pascuales (Pa).
- **Q** es el caudal de fluido que se trasiega expresado en metros cúbicos por segundo (m<sup>3</sup>/s)
- **S** es la sección de la tubería expresada en metros cuadrados (m<sup>2</sup>).
- **V** es el volumen de fluido desplazado por la tubería expresado en metros cúbicos (m<sup>3</sup>).
- **t** es el tiempo que tarda el proceso expresado en segundos (s).

### 3.3. Potencia eléctrica



Cuando estamos analizando procesos en los que interviene la energía eléctrica, se emplea como expresión para conocer la potencia el producto de la diferencia de potencial aplicada por la intensidad de corriente eléctrica que recorre el circuito, es decir:

$$P = V \cdot I$$

Donde:

- **P** es la potencia eléctrica expresada en watios (w).
- **V** es la diferencia de potencial, o tensión de alimentación, expresada en voltios (V).
- **I** es la intensidad de corriente que atraviesa el circuito, expresado en amperios (A).

Esta sería la expresión de la potencia eléctrica en corriente continua, pero cuando estemos analizando sistemas en corriente alterna, la potencia activa se expresa mediante:

$$P = V \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Donde  $\varphi$  es el ángulo de desfase que presentan la corriente eléctrica y la tensión de alimentación.

En el caso de un sistema eléctrico trifásico equilibrado, la potencia activa vendrá expresada por:

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi$$

## 4. Energía. Tipos de energía



### Importante

La energía es la capacidad que tiene un sistema de producir trabajo, y como se expresa en el primer principio de conservación de la energía, ésta ni se crea ni se destruye, únicamente se transforma en otro tipo de energía, de forma que siempre que se produce una transformación energética, hay una cierta cantidad de energía que se convierte en energía inútil, por lo que en todos los procesos energéticos siempre se producen pérdidas, siendo la energía calorífica la forma más degradada de energía que se puede presentar.

La unidad de energía en el S.I. es el julio, aunque se utiliza también el Kwh ya que ésta es la unidad que manejan las compañías productoras y distribuidoras de energía eléctrica. La energía se puede manifestar de distintas formas, vamos a estudiar las más importantes, así como sus relaciones matemáticas.

**Energía Mecánica**, es la energía que se debe a la posición y al movimiento de un cuerpo. Según se deba a la posición o el movimiento, tenemos:

- **Energía cinética**, es la debida al movimiento que tienen los cuerpos, la capacidad de producir trabajo depende de la masa de los cuerpos y de su velocidad, según la ecuación:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

- **Energía potencial**, es la capacidad que tiene los cuerpos de producir trabajo en función de la posición que ocupan.

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

En un sistema aislado, la suma de las energías potencial y cinética, es la energía mecánica y se mantiene constante.

$$E_m = E_c + E_p$$

**Energía potencial elástica**, es la que se encuentra almacenada en los resortes o elementos elásticos cuando se encuentran comprimidos, depende de la constante de rigidez (k) del elemento elástico.

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

**Energía eléctrica**, es la debida a la corriente eléctrica, depende de la diferencia de potencial del componente (V), de la intensidad de corriente que lo atraviesa (I) y del tiempo transcurrido (t). Generalmente se mide en kwh.

$$E = V \cdot I \cdot t = P \cdot t$$

**Energía química**, es la energía almacenada en los enlaces moleculares dentro de los cuerpos, se libera en forma de calor. Es la energía de los alimentos y los combustibles. Su valor depende del poder calorífico (Pc) y de la cantidad de combustible en masa o volumen según se trate de un combustible sólido o de un fluido.

$$E = m \cdot P_c$$
$$E = V \cdot P_c$$

**Energía térmica**, según el estado de agitación de las moléculas que constituyen un cuerpo así será su temperatura, a mayor agitación más temperatura, el calor es una forma de energía y ésta puede ser almacenada por los cuerpos en forma de calor.

La cantidad de energía almacenada en un cuerpo en forma de calor depende de su masa (m) de un coeficiente llamado calor específico (ce) que indica la cantidad de calor que puede almacenar un cuerpo y de su incremento de temperatura ( $\Delta T = T_f - T_i$ )

$$E = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

La energía térmica o calorífica se puede transmitir de tres formas diferentes:

- ▶ Radiación. El calor se transmite en forma de ondas electromagnéticas, de modo que un cuerpo más caliente irradia calor en todas las direcciones.
- ▶ Convección. Este tipo de transmisión se da en los fluidos, tanto líquidos como gaseosos, ya que al calentarse disminuyen su densidad y pasan sus moléculas a ocupar la zona superior, por lo que el lugar vacante es reemplazado por nuevas moléculas frías, estableciéndose una corriente llamada convección.
- ▶ Conducción. el calor es transmitido entre dos cuerpos que tengan diferentes temperaturas por medio de un contacto físico, hasta que se igualen las temperaturas de los cuerpos.

**Energía nuclear.** En ciertas reacciones entre los núcleos de determinados elementos químicos, se produce una desaparición de materia. Albert Einstein cuantificó la cantidad de energía generada, expresada en julios, en función de la masa desaparecida (m expresada en kg) y de la velocidad de la luz ( $c = 300000 \text{ m/s}$ ) según la fórmula.

$$E = m \cdot c^2$$

La energía nuclear se produce por dos métodos distintos:

- ▶ Fisión. Cuando se rompen núcleos de átomos pesados de material fisionable (uranio, plutonio), para constituir otros más ligeros.
- ▶ Fusión. Cuando se unen núcleos de átomos ligeros (helio y tritio) para formar un núcleo más pesado (helio).

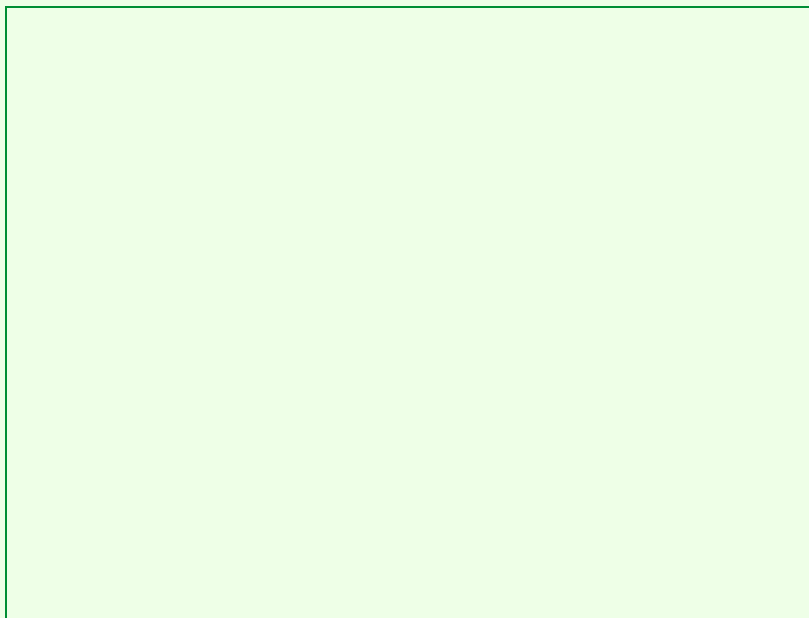




## Curiosidad

La Fusión no es una tecnología plenamente desarrollada en la actualidad. El proyecto ITER es un proyecto internacional para el desarrollo de la fusión nuclear.

Para que veas cómo funciona, observa esta animación de ConsumerEroski



Multimedia 05. [ConsumerEroski](#). Lic. Creative Commons

## 5. Rendimiento mecánico.



En cualquier transformación energética, siempre existen pérdidas debidas a diversos factores, rozamientos entre componentes móviles de los mecanismos, rozamientos con el aire, pérdidas debidas a la energía absorbida por los elementos resistentes a deformarse, pérdidas debidas al efecto Joule en sistemas eléctricos, causadas por efectos parásitos en los campos electromagnéticos.

Por lo que se define el rendimiento ( $\eta$ ) como el cociente entre la energía útil ( $E_u$ ) y la energía total ( $E_t$ ) suministrada por el sistema.

$$\eta = \frac{E_u}{E_T}$$

El rendimiento tiene como características que es adimensional, es decir que no tiene unidades, se expresa en tanto por uno, o bien si se multiplica este resultado por cien se expresa en tanto por ciento (%), siempre tiene que ser inferior a la unidad, solo en el caso ideal de que un sistema no tuviese pérdidas su valor sería la unidad, pero esto solo ocurre a nivel teórico, nunca en la práctica.

El rendimiento también se utiliza referido a potencias, y así la expresión sería.

$$\eta = \frac{P_u}{P_T}$$

En resumen, todas las máquinas y cualquier proceso físico funcionan con un rendimiento inferior al 100%, lo que provoca pérdidas de energía, esto no se debe interpretar como el incumplimiento del principio enunciado sino como una transformación "irremediable" de la energía en formas más degradadas, generalmente en forma de calor.



### Ejercicios Resueltos

Para practicar todos los contenidos del tema, que son básicos para la comprensión de los próximos temas, te proponemos una serie de problemas. Te recomendamos que abras primero el documento con los enunciados y que intentes hacerlos sin ver las soluciones. Abre el documento con los ejercicios resueltos, para autocorregirte o consultar "si no salen":

- [Enunciados de los problemas](#)
- [Soluciones de los problemas](#)

### Ejercicios Propuestos

Para practicar "sin red", te proponemos los siguientes problemas:

- [Enunciados de los problemas](#)