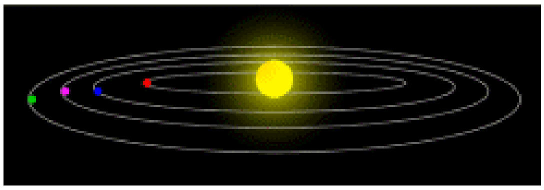
Estamos inmersos en el estudio de una de las cuatro interacciones fundamentales que existen en el Universo, a saber, la interacción nuclear débil, la interacción nuclear fuerte, la interacción electromagnética y la interacción gravitatoria (las otras serán abordadas un poco más adelante).



Animación en COMMONS.WIKIMEDIA de Theresa Knott bajo licencia CC

Resulta que es ésta última, la interacción gravitatoria, la que posee una menor intensidad, y, sin embargo, es la que está regulando la evolución del Universo. Es la que da consistencia a las galaxias, hace que se produzcan supernovas, incluso es la responsable de la formación de los planetas.

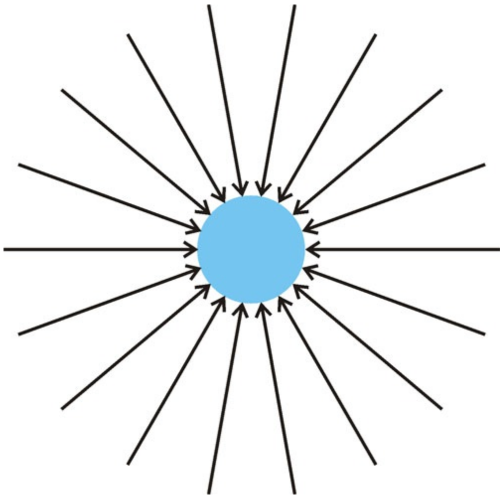
El siguiente vídeo de no más de dos minutos de duración puede ayudarte a recordar y organizar tus ideas sobre la gravedad.

Ya hemos estudiado en temas anteriores la ley de Gravitación Universal de Newton, esta sirve de modelo teórico para poder predecir el comportamiento de los astros cercanos y comprender el movimiento de los mismos. También se extiende a otros conceptos como el peso, recordemos:

$$P = m \cdot g$$

Veamos esto con detenimiento:

El planeta Tierra genera a su alrededor un campo, de forma que cualquier cuerpo situado en sus alrededores sentirá una fuerza de atracción hacia él. Esta fuerza es la llamada fuerza peso. Fíjate que esa g es la intensidad de campo gravitatorio y es la aceleración a la que se ve sometido un cuerpo cuando es atraído por otro. Su valor depende de la masa y radio del cuerpo que genera el campo, no así de la masa del cuerpo que siente esa atracción.



«Pushing1» por D.H bajo la licencia

CC BY-SA 3.0 vía Wikimedia Commons

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

No obstante la Ley de Gravitación Universal va más allá y da explicación al comportamiento de los satélites espaciales y los requisitos para que sea posible colocarlos en órbitas, además, de posibilitar los datos necesarios para poder viajar, por qué no, a las estrellas.

1. Satélites y movimiento orbital

Animate orbit

Animación de Talifero (Trabajo propio, creado con Blender & ImageMagick) en Wikimedia Commons, de Dominio Público

Un **satélite** es un cuerpo que orbita (está girando) alrededor de otro, siguiendo una órbita elíptica, casi circular.

Podemos hacer una clasificación de los tipos de satélites: pueden ser naturales (cuerpos celestes) o artificiales como los satélites de comunicaciones o meteorológicos.

Con el siguiente vídeo aprenderás algo más sobre los satélites artificiales.

Para que un cuerpo se encuentre en órbita alrededor de una estrella o planeta éste debe encontrarse bajo la influencia de su campo gravitatorio y por tanto se sienta atraído por la fuerza de la gravedad.

Pero ¿qué necesita un cuerpo para orbitar? pues debe cumplir con la llamada **condición de orbitación:** la fuerza gravitatoria es la única fuerza que actúa sobre el satélite y al tratarse de una fuerza normal a la trayectoria provoca solo aceleración normal, es decir el satélite orbita describiendo un movimiento circular uniforme.

$$F_g = m \cdot a_n$$

$$F_g = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

En los siguientes apartados vamos a estudiar diversos parámetros referidos al movimiento orbital.

Para saber más

¿Por qué los satélites no caen?

Newton Cannon

Imagen de Brian Brondel en Wikimedia Commonsbajo CC-BY-SA-3.0

Acabas de leer que los satélites orbitan porque sienten la fuerza de atracción de la gravedad del cuerpo sobre el que orbitan. Entonces ¿por qué no acaban estrellándose sobre la superficie de este?

Se puede explicar utilizando el ejemplo conocido como *cañón de Newton*, representado en la imagen. Supongamos que un cañón dispara con un cierto ángulo, la trayectoria seguida por la bala es una parábola representada por la letra A, la bala cae a cierta distancia del cañón. Si aumentamos el ángulo de tiro tendríamos la trayectoria B, de forma que la bala llega más lejos del cañón, pero sigue cayendo al suelo. Si aumentásemos mucho el ángulo podría darse la situación representada por la letra C, la bala nunca llega a tocar el suelo debido a la curvatura de la Tierra, quedando así en órbita.

1.1. Órbita geoestacionaria

Un cuerpo seguirá una órbita geoestacionaria cuando este se mueva al mismo ritmo que la Tierra, y por tanto describa una vuelta en 1 día. En otras palabras, la velocidad angular ω del satélite ha de ser exacta a la del planeta Tierra.

Recordemos qué es la velocidad angular: es la rapidez con que varía un ángulo de rotación. Se relaciona con el período T, que es el tiempo que se invierte en dar una vuelta, con la velocidad v y el radio de giro r

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r}$$

La Tierra gira a razón de

$$\omega = \frac{1rev}{24horas} = \frac{2\pi rad}{86400s} = 7.27\cdot 10^{-5} rad/s$$

Si con un telescopio observases un satélite que gira en una órbita geoestacionaria te parecería que no se mueve ya que desde la superficie de la Tierra se ve siempre en la misma posición.

Geostat

Animación de Brandir en Wikimedia Commons bajo licencia CC-BY-SA-3.0

Reflexiona

¿Podemos colocar satélites geoestacionarios a distintas alturas o por el contrario esta ha de ser fija?

Mostrar retroalimentación

2. Velocidad orbital y período de revolución

La determinación de la velocidad de un satélite en órbita v_{orb} es relativamente simple. Para ello basta aplicar la 2ª ley de Newton. Como tenemos una única fuerza y esta apunta siempre hacia el centro de la Tierra, no hay nada más que aceleración normal.

$$F_g = m\frac{v_{orb}^2}{r_{orb}} \quad \text{(I)}$$

r_{orb} es el radio de la órbita (la distancia desde el centro del planeta sobre el cual se orbita).

La fuerza viene determinada por la ley de la Gravitación Universal:

$$F_g = G\frac{Mm}{r_{orb}^2} \quad \text{(II)}$$

Sustituyendo el valor de la fuerza de II en la primera expresión I tenemos:

$$G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}^2} = m\frac{v_{orb}^2}{r_{orb}}$$

$$G\cdot\frac{M}{r_{orb}^2} = \frac{v_{orb}^2}{r_{orb}}$$

$$G\cdot\frac{M}{r_{orb}} = v_{orb}^2$$

Despejando se obtiene que:

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r_{orb}}}$$

Como puede deducirse a la luz de la expresión anterior, la velocidad orbital no depende de la masa del satélite.

Si es la Tierra el elemento masivo, la velocidad se puede expresar en función del campo gravitatorio en la superficie terrestre, g.

$$g = G\cdot\frac{M}{R_T^2}$$

$$g\cdot R_T^2 = GM$$

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{gR_T^2}{r_{orb}}}$$

Como el movimiento de los astros lo suponemos circular por simplicidad de cálculo, podemos determinar ciertas magnitudes propias de este tipo de movimiento. Vamos a ver el caso del **período**. Recuerda: período es el tiempo que tarda en darse una vuelta completa. Se mide por tanto en segundos en el Sistema Internacional.

Para el caso que nos atañe, el movimiento planetario, se habla de **período de revolución**, y es el tiempo que tarda un satélite en recorrer una órbita completa y se calcula de la forma siguiente:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\frac{r_{orb}}{v_{orb}} = 2\pi\sqrt{\frac{r_{orb}^3}{GM}}$$

Para el caso del planeta Tierra

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r_{orb}^3}{gR_T^2}}$$

Ejercicio resuelto

Syncom, the First Geosynchronous Satellite - GPN-2002-000123

Imagina que el satélite de la fotografía, enviado por la NASA al espacio, tiene una masa de

180 kg y describe una órbita circular alrededor de la Tierra justo por su ecuador.

Imagen de NASA via Wikimedia Commons de dominio público

Calcula la velocidad de su órbita y su período de revolución si el radio de la misma es dos veces y media el radio terrestre. Datos: $g = 9,8\ m/s^2$; $R_T = 6,4\cdot10^6$ m

Mostrar retroalimentación

3. Estudio de la energía

En este apartado vamos a estudiar la energía de nuestro sistema, un satélite en órbita.

La energía que tendrá el satélite en su órbita viene dada por la expresión de la energía mecánica que no es más que la suma de los dos tipos de energía que ya conocemos: cinética y potencial.

$$E_M = E_C + E_p \Rightarrow E_M = \frac{1}{2} m v_{orb}^2 - G\frac{Mm}{r_{orb}}$$

Como conocemos el valor de la velocidad orbital, la expresión anterior nos queda de la siguiente manera:

$$E_M = \frac{1}{2} m \frac{GM}{r_{orb}} - G\frac{Mm}{r_{orb}}$$
$$E_M = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r_{orb}} - G\frac{Mm}{r_{orb}}$$
$$E_M = -\frac{1}{2} G\frac{Mm}{r_{orb}}$$
$$E_M = \frac{1}{2} E_{p,orb}$$

La ecuación anterior nos da el valor de la energía que un satélite tiene en una órbita específica.

STS-7 Anik C2 deployment

Imagen de NASA via Wikimedia Commons de dominio público

Es posible conocer también la **energía de puesta en órbita**: es la energía necesaria transmitir al satélite para ponerlo en órbita. Se determina aplicando de nuevo el principio de conservación de la energía mecánica comparando la posición inicial sobre la superficie de la Tierra(R_T) y la posición final a la altura de la órbita, es decir, r_{orb}.

$$Ec_i + Ep_i = Ec_i + Ep_f$$
$$Ec_i - G\cdot\frac{GMm}{R_T} = \frac{1}{2} m v^2_{orb} - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}}$$
$$Ec_i = \frac{1}{2} m v^2_{orb} - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$
$$Ec_i = \frac{1}{2} m\cdot\left[\sqrt{\frac{GM}{r_{orb}}}\right]^2 - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$
$$Ec_i = \frac{1}{2} m\cdot\frac{GM}{r_{orb}} - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$
$$Ec_i = \frac{1}{2} G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} - G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$
$$Ec_i = -\frac{1}{2} G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}} + G\cdot\frac{Mm}{R_T}$$
$$Ec_i = G\cdot\frac{Mm}{R_T} - \frac{1}{2} G\cdot\frac{Mm}{r_{orb}}$$

Importante

Como la energía mecánica es constante se deduce que la velocidad y su posición están relacionadas, de forma que cuanto más alejado se encuentre el cuerpo mayor será la energía potencial almacenada, menor por tanto será su energía cinética y con esto su velocidad (coincide con lo estudiado con las leyes de Kepler).

Reflexiona

¿Se podría calcular la velocidad con la que hay que lanzar un satélite desde la Tierra para llegar a ponerlo en órbita?

Mostrar retroalimentación

Ejercicio resuelto

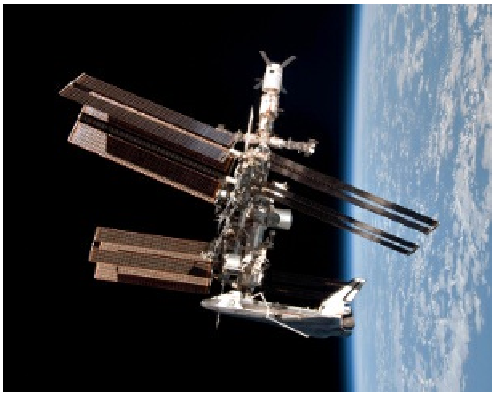


Imagen en FLICKR de Jason Major bajo licencia CC

La agencia espacial desea colocar un satélite de apoyo a la estación orbital internacional para las comunicaciones de masa igual a 200 kg en una órbita por encima de la superficie terrestre de 48 km de altura.

Establece la energía del satélite en esa órbita

Mostrar retroalimentación

Determina la velocidad necesaria para alcanzar la órbita

Datos: g = 9,8 m/s; R_T = 6,4·10^6 m

Mostrar retroalimentación

4. Velocidad de escape

Se denomina **velocidad de escape** v_e a la mínima velocidad que se ha de comunicar a un cuerpo al lanzarlo desde la superficie de un astro para que abandone la influencia de su campo gravitatorio y se aleje indefinidamente.

Para poder escapar de la atracción gravitatoria debe cumplirse que el cuerpo pueda llegar a una distancia infinita. Como se trata de la velocidad mínima necesaria suponemos que el cuerpo llega a distancia infinita parado. Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica obtenemos:

$$Ec_i + Ep_i = Ec_\infty + Ep_\infty$$
$$Ec_i + Ep_i = 0$$
$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{Mm}{r} = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

siendo r la altura desde la cual se lanza el objeto, medida desde el centro del planeta.

Como se puede comprobar por la expresión, la velocidad de escape es independiente de la masa del cuerpo que queramos lanzar, sólo depende de la masa y el radio del astro del cual se desea escapar. Esto, por supuesto, es un cálculo teórico, ya que aquí despreciamos todo tipo de rozamientos.

En el caso particular de nuestro planeta:

$$v_{escape} = \sqrt{2\frac{GM_T}{R_T}} = \sqrt{2\frac{gR_T^2}{R_T}} = \sqrt{2gR_T}$$

Te propongo a continuación un vídeo que te ayudará a comprender lo visto hasta ahora.

Reflexiona

¿Qué sucedería si lanzamos al espacio un objeto con una velocidad igual a la velocidad de escape?¿Y con una velocidad inferior? ¿Y si le comunicamos en el lanzamiento una velocidad superior?

Mostrar retroalimentación

Ejercicio resuelto

Suponiendo que la velocidad de una bala disparada en la Luna es de 3000 m/s, ¿escaparía de la Luna?

Usa los siguientes datos: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·kg^2·m^{-2}; $M_L = 7{,}35\cdot10^{22}$kg; $R_L = 1{,}74\cdot10^6$m.

Mostrar retroalimentación

5. Especial P.A.U.

Ejercicio resuelto

Se desea lanzar un satélite de 500 kg desde la superficie terrestre para que describa una órbita circular de radio 10 R_T.

$G = 6.67·10^{-11} Nm^2kg^{-2}$; $M_T = 6·10^{24}$ kg; $R_T = 6400$ km

a) ¿A qué velocidad debe lanzarse para que alcance dicha altura? Explique los cambios de energía que tienen lugar desde su lanzamiento hasta ese momento.

Mostrar retroalimentación

b) ¿Cómo cambiaría la energía mecánica del satélite en órbita si el radio orbital fuera el doble?

Mostrar retroalimentación

Ejercicio resuelto

Un satélite de $3·10^3$ kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de $5·10^4$ km de radio.

$G = 6.67·10^{-11} Nm^2kg^{-2}$; $M_T = 6.10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km

a) Determine razonadamente su velocidad orbital.

Mostrar retroalimentación

b) Suponiendo que la velocidad del satélite se anulara repentinamente y empezara a caer sobre la Tierra, ¿con qué velocidad llegaría a la superficie terrestre? Considere despreciable el rozamiento del aire.

Mostrar retroalimentación

Ejercicio resuelto

Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1.5·10^{11}$ m.

$G = 6.67·10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

$G = 6.67 \cdot 10$ $N m$ kg

a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.

Mostrar retroalimentación

b) Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

Mostrar retroalimentación