Preparación Acceso a CFGS

Física

Contenidos

Fuerzas y movimientos: Estudio del movimiento

1. Descripción del movimiento: la posición de los móviles

El movimiento es uno de los fenómenos físicos que se aprecian claramente al observar el mundo que nos rodea. Vemos el movimiento de las personas, de los automóviles, del Sol y de la Luna, de los cuerpos que caen... Todos ellos siguen unas leyes, sencillas en los casos más habituales, que se pueden expresar mediante ecuaciones matemáticas llamadas ecuaciones del movimiento.

Fotografía de Laura Valenzuela con algunos derechos reservados.

En este tema se van a plantear algunos problemas físicos de gran interés relacionados con la posición que ocupan los móviles, los cambios de posición que experimentan y la rapidez con la que se producen, así como con las modificaciones en la velocidad que llevan.

Si te sientas como copiloto dentro de un automóvil que circula por una carretera ¿te estás moviendo? La respuesta no es tan sencilla como parece: si es por la noche y solamente miras dentro del coche, resultará difícil saber si el coche se mueve o no. Sin embargo, durante el día solamente tienes que mirar por la ventanilla.

Y si vas en el AVE, ¿te mueves o no? ¿Qué opina al respecto tu vecino, sentado como tú leyendo una revista?

Por último, imagina que estás en un banco del parque. Otra vez se plantea la misma pregunta: ¿estás en reposo o no?

En todos los casos , para saber si hay movimiento siempre debes hacer lo mismo: tienes que fijarte en si tu posición cambia respecto de un objeto que está fijo.

En los casos anteriores, ese **sistema de referencia** puede ser un árbol situado en la cuneta de la carretera, una casa o una farola del andén de la estación. Si tu posición cambia con respecto al sistema de referencia, que está fijo, la conclusión es que eres tú quien se mueve.

Fíjate en la siguiente animación:

Animación de Jesús Peñas bajo licencia Creative Commons

Comprueba lo aprendido

ltiple

Cuando estás sentado en un coche que está parado en un semáforo en rojo, algunas veces tienes la sensación física de que tu coche se está moviendo hacia atrás. Y te quedas sorprendido, porque estás pisando el freno y sabes que el coche está quieto. ¿Qué explicación le das al fenómeno?

Fotografía de Peltimiko vía Wikimedia Commons

- ○ El coche que está a mi lado se mueve hacia atrás
- ○ Debe haber alguna causa externa que haga retroceder mi coche
- ○ El coche que está junto al mío se mueve hacia adelante

Incorrecto ya que, entonces, te parecería que te mueves hacia adelante

Incorrecto, porque si estás pisando el pedal del freno, no es posible que el coche retroceda

Correcto ya que, como tú no sabes que se mueve, te parece que tu coche va hacia atrás

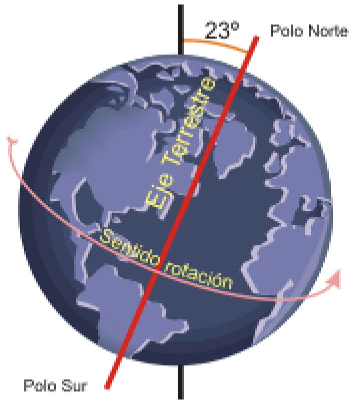
Solution

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

Importante

Un objeto se mueve cuando cambia su posición con respecto a un sistema de referencia, que se considera fijo.

Pero ¿realmente las referencias anteriores están fijas? Si pensamos en que la Tierra gira sobre sí misma, tanto el árbol como la farola se mueven exactamente igual que la Tierra a la que están unidos.
Por tanto, **no hay sistemas de referencia fijos** de forma absoluta.
Desde el punto de vista práctico, un objeto situado sobre la Tierra que esté en reposo respecto de ésta será un buen sistema de referencia; es decir, se puede utilizar el árbol, la casa y la farola a los que ya nos hemos referido.
Fíjate ahora en lo que sucede cuando se deja caer una pelota desde lo alto del mástil de un barco de vela. Se trata de que "veas" la trayectoria que sigue desde dos sistemas de referencia: a) la costa; b) el mismo barco. El hecho experimental es el mismo, pero los dos observadores no ven lo mismo.



Dibujo de MeMoRY bajo licencia Creative Commons

Importante

Los movimientos que aprecian dos observadores pueden ser diferentes: no se observa el mismo movimiento desde un sistema de referencia en reposo que desde uno que se mueve.

1.2 Expresión de la posición

Posición

El punto en el que se encuentra un móvil en un instante determinado puede venir dado por:

- Las coordenadas del punto.

Debes tener en cuenta que si trabajamos en una dimensión, en realidad sólo habrá una coordenada para el punto (x). En un sistema bidimensional, las coordenadas de cualquier punto vendrán dadas por el par (x, y). En cambio, en un espacio tridimensional, las coordenadas de un punto presentan tres componentes (x, y, z).

A partir de ahora trabajaremos en dos dimensiones.

- El vector de posición ($\vec{r}$), que es un vector que tiene su origen en el origen de coordenadas del sistema de referencia y su extremo en el punto en cuestión.

Componentes cartesianas del vector de posición

Recuerda que cuando escribimos $\vec{r}$, la flecha indica que la magnitud es vectorial, mientras que si no hay flecha se indica el módulo del vector, $|\vec{r}|$ o r . En el vector de posición, el módulo representa la distancia al origen.

En lugar del propio vector, con mucha frecuencia se trabaja con sus **componentes**. Las componentes cartesianas de un vector son los vectores que se obtienen al proyectarlo sobre los ejes de un sistema de coordenadas situado en el origen del vector.

¿Cómo se obtienen las componentes de un vector? En este caso, es muy sencillo, ya que las dos componentes están en la dirección de los ejes horizontal y vertical, **x** e **y**. Es decir, el vector de posición es la suma de su vectores componentes. También se suelen escribir las componentes en función de los vectores unitarios en los dos ejes.

$$\vec{r} = \vec{x} + \vec{y} = x\vec{i} + y\vec{j}$$
$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Componentes polares del vector de posición

El vector de posición $\vec{r}$ no sólo puede venir definido por sus componentes cartesianas, sino por otras componentes llamadas componentes polares. En este caso, sólo es necesario conocer el módulo del vector y su dirección, expresada como el ángulo que forma el mismo respecto al eje X.

No obstante, se pueden relacionar las componentes cartesianas con las componentes polares de cualquier vector. Veamos el caso para el vector de posición.

Supongamos que conocemos el módulo $|\vec{r}|$ del vector $\vec{r}$ y el ángulo α , que forma el vector con el eje x. Mediante el coseno y el seno del ángulo podemos obtener las componentes del vector en el eje x ($\vec{r}_x$) y en el eje y ($\vec{r}_y$).

$$\vec{r}_x = |\vec{r}| \cdot \cos\alpha$$
$$\vec{r}_y = |\vec{r}| \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

Ejercicio resuelto

Autoevaluación

Averigua las componentes de un vector $\vec{r}$ de módulo r = 5 y cuyo ángulo respecto al eje x es α = 53º.

Mostrar retroalimentación

Mostrar retroalimentación

Como conocemos las componentes polares, utilizaremos las siguientes fórmulas para calcular las componentes cartesianas:

$$r_x = r \cdot \cos\alpha$$
$$r_y = r \cdot sen\alpha$$

Sustituyendo los valores del módulo y del ángulo, que son conocidos, tenemos:

$$r_x = 5 \cdot \cos 53$$
$$r_y = 5 \cdot sen 53$$

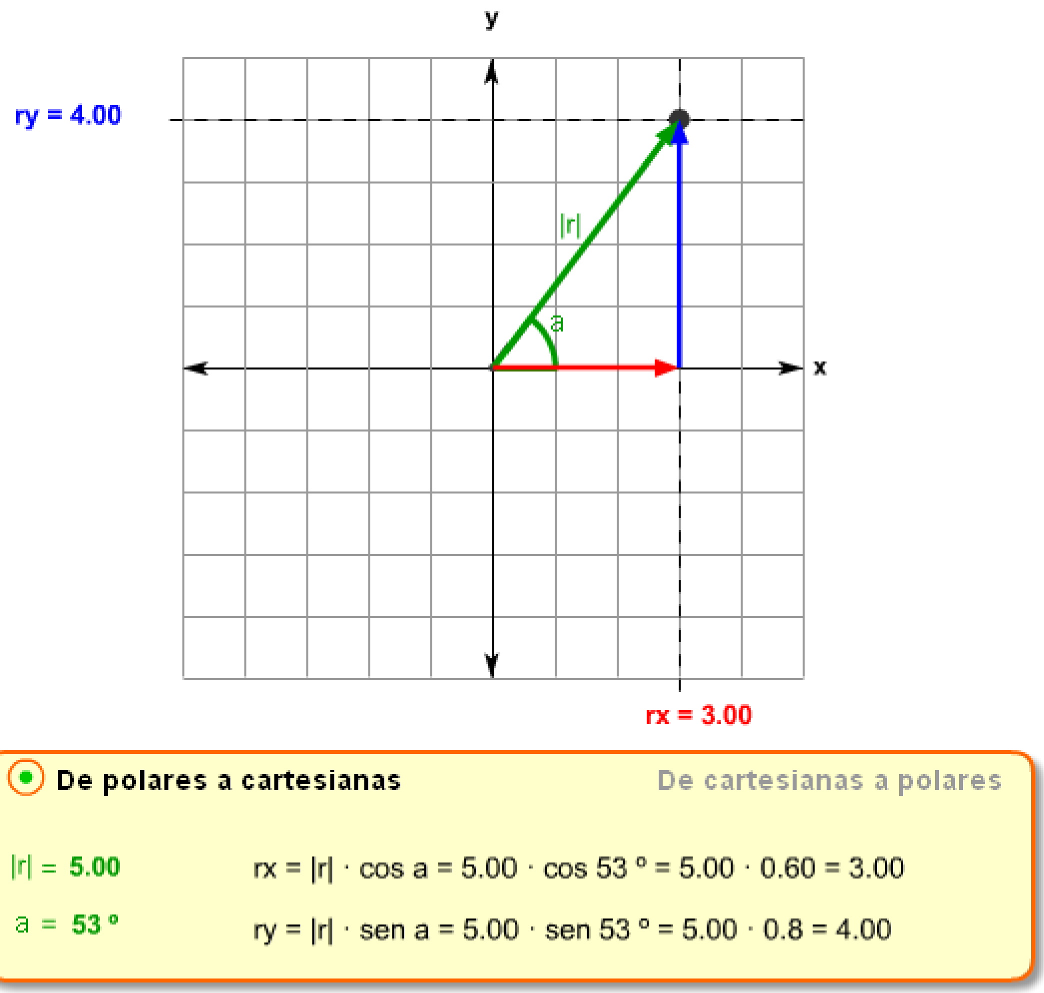
Para hacer este cálculo en la calculadora, tenemos que seguir la siguiente secuencia en horizontal, primero para una componente y luego para la otra:

53	**cos**	*****	**5**	**=**	**r_x = 3**
53	**sin**	*****	**5**	**=**	**r_y = 4**

Como debes observar, primero debes introducir en la calculadora el ángulo y luego darle a la opción de seno o coseno. No obstante, hay algunas calculadoras en las que debes hacerlo al revés.

Así, podemos escribir el vector de la siguiente manera: $\vec{r} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

Tenemos la siguiente situación:



1.1 Trayectoria

La **trayectoria** es la línea imaginaria que describe un cuerpo al desplazarse. Esta línea la forman los distintos puntos por los que ha pasado el móvil en su movimiento.

Los movimientos pueden clasificarse según la forma de su trayectoria. Así, un movimiento puede ser:

- Rectilíneo: La trayectoria es una línea recta.
- Curvilíneo:
  - Circular: La trayectoria es una circunferencia.
  - Elíptico: La trayectoria es una elipse.
  - Parabólico: La trayectoria es una parábola.
  - Irregular.

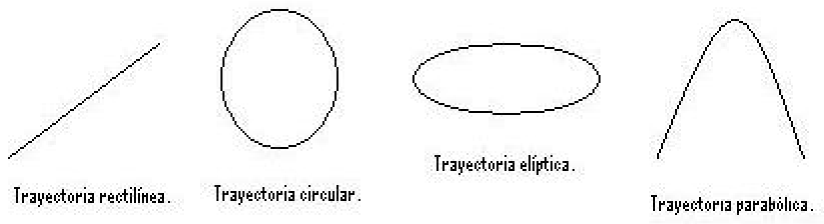
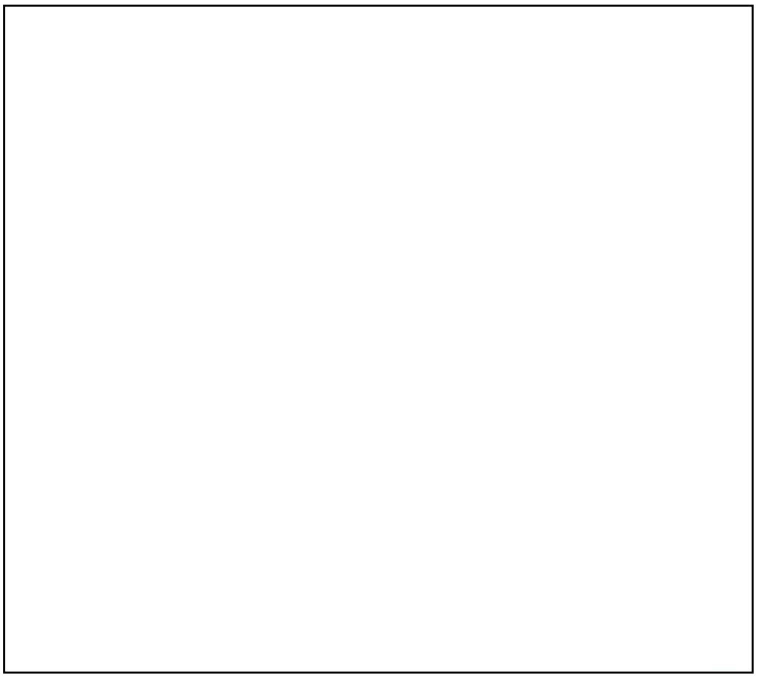


Imagen de elaboración propia.

Por ejemplo, hay movimientos rectilíneos, como el de un coche circulando por una carretera recta o el de una piedra que se deja caer libremente. O hay movimientos circulares, como el de una noria o el de la rueda de la bicicleta.

Recuerda que, cuando antes hemos hablado del movimiento, hemos visto que éste es relativo, pues depende del sistema de referencia que escojamos. Y, como puedes ver en la siguiente animación, la forma de la trayectoria también depende del observador



Animación de Jesús Peñas bajo licencia Creative Commons

Ejercicio resuelto

Ahora vas a analizar un caso muy habitual: tienes una pelota de tenis en la mano a una altura de 1 metro (1 m) del suelo y la lanzas verticalmente hacia arriba, de forma que llega hasta una altura máxima de 3 m y vuelve a caer sobre tu mano. ¿Qué espacio ha recorrido la pelota en su movimiento? ¿Qué módulo tiene el vector desplazamiento?

Mostrar retroalimentación

En la subida la pelota recorre 2 m, y otros tantos en la bajada, que suponen un espacio recorrido de 4 m. Sin embargo, la posición inicial y final es la misma, 1 m, por lo que el vector desplazamiento es nulo y su módulo también.

Comprueba lo aprendido

Un tren de juguete recorre una pista circular de 1 m de radio. Partiendo de la caseta de la estación, da cuatro vueltas, quedándose en reposo otra vez en el punto de partida.

Sugerencia

- ○ El vector desplazamiento es nulo y el espacio recorrido es cero
- ○ El vector desplazamiento es nulo y el espacio recorrido es de unos 25 metros
- ○ El módulo del vector desplazamiento es mayor que cero y el espacio recorrido también

Incorrecto: el desplazamiento es cero, ya que coinciden las posiciones inicial y final, pero el espacio recorrido no, porque ha recorrido cuatro veces la longitud de la pista.

Correcto: el desplazamiento es cero, ya que coinciden las posiciones inicial y final, y el espacio recorrido es $4 \cdot 2\pi \cdot r = 4 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1m = 25{,}12m$

Incorrecto: el módulo del vector desplazamiento es nulo, ya que coinciden las posiciones inicial y final, pero el espacio recorrido no lo es.

Solution

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

Comprueba lo aprendido

Marca la respuesta o respuestas correctas.

- ○ Es lo mismo trayectoria que desplazamiento
- ○ El desplazamiento es un vector y la longitud de la trayectoria es un escalar
- ○ La descripción del movimiento es independiente del sistema de referencia

○ La descripción del movimiento es independiente del sistema de referencia

○ Nunca coinciden desplazamiento y espacio recorrido

Incorrecto: la trayectoria es una línea,mientras que el desplazamiento es una magnitud escalar.

Correcto

Incorrecto: las magnitudes del movimiento dependen de cuál es el sistema de referencia.

Incorrecto: coinciden ambas magnitudes si la trayectoria es rectilínea y no ha habido cambios de sentido en el movimiento.

Solution

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

2. Velocidad y aceleración

Todos tenemos una idea intuitiva sobre qué significa que un cuerpo se mueva más o menos deprisa. Y, normalmente, esta idea la concretamos pensando en un desplazamiento determinado (un viaje de una ciudad a otra, una carrera...) y en el tiempo empleado en realizarlo.

Puesto que deseamos definir una magnitud que exprese de un modo cuantitativo nuestras intuiciones, parece lógico pensar, que una magnitud que nos dé idea de lo rápido que va un cuerpo cuando se desplaza de un punto a otro debe depender: a) del valor del cambio de posición realizado por el móvil; y b) del intervalo de tiempo que tarda en realizar ese cambio. Además, para un mismo cambio de posición, la rapidez será mayor cuanto menor sea el tiempo empleado; y para un intervalo de tiempo fijo, la rapidez de un móvil será mayor cuanto mayor sea el desplazamiento que ha realizado en dicho tiempo.

Así pues, una magnitud que nos da idea de lo rápido que se desplaza un móvil puede ser:

$$v = \frac{\triangle e}{\triangle t} = \frac{e_f - e_0}{t_f - t_0}$$

A la magnitud definida de esta forma la denominamos **velocidad** y representa la rapidez con la que un móvil cambia de posición. Como ya hemos visto en apartados anteriores, el cambio de posición de un cuerpo viene expresado por el vector desplazamiento.

Teniendo en cuenta esta definición, la unidad de medida de la velocidad en el S.I. será m/s.

De igual forma, cuando observamos movimientos reales, somos conscientes que la rapidez de un móvil no permanece constante. Basta pensar en una piedra o un trozo de papel que se han dejado caer o han sido lanzados al aire, en una carrera de atletismo o en un coche cuando arranca.

Sabemos que no es el mismo movimiento, el realizado por un coche que pasa de 0 a 100 km/h en 18 s, que el de otro que realiza el mismo cambio de rapidez en 9 s. La magnitud que nos permite caracterizar y distinguir movimientos en los que varía la rapidez se denomina **aceleración**.

De forma análoga a como hemos hecho antes la aceleración vendrá definida por:

$$a = \frac{\triangle v}{\triangle t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

Donde a representa la aceleración y mide la variación de la velocidad en en función del tiempo. Su unidad en el S.I será m/s^2.

Importante

La velocidad mide la rapidez con que un objeto cambia su posición, mientras que la aceleración mide la rapidez del cambio de velocidad que experimenta el objeto que se mueve.

2.1 Rapidez

Rapidez y velocidad son dos magnitudes cinemáticas que suelen confundirse con frecuencia.

Recuerda que la distancia recorrida y el desplazamiento efectuado por un móvil son dos magnitudes diferentes: la distancia es una magnitud escalar y el desplazamiento es vectorial.

Precisamente por eso, cuando las relacionamos con el tiempo, también obtenemos dos magnitudes diferentes.

La **rapidez** es una magnitud escalar que relaciona la distancia recorrida con el tiempo.

La **velocidad** es una magnitud vectorial que relaciona el cambio de posición (o desplazamiento) con el tiempo.

En el S.I. la unidad de la rapidez es m/s.

Rapidez o velocidad

imagen bajo licencia

Wikimedia Commons

Cuando decimos que la velocidad de un coche debe ser como máximo de 50 km/h en travesías urbanas, en realidad nos estamos refiriendo a la magnitud del vector velocidad, a su módulo, que recibe el nombre de **rapidez**.

En ese sentido, el marcador de los coches no indica la velocidad, sino la rapidez, l**a velocidad es una magnitud vectorial, mientras que la rapidez es un escalar**.

Es necesario advertir que la magnitud que hemos inventado no nos da información sobre la rapidez del móvil en cada instante, sino que se trata de un valor que sólo tiene en cuenta el desplazamiento neto realizado y el tiempo total empleado en realizarlo. Por eso, la llamamos **rapidez media**, v_m, para distinguirla de la rapidez en cada instante o **rapidez instantánea**, v, cuyo valor puede ser muy distinto de v_m,.

El valor de la rapidez media que ha tenido un móvil, por tanto, nos indica que el cambio de posición realizado y el tiempo empleado ha sido el mismo que si hubiera ido siempre con esa rapidez. En la vida cotidiana, cuando decimos que hemos empleado cierto tiempo en efectuar un desplazamiento determinado, estamos indicando, aunque no directamente, la rapidez media. El velocímetro de los coches señala, en cambio, el valor absoluto de la rapidez instantánea.

Comprueba lo aprendido

El mes pasado viajé desde Granada, donde vivo, hasta Sevilla, un viaje de 250 km que hice en dos horas y media. La carretera estaba perfecta, poco tráfico y un tiempo estupendo. No tuve ningún problema pero al cabo de una semana recibí una multa de tráfico por circular por encima de l límite de velocidad 120 km/h. Con los datos que te he aportado que crees que puedo hacer:

- [ ] recurrir la multa ya que no he podido sobre pasar el límite que me dice la notificación de tráfico.
- [ ] recurrir la multa argumentando que ha debido ser un error del radar.
- [ ] pagar , ya que no tengo ninguna posibilidad de ganar el recurso ya que es posible que circule a la velocidad que dicen en la notificación.

Mostrar retroalimentación

1.3 Desplazamiento y espacio recorrido

Cuando un objeto cambia su posición, su vector de posición también se modifica. El **vector desplazamiento** es precisamente la diferencia entre los vectores de posición final e inicial ($\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$).

Si te fijas en la siguiente imagen, la diferencia de dos vectores es otro vector que comienza en el extremo del vector inicial y termina en el extremo del vector final.

El módulo del vector desplazamiento se conoce como desplazamiento, y es una magnitud escalar.

El **espacio recorrido** es la longitud de la trayectoria descrita por el móvil. Solamente coincide con el módulo del vector desplazamiento si la trayectoria es rectilínea y no hay cambio de sentido en el movimiento. Fíjate en la siguiente animación y verás que el módulo del vector desplazamiento (longitud de la flecha roja) no tiene el mismo valor que la longitud de la trayectoria (línea azul); sólo coincidirían si la trayectoria fuese recta.

Simulación de Jesús Peñas bajo licencia Creative Commons

Solution

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Correcto

Importante

Evidentemente, conocer «de verdad» un movimiento, que es lo que perseguimos, requiere conocer la rapidez del móvil en cada instante. Más adelante veremos cómo hallar esa rapidez en algunos tipos de movimiento muy sencillos; y en cursos superiores, en movimientos de cualquier tipo.

Sabemos que la rapidez se corresponde con el módulo del vector velocidad. Aplicando el teorema de Pitágoras, como ya se ha visto antes con el vector de posición, podremos calcular el valor de rapidez.

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Significado de la velocidad negativa

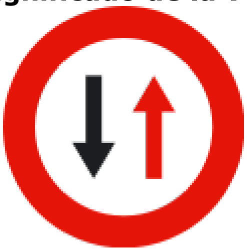


imagen:Wikimedia Commons

¿Qué quiere decir que un móvil lleva velocidad negativa? Vamos a analizar el caso más sencillo, comparando el caso de dos objetos que se mueven sobre la misma línea recta, que tomaremos como sistema de referencia, llevando velocidades respectivas y constantes de 5 m/s el móvil A y de -5 m/s el móvil B.

Vectorialmente, ambas velocidades se expresan como:

$$\vec{v}_a = 5\vec{i}$$
$$\vec{v}_b = -5\vec{j}$$

En ambos casos, el módulo del vector es 5, por lo que la rapidez del movimiento también es 5. Es decir, los dos móviles recorren 5 metros en cada segundo.Entonces ¿dónde está la diferencia?:

La diferencia radica en que el móvil **A** se mueve en el sentido positivo del desplazamiento mientras que el móvil **B** lo hace en el sentido negativco del desplazamiento.

Importante

En el lenguaje coloquial utilizamos el término velocidad en lugar de rapidez para referirnos a lo rápido que se desplaza un móvil. Se omite la dirección y el sentido del movimiento porque se entiende que el que nos oye sabe hacia dónde va el móvil.

Comprueba lo aprendido

tiple

Un ascensor se mueve con una rapidez constante de -5 m/s. Por tanto:

- ○ Su velocidad es $\vec{v} = -5\vec{j}$
- ○ Está subiendo desde la planta - 5.
- ○ El ascensor va a llegar a la planta - 5

Correcto: se mueve en el eje y, el vector unitario es el j y la rapidez es -5 m/s.

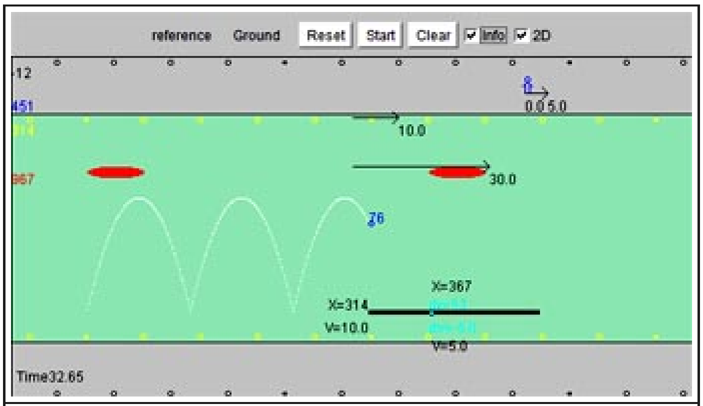
Incorrecto: el ascensor tiene una velocidad negativa lo que implica que esta bajando.

Incorrecto: El signo de la velocidad indica el sentido del movimiento y el valor numérico la rapidez con la que se mueve.

Solution

1. Opción correcta
2. Incorrecto
3. Incorrecto

actividades que te permitirá ver otros aspectos de gran interés. Clica sobre la imagen para experimentar.



Elaboración propia utilizando el applet java de Fu-Kwun-Hwang

Curiosidad

El escritor ruso Yakov Perelman recoge en su "Física recreativa" un caso publicado por la prensa durante la Primera Guerra Mundial y vivido por un aviador francés en pleno vuelo. Este piloto relató a los periodistas cómo, mientras volaba a varios kilómetros de altura, percibió la presencia de un pequeño objeto que se movía junto a la cabina. Pensó que se trataba de una mosca y lo atrapó rápidamente con la mano. Pero, cuál no sería su sorpresa cuando, al abrir el puño, descubrió que acababa de atrapar ¡una bala de fusil alemana!

Más allá de la veracidad de la noticia (bastante dudosa), Perelman sostiene que el hecho no es ningún disparate desde el punto de vista de la Física. Según explica, "las balas no se mueven durante todo el tiempo con la velocidad inicial de 800-900 metros por segundo, sino que, debido a la resistencia del aire, van cada vez más despacio y al final de su trayectoria, pero antes de empezar a caer, recorren solamente 40 m por segundo. Esta era una velocidad factible para los aeroplanos de entonces. Por consiguiente, la bala y el aeroplano podían volar a una misma velocidad, en un momento dado, y, en estas condiciones, aquélla resultaría inmóvil o casi inmóvil con relación al piloto. Es decir, éste podría cogerla fácilmente con la mano, sobre todo con guante (porque las balas se calientan mucho al rozar con el aire)."

Blog de Aberrón

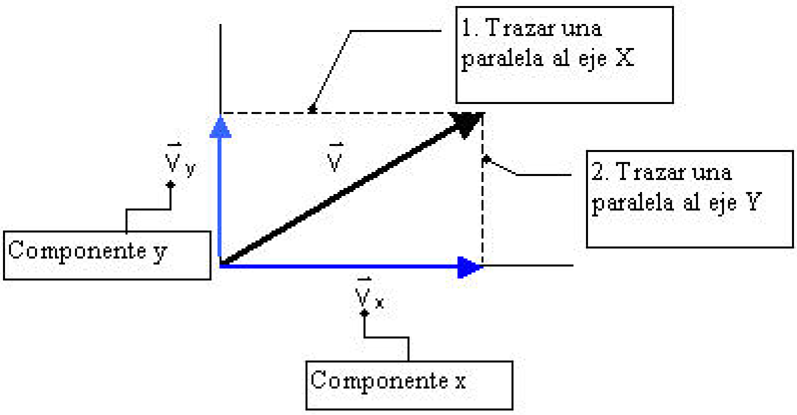
2.2 Vector velocidad

Como ya hemos visto en la definición de la velocidad esta magnitud tiene carácter vectorial y por tanto se representa por medio de un vector. Dicho vector tiene como módulo el valor de la rapidez, es tangente a la trayectoria en cada momento del movimiento y el sentido será el del movimiento. En el siguiente simulador puedes comprobar este hecho.

Simulación de Jesús Peñas bajo licencia Creative Commons

La mayoría de los movimientos a los que estamos habituados se producen en el plano. Podemos utilizar un sistema de referencia cartesiano para describirlos.

En la siguiente figura podemos ver cómo se descompone el vector velocidad en función de las componentes cartesianas *x* e *y*.



Dibujo de autor desconocido

La expresión de la velocidad queda de la siguiente forma:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

Expresión de la velocidad que en función de los vectores unitarios ***i*** y ***j*** viene dada por:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$

Determinación de la rapidez

2.4 Vector aceleración

imagen bajo licencia Wikimedia Commons

Como hemos visto anteriormente, la mayoría de los movimientos que suceden en nuestro entorno no mantienen constante su velocidad. Para poder describir el movimiento que realizan hemos definido la aceleración, magnitud que nos permite cuantificar como varía la velocidad. Debemos tener en cuenta que la velocidad es una magnitud vectorial y una variación de la velocidad puede afectar a la rapidez, a la dirección o a ambas.

Cuando decimos que un coche pasa de 0 a 100 km/h todos tenemos claro que está acelerando, pero qué ocurre si circulando a 100 km/h toma una curva. La respuesta es la misma, el coche está acelerando. A diferencia de la primera situación donde lo que variaba era la rapidez del coche, es decir, el **módulo de la velocidad**, en esta situación lo que varía es la **dirección**.

Podemos hablar de una aceleración que hace que varíe la rapidez de un movimiento, a la que llamaremos **aceleración tangencial**. Tiene la misma dirección que la velocidad. Si tiene su mismo sentido el móvil aumentará su velocidad (acelerará) y si tiene sentido contrario el móvil disminuirá su velocidad (frenará)

Por otro lado llamamos **aceleración normal** la que hace que varíe la dirección del movimiento. Esta aceleración es perpendicular al vector velocidad.

Importante

Podemos hablar de aceleración en un movimiento si cambia la rapidez, si cambia la dirección o si lo hacen ambas.

En el S.I. de unidades la aceleración se expresa en m/s^2

Comprueba lo aprendido

Indica si las afirmaciones siguientes son ciertas o falsas.

Una moto toma una curva cerrada a 50 km/h. Por tanto, no lleva aceleración.

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Falso

En una contrarreloj, un ciclista rueda a 55 km/h por una carretera llana y recta. En esas condiciones su aceleración es cero.

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero

Un avión de la patrulla acrobática realiza un looping vertical. Mientras lo hace, la aceleración es nula.

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Falso

Comprueba lo aprendido

ltiple

La aceleración de una moto es de 6 m/s^2. Partiendo del reposo, al cabo de 5 s su velocidad es de:

- 25 m/s
- 30 m/s
- -15 m/s

Incorrecto

Correcto: en cada segundo, su velocidad aumenta en 5 m/s, por lo que en los 6 s de movimiento habrá aumentado en 30 m/s. Y como partía del reposo, esa velocidad llevará al final.

Incorrecto

Solution

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

Ejercicio resuelto

Comparad la aceleración tangencial de dos vehículos que acceden a la autopista: El vehículo A, parado inicialmente en el peaje, alcanza una rapidez de 108 km/h al cabo de 10 s; y el vehículo B, que se ha incorporado desde la vía de servicio a 36 km/ h, tarda 8 s en alcanzar los 108 km/h.

Al tratarse de un movimiento en una dimensión, la carretera, vamos a prescindir del tratamiento vectorial.

Vehículo A

v_0= 0 m/s

v_f =108 km/h = 30 m/s

Δt = 10 s

a= ?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

$$a = \frac{30-0}{10-0} = 3 m/s^2$$

Vehículo B

v0= 36 km/h = 10 m/s

vf= 108 km/h = 30 m/s

Δt= 8 s

a = ?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

$$a = \frac{30-10}{8-0} = 2{,}5 m/s^2$$

Mostrar retroalimentación

Si se ha adoptado como criterio de signo positivo el sentido del movimiento de ambos vehículos, el valor de la aceleración tangencial ha sido mayor para A (+ 3 m/s^2; es decir, su rapidez ha variado 3 m/s cada segundo).

Ejercicio resuelto

Dos trenes circulan en sentidos contrarios por la misma vía y, para evitar el choque, frenan hasta pararse. Sabiendo que el tren que viaja a 12 m/s tarda 8 s en detenerse, y que el que viaja a 20 m/s se para en 10 s, calculad la aceleración tangelcial de cada uno, e interpretad el signo obtenido.

Tomaremos como sentido positivo el del movimiento del tren A
Tren A

V_0 = 12 m/s

v_f = 0 m/s

Δt = 8

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} \rightarrow a = \frac{0-12}{8-0} = -1{,}5 m/s^2$$

Este tren reduce su velocidad a razón de 1,5 m/s cada segundo, ya que la aceleración va sentido contrario a la velocidad.

Tren B

V_0 = -20 m/s (El signo - se debe a que este tren se mueve en sentido contrario al tren A)

v_f = 0 m/s

Δt =10 s

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} \rightarrow a = \frac{0-(-20)}{10-0} = 2 m/s^2$$

Este tren reduce su velocidad a razón de 2 m/s cada segundo, ya que la aceleración va

Este tren reduce su velocidad a razón de 2 m/s cada segundo, ya que la aceleración va sentido contrario a la velocidad, y se detendrá antes que el tren A

Mostrar retroalimentación

Como se habrá observado, el signo de la aceleración, así definida, es el de Δv, de modo que si decimos que la aceleración sobre la trayectoria de un móvil es, por ejemplo, -5 m/s2, estamos indicando que su rapidez ha variado -5 m/s cada segundo.

Conviene salir al paso del error que supone asociar automáticamente un valor negativo de la aceleración con el hecho de que el móvil esté frenando; y un valor positivo, con el hecho de que esté aumentando (en valor absoluto) la rapidez.

Comprueba lo aprendido

Si un móvil parte de un punto situado a 15 m a la izquierda del origen y se mueve con una rapidez de 15 m/s y una aceleración de - 1 m/s^2 el movimiento será:

a) acelerado

○ Verdadero ○ Falso

Falso

b) decelerado

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero

Importante

El signo de la aceleración, por sí solo, no nos da información sobre si el móvil disminuye o aumenta el valor absoluto de su rapidez, es decir sobre si «frena» o «acelera».

A modo de conclusión y de cara al estudio que vamos a hacer en los siguiente temas, los movimientos se pueden clasificar según el valor de la aceleración y de la velocidad.

- Movimientos rectilíneos y uniformes: son aquellos que no poseen aceleración $\vec{a} = 0$
- Mivimientos rectillineos uniformemente acelerados: son aquellos donde la aceleración tangencial es constante $\vec{a}_t = cte$
- Movimientos circulares uniformes: son aquellos donde la aceleración normal es constante $\vec{a}_n = cte$

- Movimientos circulares uniformemente acelerados: son aquellos en que la aceleración tangencial yla normal son constanes $\vec{a}_n = cte$ y $\vec{a}_t = cte$

Tipo de movimiento	$\vec{v}$	$\vec{a}_t$	$\vec{a}_n$
M.R.U	cte	0	0
M.R.U.A	≠ cte	cte	0
M.C.U	≠ cte	0	cte
M.C.U.A	≠ cte	≠ cte	≠ cte

2.3 Velocidad relativa

Parece claro que la velocidad de un objeto depende del sistema de referencia que utilicemos, basta con observar el movimiento del Sol a lo largo del día. Durante muchos siglos el hecho de que, visto desde la Tierra, el Sol salga por el este y se ponga por el oeste llevó a pensar que nuestra estrella giraba entorno a la Tierra. Hoy día sabemos que esta observación no se corresponde con la verdad y está motivada por el giro de la Tierra sobre sí misma. Hay ejemplos de la relatividad del movimiento, basta hacer un poco de memoria y recordar las sensaciones que hemos tenido viajando en tren cuando al llegar a una estación se ha detenido junto a otro. Al mirar por la ventanilla hemos sentido que nos movíamos cuando en realidad era el otro tren el que abandonaba la estación. O lo que podría decir, una vez en camino, sobre mi maleta colocada en el porta equipajes del vagón, que para mi, estaría en reposo, pero para alguien que nos observara desde fuera se estaría moviendo con la misma velocidad del tren.

Lo más útil, a la hora de describir un movimiento, será escoger un sistema de referencia en reposo con respecto a la Tierra (un árbol por ejemplo).

Importante

A la hora de describir un movimiento tenemos que escoger un sistema de referencia fijo.

Para saber más

En la red hay muchas simulaciones relacionadas con la relatividad del movimiento. Aquí tienes otra, parecida a la que ya has utilizado, pero que tiene además una guía de

3. Movimientos rectilíneos

La mayoría de los movimientos que se estudian, son simplificaciones de otros, muchas veces más complejos que se dan en la vida real (movimientos de satélites, aproximación de vehículos a estaciones espaciales en órbita, propagación de ondas, un balón que describe una parábola en un lanzamiento a puerta)

La descripción de estos movimientos puede resultar más o menos complicada dependiendo del sistema de referencia que elijamos. Por ejemplo, cuando un jugador de baloncesto bota el balón antes de un lanzamiento a canasta, pensamos que la trayectoria del balón es una línea recta. Desde el punto de vista de un observador en la pista es correcto. Pero piensa en un astronauta que pudiera observar la escena. Si tenemos en cuenta el movimiento tanto de rotación como de traslación de la Tierra, en realidad el balón ha recorrido varios kilómetros y su trayectoria no sería recta ni mucho menos.

Para estudiar el movimiento debemos eligir un sistema de referencia adecuado que simplifique la descripción. En nuestro caso ese sistema de referencia sería la cancha de juego y en tal caso el movimiento del bote del balón podría considerarse como rectilíneo.

imagen bajo licencia Wikimedia Commons

Importante

Estableciendo adecuadamente el sistema de referencia podemos simplificar el estudio de los movimientos.

En este tema vamos a estudiar los denominados rectilíneos. Distinguiremos dos tipos:

- Movimientos rectilíneos y uniformes (MRU) que no está sometido a ninguna aceleración,
- Movimientos rectilíneos uniformemente acelerados (MRUA) que tiene una aceleración constante.

El problema del estudio del movimiento se reduce a conocer las ecuaciones del movimiento que relacionan la posición y la velocidad del móvil con el tiempo.

Comprueba lo aprendido

La aceleración se define como la relación entre el espacio recorrido y el tiempo empleado para recorrerlo.

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Falso

Diremos que un movimiento es rectilíneo cuando su trayectoria es una línea recta

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero

Un movimiento es uniforme cuando su velocidad no varía con el tiempo.

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero

Si la velocidad aumenta de forma constante en intervalos de tiempo iguales, diremos que el movimiento es uniformemente acelerado

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero

3.1 Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

imagen bajo licencia

Wikimedia Commons

Vamos a comenzar estudiando el caso más sencillo, el de un móvil cuya velocidad $\vec{v}$ es constante, es decir que se mueve línea recta y que mantiene invariable su rapidez. Este tipo de movimiento lo podemos encontrar en muchas situaciones como cunado circulamos con nuestro coche por una carretera recta y manteniendo constante la velocidad.

Importante

Cualquier móvil con un MRU recorrerá espacios iguales en tiempos iguales.

Comprueba lo aprendido

co

Responde a las siguientes situaciones:

A) Un móvil parte a 20 m a la izquierda del origen con una velocidad de 5 m/s, al cabo de 5 s se encuentra a ___ metros a la ______ del origen.

B) Un móvil que lleva una velocidad de - 4 m/s, al cabo de 6 s, se encuentra 4 metros a la izquierda del origen de coordenadas. Inicialmente estaba situado a ___ m a la derecha del origen.

C) Un móvil tarda 10 s en recorrer 30 m y otro tarda la mitad de tiempo en recorrer el doble de distancia.¿Cuál es la velocidad de éste último? ___ m/s

Enviar

A) 5 derecha

B) 20

C) 12

3.1.1 Ecuaciones de un MRU

El objetivo final de nuestro estudio es conocer la posición del móvil en cualquier instante. Para ello nos ayudaremos de las matemáticas. Buscaremos una función que relacione la posición con el tiempo.
Para obtener esta ecuación vamos a partir de la definición de velocidad media:

$$v_m = \frac{\triangle e}{\triangle t} = \frac{e - e_0}{t - t_0}$$

donde e_0 y t_0 son la posición y el tiempo en el instante inicial. Como en un MRU v_m es igual a v en cualquier instante, podemos despejar la posición del móvil en función del tiempo.

$$v = \frac{e - e_0}{t - t_0}$$

$$e - e_0 = v \cdot (t - t_0)$$

$$e = e_0 + v \cdot (t - t_0)$$

Esta es la ecuación de la posición en un MRU.

Importante

La ecuación de la posición de un MRU viene dada por la expresión $e = e_0 + v \cdot \triangle t$ siendo $\mathrm{v} = \mathrm{v}_0$ y $\vec{a} = 0$

Comprueba lo aprendido ltiple

Indica cual de las siguientes ecuaciones corresponde a un movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

Sugerencia

- ○ $x = 3 + 2 \cdot t$
  $v = 5$
  $a = 2$
- ○ $x = -3 \cdot t$
  $v = -6$
  $a = 0$
- ○ $x = 4 + t^2$
  $v = 1$
  $a = 0$
- ○ $x = -4 + 2 \cdot t$
  $v = -2 \cdot t$
  $a = 0$

¡Incorrecto! No es una ecuación de un MRU pues la aceleración no vale 0 m/s^2.

¡Correcto! Efectivamente, estas ecuaciones corresponden a un MRU.

¡Incorrecto! No puede ser la ecuación de un MRU ya que la posición no depende linealmente del tiempo, sino del tiempo al cuadrado.

¡Incorrecto! No se trata de un MRU, puesto que la velocidad no es constante, sino dependiente del tiempo.

Solution

Solution

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto
4. Incorrecto

3.1.2 Ejemplos de MRU

Ejercicio resuelto

Un automóvil se mueve por una carretera recta con velocidad constante. En los instantes t_1 = 0 s y t_2 = 5 s, sus posiciones son x_1 = 9,5 m y x_2 = 29,5 m.

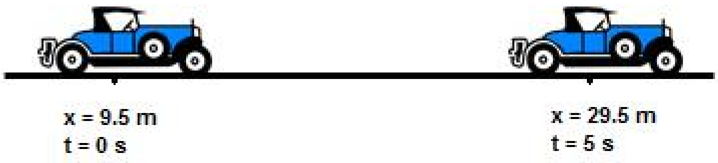


Imagen elaboración propia

A partir de estos datos, determina:

a) ¿De qué tipo de movimiento se trata?

Mostrar retroalimentación

Al desplazarse en una recta con velocidad constante, se tratará de un MRU.

Como hemos visto, en un MRU la velocidad instantánea coincide siempre con su velocidad media.

$$v = \frac{29{,}5 - 9{,}5}{5 - 0} = \frac{20}{5} = 4 m/s$$

b) ¿Cuáles son las ecuaciones del movimiento?

Mostrar retroalimentación

Las ecuaciones serán las correspondientes a un MRU:

$$x = x_0 + v \cdot \Delta t$$
$$v = v_0$$

$a = 0 \ m/s^2$

$v = 4$ m/s

$x_0 = 9.5$ m

$t_0 = 0$

Por tanto $x = 9.5 + 4 \cdot t$

c) ¿Cuánto tardará en alcanzar la posición x = 40 m?

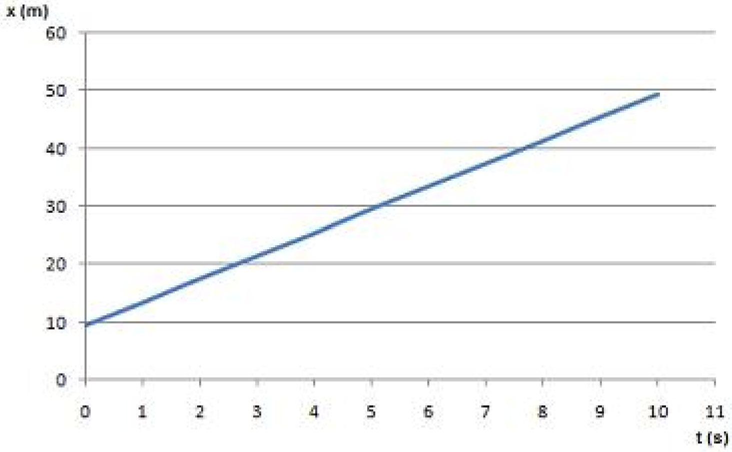
Mostrar retroalimentación

Esta cuestión puede responderse sin más que sustituir el dato de la posición en la ecuación y despejar el tiempo.

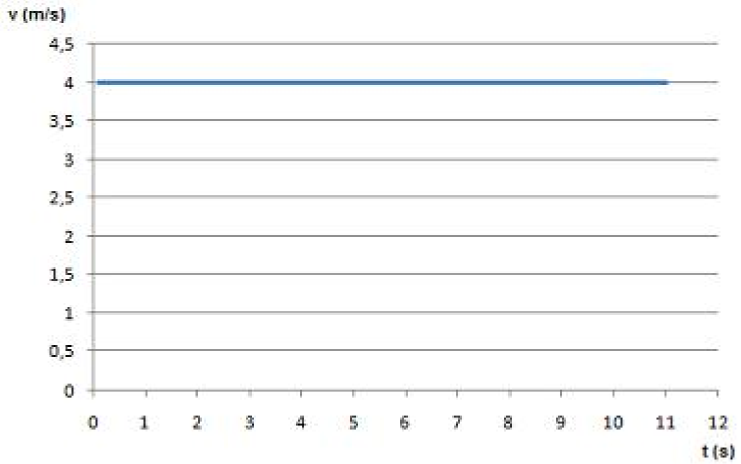
$$40 = 9{,}5 + 4 \cdot t$$
$$40 - 9{,}5 = 4 \cdot t$$
$$30{,}5 = 4 \cdot t$$
$$\frac{30{,}5}{4} = t$$
$$t = 7{,}62 s$$

Si representamos la posición de este vehículo en función del tiempo obtendremos lo que se conoce como la gráfica del movimiento. Para hacerlo primero construiremos una tabla de valores x (m) y t (s) y a partir de ella representamos estos valores utilizando el eje X para los valores del tiempo y el eje del eje Y para los valores de la posición.

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x(m)	9,5	13,5	17,5	21,5	25,5	29,5	31,5	35,5	39,5	41,5	45,5



Igualmente podemos representar la velocidad del movimiento en función del tiempo. En este caso al tratarse de un movimiento uniforme la velocidad permanece cosntante y la gráfica será:



Comprueba lo aprendido

En una planta embotelladora de agua existe una cinta transportadora en la que una botella pasa por delante del empleado cada 20 segundos. Si la distancia entre botellas consecutivas es de 40 cm, indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

El movimiento de la cinta corresponde a un MRU

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero
En tiempos iguales las botellas se desplazan espacios iguales, y por lo tanto se trata de un MRU

La velocidad de una botella en la cinta es de 2 m/s

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Falso
Cada botella recorre 40 cm, esto es, 0.4 m en 20 s, y por lo tanto la velocidad es de 0.02 m/s

Una botella, al cabo de 1 minuto habrá recorrido un espacio total de 1.2 m

Sugerencia

○ Verdadero ○ Falso

Verdadero
Si la velocidad es 0.02 m/s, en 1 minuto (60 s) habrá recorrido 0.02·60 = 1.2 m

Movimientos con dos móviles

Vamos a estudiar ahora el movimiento de dos móviles con MRU. Para describir adecuadamente esta situación debemos establecer un único sistema de referencia. La resolución de los problemas de este tipo es similar a la que ya hemos tratado para un único móvil, basta con resolver simultáneamente las ecuaciones de ambos móviles. Hay que tener en cuenta que:

- La realización de un dibujo que represente la situación descrita en el problema ayuda a tener una visión global del mismo y a hacerse una imagen mental de la situación. Asigna un número identificativo a cada móvil.
- Escribe las ecuaciones de ambos móviles utilizando subíndices para distinguir la posición, velocidad y tiempo para cada uno de ellos.
- Elige un sistema de referencia común. Presta atención al signo de las velocidades y las posiciones.
- En el caso de que los movimientos no sean simultáneos, es decir, que empiecen a moverse en diferentes instantes, habrá que utilizar el valor t_0 o tiempo transcurrido desde que el reloj se puso en marcha hasta que el móvil se puso en movimiento.
- Muchas veces la resolución gráfica de este tipo de problemas, representando en la misma gráfica los movimientos de todos ellos, permite una solución más rápida de los mismos.

Ejercicio resuelto

Un automóvil y un autobús circulan por el mismo carril con velocidades constantes de 108 km/h y 90 km/h respectivamente. En el momento en que se divisan, el automóvil se encuentra 200 m por detrás del autobús.

Si continuaran con este movimiento, ¿cuánto tiempo tardaría el coche en alcanzar al autobús? ¿A qué distancia de la posición inicial del autobús lo harían?

Mostrar retroalimentación

En primer lugar tendremos que transformar todas las unidades al S.I. En este caso:

- $108\ \frac{km}{h}\cdot 1000\ \frac{m}{km}\cdot\ \frac{1\ h}{3600\ s} = 30\ m/s$
- $90\ \frac{km}{h}\cdot 1000\ \frac{m}{km}\cdot\ \frac{1\ h}{3600\ s} = 25\ m/s$

Identificamos los valores iniciales: x_{0bus} = 200 m, v_{0bus} = 25 m/s, a_{bus} = 0 m/s^2 ; x_{0coche} = 0 m, v_{0coche} = 30 m/s, a_{coche} = 0 m/s^2

Como se trata de un movimiento rectilíneo uniforme las ecuaciones que vamos a emplear son:

Autobús

$x_b = x_{0b} + v_{0b}\cdot(t - t_{0b})$ sustituimos los valores que son 0

$x_b = x_{0b} + v_{0b}\cdot t$

Coche

$x_c = x_{0c} + v_{0c}\cdot(t - t_{0c})$ sustituimos los valores que son 0

$x_c = v_{0c}\cdot t$

En el momento en el que el coche alcance al autobús la posición de ambos será la misma ya que hemos tomado el mismo origen para ambos móviles.

$x_c = x_b$

$v_{0c}\cdot t = x_{0b} + v_{0b}\cdot t$

Despejamos el tiempo

Despejamos el tiempo

$$v_{0c} \cdot t = x_{0b} + v_{0b} \cdot t$$
$$v_{oc} \cdot t - v_{ob} \cdot t = x_{0b}$$
$$(v_{oc} - v_{ob}) \cdot t = x_{0b}$$
$$t = \frac{x_{0b}}{v_{0c} - v_{0b}}$$

Sustituimos los valores:

$$t = \frac{200}{30 - 25} = 40 \text{ s}$$

El coche tarda 40 s en alcanzar al autobús.

Si sustituimos este valor en cualquiera de las ecuaciones del movimiento obtendremos la posición en la el coche alcanza al autobús. Utilizaremos la ecuación del movimiento del coche que es más simple

$$x_c = v_{0c} \cdot t = 30 \cdot 40 = 1200 \text{ m}$$

El coche alcanza al autobús a 1200 m del origen.

Si el conductor del automóvil deseara alcanzar al autobús en la posición x = 500 m, ¿con qué velocidad debería moverse?

Mostrar retroalimentación

Seguiríamos teniendo un MRU, por tanto las ecuaciones siguen siendo las mismas. Lo que varía son los valores iniciales de las variables velocidad y posición.En este caso los parámetros a son: x_{0bus} = 200 m, v_{0bus} = 25 m/s, x_{0coche} = 0 m, v_{0coche} = 30 m/s.

La posición final para ambos móviles la conocemos, es 500 m. Por tanto $x_{coche} = x_{bus}$ = 250 m.

Planteamos las ecuaciones para ambos móviles:

Autobús

$$x_b = x_{0b} + v_{0b} \cdot t$$

Coche

$$x_c = v_{0c} \cdot t$$

Analizamos las ecuaciones. Buscamos la velocidad con la que se debe mover el coche para alcanzar al autobús, por tanto procedemos a despejarla de la ecuación del movimiento del coche.

$$x_c = v_{0c} \cdot t$$
$$v_{0c} = \frac{x_c}{t}$$

Desconocemos el tiempo que tardará el coche en alcanzar al autobús, pero será el mismo que el autobús lleve moviéndose, por tanto podemos despejarlo de la ecuación de movimiento del autobús.

$$x_b = x_{0b} + v_{0b} \cdot t$$
$$\frac{x_b - x_{0b}}{v_{0b}} = t$$
$$\frac{500 - 200}{25} = t$$
$$t = 12 \text{ s}$$

Si sustituimos este resultado en la ecuación del movimiento del coche obtendremos la velocidad a la que deberá moverse.

$$v_{0c} = \frac{x_c}{t} = \frac{500}{12} = 41{,}7 \text{ m/s}$$

Expresado en Km/h

$$41{,}7 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 150 \text{ km/h}$$

El coche deberá moverse a 41, 7 m/s o lo que es lo mismo 150 km/h.

Ejercicio resuelto

Dos ciudades A y B están separadas por 420 km. De la ciudad A sale una motocicleta a las doce del mediodía en dirección a B con velocidad constante de 80 km/h. Dos horas después sale de B un automóvil con dirección a A, siendo su velocidad uniforme de 120 km/h.

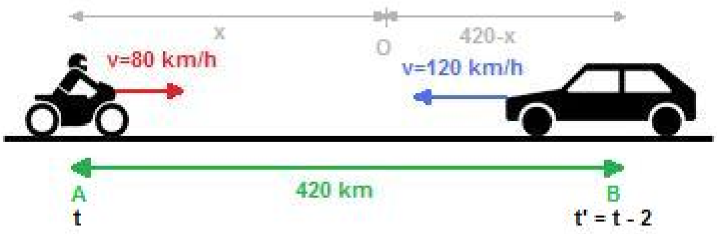


Imagen de elaboración propia

¿A qué hora y en qué punto se cruzarán ambos?

Mostrar retroalimentación

En primer lugar tendremos elegir un sistema de referencia apropiado. En nuestro caso tomaremos como origen la ciudad A.
A continuación escribimos las ecuaciones del movimiento de ambos móviles. Dado que los dos describen un MRU, bastará con escribir la ecuación de la posición de cada uno de ellos, en la que introducimos los datos iniciales.
Por comodidad realizaremos este ejercicio en unidades que no son del SI.
Identificaremos las variables relativas a la moto con el subíndice m y las del coche con el subíndice c.
Según esta convención, los volores iniciales serán: x_{0m} = 0 km, v_m = 80 km/h; x_{0c} = 420 km, v_c = -120 km/h, con el signo menos ya que se mueve desde B hasta A. Además, en este caso los tiempos iniciales de ambos móviles no coinciden, en el caso t_{om} es 0 y t_{oc} es 2 h ya que sale dos horas después que la motocicleta.
Las ecuaciones serán:

Moto: $x_m = 0 + 80 \cdot t$ Coche: $x_c = 420 - 120 \cdot (t - 2)$

En el momento en que se encuentren la posición de ambos vehículos medida desde el origen es la misma, $x_m = x_c$ y por tanto:
$80 \cdot t = 420 - 120 \cdot (t - 2) \rightarrow 80 \cdot t = 420 - 120 \cdot t + 240 \rightarrow 200 \cdot t = 660 \rightarrow t = 660/200 = 3.3$ horas
Y la posición en la que se encuentran:
x = 80·3.3 = 264 km ; Se encontrarán a 264 km de distancia de la ciudad A, pasadas 3.3 horas de que comenzara a moverse la moto.

¿A qué hora se encontrarán el coche y la moto a una distancia de 200 km?

Mostrar retroalimentación

El coche y la moto se encontrarán a 200 m cuando la diferencia de sus posiciones $x_c - x_m = 200$. Así pues:

(420 - 120·(t - 2)) - 80·t = 200 → 420 - 120·t + 240 - 80·t = 200 → -120·t-80·t = 200-420-240

-200·t = -460 →(quitamos los signos - de ambos miembros) 200·t = 460 → t = 2.3 horas

Puedes comprobar que el resultado es correcto simplemente calculando las posiciones respectivas en dicho instante:

x_m = 80·2.3 = 184 km; x_c = 420 - 120·(2.3 - 2) = 384 km ; Encontramos que efectivamente $x_c - x_m$ = 200 km.

Importante

En el caso en el que un móvil persigue a otro o se cruza con él, la posición de ambos móviles en el punto de encuentro es la misma.

Ejercicio resuelto

Algunos derechos reservados por marcp_dmoz

El tren Ave Madrid-Sevilla sale de la estación de Atocha (Madrid) a las 12 horas y se mueve con una velocidad constante de 320 km/h. A la misma hora sale de Santa Justa (Sevilla) otro Ave hacia Madrid que se mueve con una velocidad de 280 km/h. Ambos circulan por su propia vía pero debido a problemas meteorológicos en la estación de Puertollano ambos deben compartir vía al pasar ella. Sabemos que la estación de

Puertollano se encuentra a 250 km de Madrid y que la distancia que separa las estaciones de Madrid y Sevilla es de 480 Km.

¿Deberán hacer parar a los trenes antes de llegar a la estación de Puertollano para que no colisionen?

Mostrar retroalimentación

Podemos considerar que se trata de dos movimientos rectilíneos uniformes. Para saber si será necesario hacer que se detengan antes de llegar a Puertollano vamos a calcular el punto de donde se van a curzar.
Para eso planteamos las ecuaciones de ambos movimientos considerando que el origen de nuestro sistema de referencia se encuentra en Madrid. Como los dos trenes salen a la misma hora pondremos en marcha nuestros relojes a las 12 horas por lo que los valores de t_{ao} y t_{bo} serán iguales a cero.

Ave Madrid Sevilla

$$x_a = x_{ao} + v_{ao} \cdot (t - t_{ao})$$

Pero si sustituimos el valor de t_{ao} nos queda:

$$x_a = x_{ao} + v_{ao} \cdot t$$

Ave Sevilla Madrid

$$x_b = x_{bo} + v_{bo} \cdot (t - t_{bo})$$

Cuando sustituimos el valor de t_{bo} nos queda:

$$x_b = x_{bo} + v_{bo} \cdot t$$

Ahora sustituimos en estas ecuaciones los datos que conocemos teniendo en cuenta que el origen de nuestro sistema de referencia es la estación de Madrid:

x_{b0} = 480 km, v_{b0} = -280 Km/h; x_{a0} = 0 Km, v_{a0} = 320 Km/h.

En esta ocasión vamos a trabajar con las unidades del problema, Km y Km/h.

Las ecuaciones quedarán de la siguiente forma:

Ave Madrid Sevilla

$$x_a = 320 \cdot t$$

Ave Sevilla Madrid

$$x_b = 480 - 280 \cdot t$$

En el punto de cruce la posición de ambos será la misma ya que hemos tomado el mismo origen para ambos móviles.

$$x_a = x_b$$

$$320 \cdot t = 480 - 280 \cdot t$$

Despejamos el tiempo

$$320 \cdot t + 280 \cdot t = 480$$

$$600 \cdot t = 480$$

$$t = \frac{480}{600} = 0{,}8 h$$

Los trenes tardarán 0,8 en cruzarse.

Si sustituimos este valor en cualquiera de las ecuaciones del movimiento obtendremos la posición de cruce. Utilizaremos la ecuación del movimiento del Ave que sale de Madrid.

$$x_a = v_{a0} \cdot t = 320 \cdot 0{,}8 = 256 \text{ km}$$

Como la estación se encuentra a 250 Km de Madrid los trenes no llegarán a colisionar puesto que se cruzan pasada la estación de Puertollano, donde la vía ya es doble.

Los movimientos rectilíneos pueden producirse en cualquier dirección del espacio. Como hemos visto al inicio del tema, la elección del sistema de referencia puede simplifcar el estudio del movimiento. Veremos a continuación un ejemplo de movimientos verticales.
En estos movimientos el sistema de referencia elegido suele colocarse en el suelo y la variable que determina la posición del móvil es la coordenada "y".

Ejercicio resuelto

Un ascensor se mueve verticalmente hacia arriba, con una rapidez de 15 m/s, desde el sótano de un edificio, situado a 5 m por debajo de la planta baja. Cinco segundos después, desde la duodécima planta, que se encuentra a 40 m de altura, sale otro ascensor hacia la abajo con la misma rapidez.

¿Cuánto tiempo tardarán en cruzarse?

Mostrar retroalimentación

Podemos considerar que para ambos ascensores se trata de un movimientos rectilíneos uniformes. Planteamos las ecuaciones de ambos movimientos, vamos a considerar que el origen de nuestro sistema de referencai en la planta baja del edificio. Identificaremos con las letras a y b a acda uno de los ascensores.

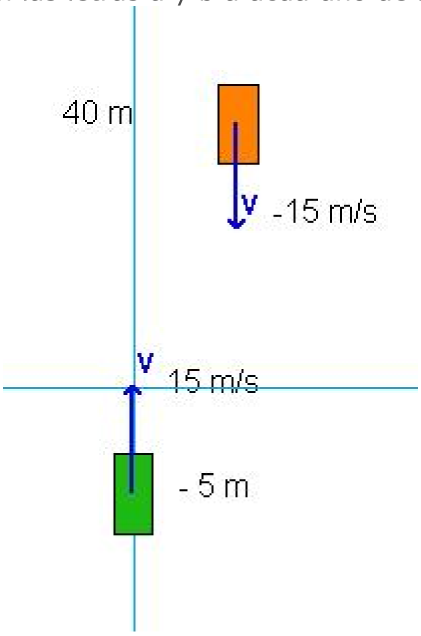


Imagen de elaboración propia

Ascensor A
Identificamos los valores iniciales: y_{a0} = - 5 m, v_{a0} = 15 m/s, t_{a0}=0 s.

$$y_a = y_{ao} + v_{0c}\cdot(t - t_{ao}) \text{ sustituimos los valores que son 0}$$
$$y_a = y_{a0} + v_{ao}\cdot t$$

Ascensor B

Identificamos los valores iniciales: y_{b0} = 40 m, v_{b0} = -15 m/s, t_{b0} = 5 s.

$$y_b = y_{bo} + v_{bo}\cdot(t - t_{bo})$$

En el punto en el que se cruzan los ascensores la posición de ambos será la misma ya que hemos tomado el mismo origen para ambos móviles.

$$y_a = y_b$$

$$y_{a0} + v_{ao} \cdot t = y_{bo} + v_{bo} \cdot (t - t_{bo})$$

Sustituimos los valores que conocemos y despejamos el tiempo.

$$-5 + 15 \cdot t = 40 + (-15) \cdot (t - 5)$$
$$15 \cdot t = 40 + 5 - 15 \cdot t + 75$$
$$15 \cdot t + 15 \cdot t = 45 + 75$$
$$30 \cdot t = 120$$
$$t = \frac{120}{30} = 4 \text{ s}$$

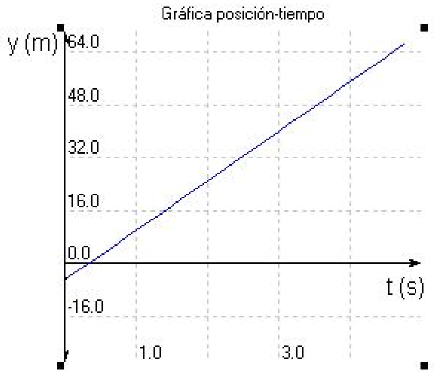
Tardan 4 segundos en cruzarse desde que salió el ascensor A.

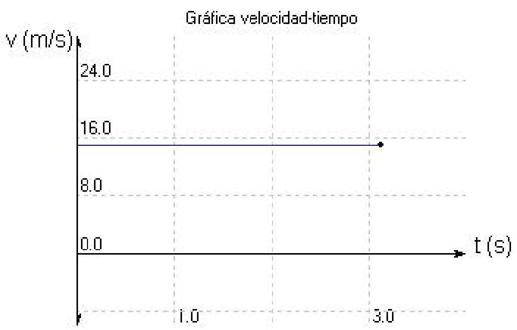
Reflexiona

Dibuja las gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo para los movimientos de los ascensores del ejercicio anterior.

Mostrar retroalimentación

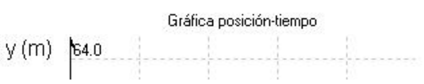
Ascensor A

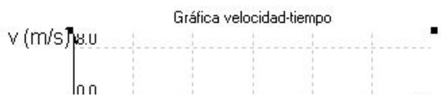


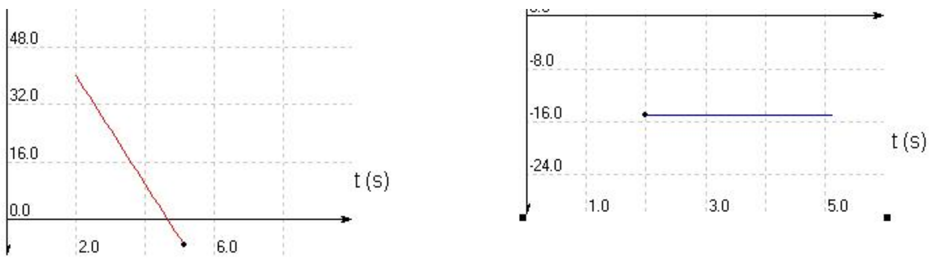


Imágenes de elaboración propia

Ascensor B







Imágenes de elaboración propia

3.2.1 Ecuación velocidad-tiempo de un MRUA

Como sabes las matemáticas nos pueden resultar muy útiles para describir los movimientos y predecir dónde se encontrará un determinado móvil pasado un tiempo, por ejemplo. Vamos a deducir las ecuaciones que describen la posición y la velocidad de un MRUA. A diferencia del MRU ahora tenemos que usar dos ecuaciones porque ya no sólo varía la posición sino que también cambia la velocidad.

¿Podríamos encontrar una ecuación que nos diera el valor de la velocidad v en cualquier instante t? Sí, y además resulta muy sencillo.

En este caso la aceleración es constante y como sabemos por su definición que:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

La aceleración y la velocidad inicial tomarán cada una un valor constante y normalmente el instante inicial será 0 segundos. Despejando de la anterior ecuación y llamando v_o a la velocidad inicial tendremos que:

$$a = \frac{v - v_o}{t - t_o}$$

$$a \cdot (t - t_o) = v - v_o$$

$$v = v_o + a \cdot (t - t_o)$$

Con esta ecuación podemos determinar la velocidad en cualquier instante conociendo la velocidad inicial y la aceleración. Esta es la ecuación general:

$$v = v_o + a \cdot (t - t_o)$$

Ejercicio resuelto

La ecuación de la velocidad permite calcular la velocidad en cualquier instante pero supongamos por un momento que conocemos la velocidad al cabo de un cierto tiempo y la velocidad inicial. ¿Podrías determinar con esta ecuación la aceleración del movimiento uniformemente acelerado?

Mostrar retroalimentación

Sí, esjusto el procedimiento contrario al que hemos realizado.

$$v = v_o + a \cdot t$$
$$v - v_o = a \cdot t$$
$$\frac{(v - v_o)}{t} = a$$

Comprueba lo aprendido

Supongamos ahora que un objeto se mueve con una aceleración constante de -2 m/s^2 y parte de un punto a 15 metros a la derecha del origen con una velocidad de 20 m/s. Nuestro objeto se mueve en línea recta. ¿Cuál será su ecuación velocidad-tiempo?

- ○ $v=15-2t$
- ○ $v=20-2t$
- ○ $v=20-2t^2$

No, has usado el dato de la posición que no aparece en la ecuación.

Muy bien, has sustituido la velocidad inicial y la aceleración correctamente.

Casi, pero no es correcta tu respuesta. Fíjate que si el tiempo va elevado al cuadrado, la velocidad ya no variaría lo mismo durante el primer segundo que durante el siguiente y por tanto la aceleración no sería constante.

Solution

1. Incorrecto
2. Opción correcta
3. Incorrecto

Comprueba lo aprendido

Sigamos con el mismo caso anterior. Si conoces la ecuación velocidad-tiempo se supone que puedes averiguar la velocidad en cualquier instante o incluso en qué momento se movía nuestro objeto móvil con tal o cual velocidad. Vamos a poner a prueba. ¿En qué instante se parará? ¿Qué velocidad llevará al cabo de 12 segundos? Explica el resultado.

- ○ Al cabo de 5 segundos se habrá parado, su velocidad será nula. Luego, a los 12 segundos su velocidad será de -4 m/s lo que significa que estará frenando.
- ○ Al cabo de 10 segundos se habrá parado, su velocidad será nula. Luego, a los 12 segundos su velocidad será de 2 m/s.
- ○ Al cabo de 10 segundos se habrá parado, su velocidad será nula. Luego, a los 12 segundos su velocidad será de -4 m/s lo que significa que ahora se mueve en sentido contrario que al principio.

Incorrecto. No se para en ese instante. Además la velocidad negativa no significa que el objeto esté frenando.

Es correcto el instante en que la velocidad se anula pero no es correcta la velocidad a los 12 segundos.

Muy bien.

Solution

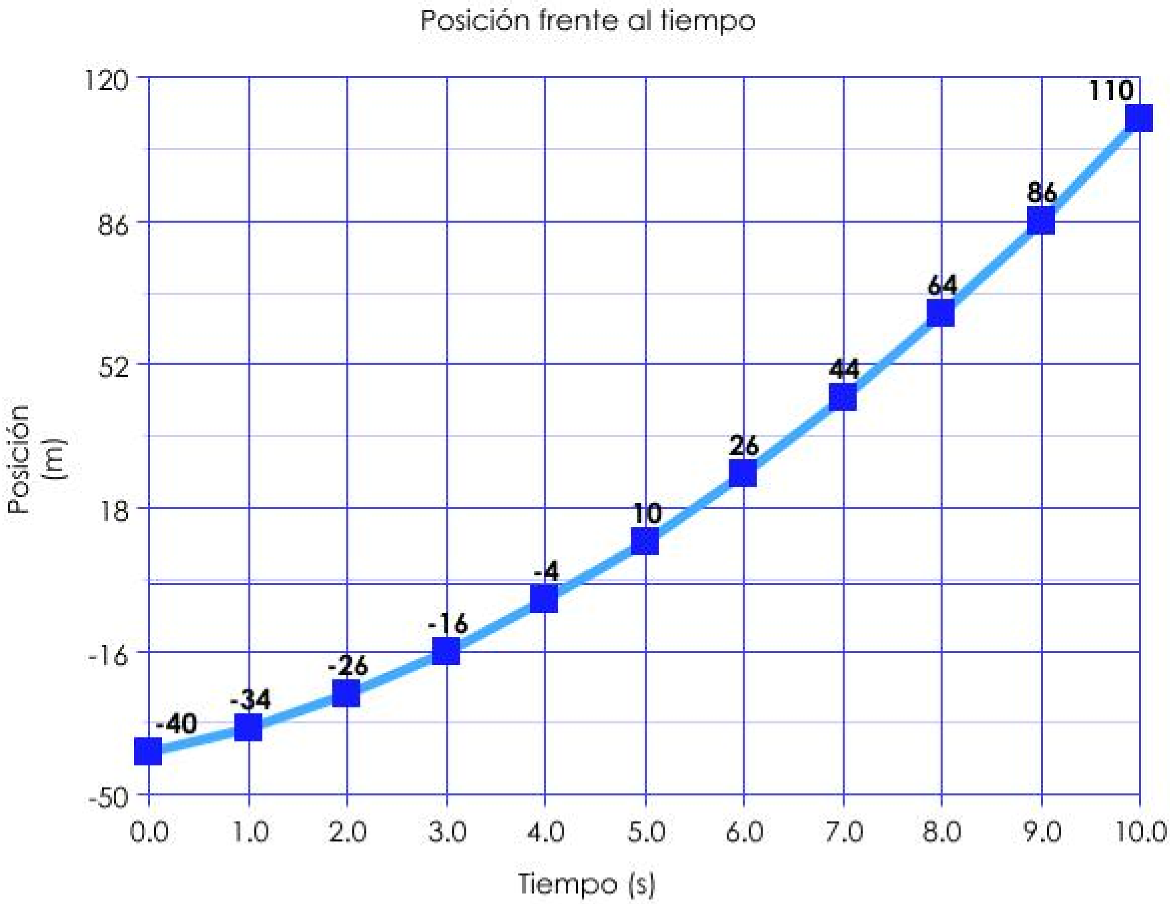
1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

3.2.2 Ecuación posición-tiempo del MRUA

Ahora vamos a intentar obtener una ecuación para la posición parecida a la que hemos deducido para la velocidad. Seguimos trabajando sobre el ejemplo anterior.

t (s)	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
x (m)	-40.0	-34.0	-26.0	-16.0	-4.0	10.0	26.0	44.0	64.0	86.0	110.0
v (m/s)	5.0	7.0	9.0	11.0	13.0	15.0	17.0	19.0	21.0	23.0	25.0

Vamos a representar gráficamente la posición x en metros frente al tiempo t en segundos.



Esta gráfica ya no es una recta como ocurría en el caso de un MRU. Sin embargo es una curva muy conocida en Matemáticas. Se trata de una parábola. ¿Recuerdas su ecuación?

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Claro en matemáticas se usan la "x" y la "y" como variables independiente y dependiente pero en nuestro caso la variable posición (x) depende de la variable tiempo(t) por lo que en Física solemos escribir la ecuación espacio-tiempo de este modo:

$$x = x_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

¿Qué significan los términos que aparecen en esta ecuación? Pues x_o es la posición del móvil en el instante inicial (-40 m), v_o la velocidad inicial (5 m/s) y a la acelaración (2m/s^2). La anterior ecuación general en el caso de nuestro caso concreto quedaría así:

3.2 Movimientos rectilíneos uniformemente acelerados

Una vez estudiado el movimiento más simple, el movimiento rectilíneo y uniforme (MRU) pasamos ahora a estudiar un movimiento que comparte con este el carácter rectilíneo de la trayectoria pero en el que ya la velocidad no es constante. La velocidad cambia con el tiempo. Eso sí, la velocidad podría cambiar de muchas formas pero nosotros en este caso nos vamos a centrar, de nuevo, en la situación más sencilla, aquella en la que la velocidad cambia pero a un ritmo siempre constante.

Dentro de este tipo de movimientos se encuentran, si despreciamos los efectos de rozamiento con el aire, las caídas libres. En el siguiente vídeo puedes ver una caída muy espectacular pero que no es libre. Sus ecuaciones son un poco más complejas que las que vamos a estudiar nosotros pero merece la pena echarle un vistazo.

Importante

En MRUA la trayectoria es una recta y la aceleración es constante, tanto en módulo como en dirección y sentido.

$$x = -40 + 5 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 = -40 + 5 \cdot t + t^2$$

Teniendo esta ecuación ya no solo conozco la posición en los tiempos que aparecen en la tabla sino en cualquier otro instante. Por ejemplo podría calcular en qué posición se encuentra el móvil a los 3,5 segundos. Para ello basta con sustituir la t por 3,5.

$$x = -40 + 5 \cdot 3{,}5 + (3{,}5)^2 = -40 + 17{,}5 + 12{,}25 = -11{,}25m$$

Ejercicio resuelto

Sabemos que el objeto inicialmente se encuentra a 40 metros a la izquierda del punto que hemos elegido como origen de nuestro sistema de referencia. Pero, ¿podríamos averiguar en qué momento nuestro móvil pasa por el origen?

Mostrar retroalimentación

Sí, para ello tenemos que "traducir" a lenguaje matemático qué significa eso de "pasar por el origen". El origen es el punto cuya posición vale 0 metros. Si sustituimos en nuestra ecuación tendremos:

$$x = -40 + 5t + t^2$$
$$x = 0$$

Se trata como ves de resolver una ecuación de segundo grado:

$$0 = -40 + 5t + t^2$$

A lo mejor si lo escribes de este modo te resulta más parecido a los problemas de matemáticas:

$$t^2 + 5t - 40 = 0$$

Aplicando la fórmula que permite resolver estas ecuaciones tenemos:

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4.1.(-40)}}{2.1}$$
$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 160}}{2}$$
$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{185}}{2}$$
$$t = \frac{-5 \pm 13{,}60}{2}$$

Tenemos dos soluciones matemáticas:

$$t_1 = \frac{-5 + 13{,}60}{2} = \frac{8{,}60}{2} = 4{,}30 segundos$$
$$t_2 = \frac{-5 - 13{,}60}{2} = \frac{-18{,}60}{2} = -9{,}30 segundos$$

La segunda no es válida porque no tiene sentido hablar de tiempo anteriores al que comenzó el movimiento. Por lo tanto la respuesta es que el móvil pasa por el origen a los **4,30 segundos** de haber iniciado el movimiento.

Para saber más

Cuando estemos midiendo el tiempo antes de que comience el movimiento de nuestro objeto a estudio, la ecuación anterior no nos servirá. Con una pequeña modificación tenemos la ecuación que describe la posición frente al tiempo para cualquier situación:

$$x = x_o + v_o \cdot (t - t_o) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_o)^2$$

3.2.3 Ejemplos de MRUA

Importante

Bueno ya tenemos las ecuaciones posición-tiempo y velocidad tiempo que nos van a permitir estudiar algunos movimientos rectilíneos que se dan en la naturaleza.

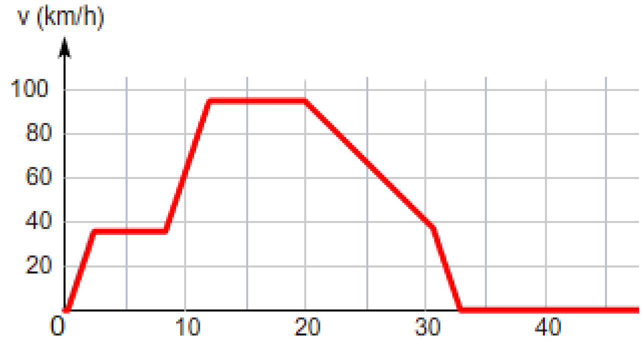
Recordemos las ecuaciones:

$$x = x_o + v_o.(t - t_o) + \frac{1}{2}.a.(t - t_o)^2$$
$$v_x = v_o + a.(t - t_o)$$

Vamos a analizar lo que ocurre en el movimiento de una moto. Podemos acelerar para conseguir diferentes velocidades. ¿Qué ocurre cuando dejas de pulsar el acelerador o cuando pisas el freno?

Representamos el movimiento de la moto y se ha obtenido esta gráfica que representa la velocidad (en kilómetros por hora) y el tiempo (en segundos).

Gráfica v-t



Analicemos lo que ha ocurrido en cada uno de los tramos.

1. En los primeros 2 segundos (aproximadamente), apretamos el puño a "todo gas" y la velocidad ha aumentado desde 0 km/h hasta unos 35 km/h. El ritmo de variación de la velocidad es siempre el mismo. Por lo tanto en ese tramo nuestra moto ha descrito un mRUA. Podemos estimar la aceleración resultando ser de 17,5 km/h cada segundo. (La unidad que usan los científicos normalmente es el m/s^2 que indica cuántos m/s varía la velocidad de un móvil en cada segundo de tiempo que pasa).

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{35 - 0}{2 - 0} = 17{,}5 \frac{km/h}{s}$$

1. En el siguiente tramo (desde t=2s hasta t=8s) mantenemos el puño fijo y la velocidad no cambia. Por lo tanto estamos ante un MRU con aceleración nula.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{35 - 35}{8 - 2} = 0 \frac{km/h}{s}$$

1. En los siguientes 4 segundos aceleramos a "medio gas" y conseguimos manteniendo el puño que la moto alcance su velocidad máxima (aproximadamente 95km/h). Durante este intervalo

tenemos pues un MRUA. La aceleración será aproximadamente de 15km/h cada segundo, algo menor que en el primer tramo. En la gráfica notamos que la inclinación es ligeramente inferior.

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{95-35}{12-8}=15\frac{km/h}{s}$$

1. Hasta el instante t=20s mantenemos la velocidad constante. De nuevo tenemos un MRU con aceleración nula.

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{95-95}{20-12}=0\frac{km/h}{s}$$

1. A continuación soltamos el acelerador y observamos que la velocidad empieza a disminuir. En este caso volvemos a tener aceleración.

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{35-95}{31-20}=-5{,}45\frac{km/h}{s}$$

1. En el siguiente tramo pulsamos la maneta de freno con lo que la velocidad sigue disminuyendo pero ahora más bruscamente. Seguimos moviéndonos con un MRUA pero ahora la aceleración es todavía más negativa.

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{0-35}{33-31}=-17{,}5\frac{km/h}{s}$$

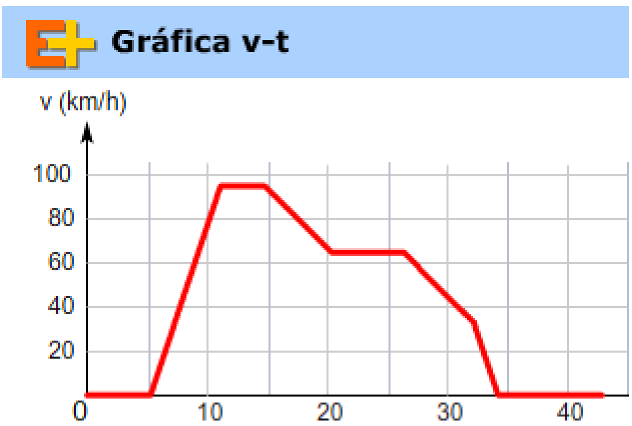
1. El último tramo refleja la situación de reposo puesto que la moto está a la velocidad de 0 km/h. Por supuesto en este tramo la aceleración también es nula.

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{0-0}{47-31}=0\frac{km/h}{s}$$

Comprueba lo aprendido

ltiple

En la siguiente gráfica hemos representado la velocidad de una moto frente al tiempo. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.



- A los 12 segundos está parada.

- A los 7 segundos está moviéndose con un MRU a aceleración constante distinta de cero.
- A los 18 segundos la moto tiene un MRUA con aceleración negativa.

Incorrecto: se mueve a velocidad constante, su aceleración si es nula.

Incorrecto: si es MRU tendría aceleración nula.

Correcto: la velocidad está variando a ritmo constante y lo hace desde valores de velocidad mayores a otros menores por lo que la aceleración es menor que cero.

Solution

1. Incorrecto
2. Incorrecto
3. Opción correcta

Para saber más

Las ecuaciones del MRUA se pueden simplicar dando expresiones más sencillas.

1. Supongamos que la posición inicial es cero, es decir, que colocamos el sistema de referencia justo en el sitio en que el objeto empieza a moverse. Las ecuaciones anteriores quedarán así:

$$x = v_o.t + \frac{1}{2}.a.t^2$$
$$v_x = v_o + a.t$$

2. Supongamos ahora que el móvil parte del reposo. Eso significa que la velocidad inicial es cero y por tanto las ecuaciones se simplican quedando de esta forma:

$$x = x_o + \frac{1}{2}.a.t^2$$
$$v_x = a.t$$

3. Por último, si la aceleración es cero debemos obtener las ecuaciones del MRU

$$x = x_o + v_o.t$$
$$v_x = v_o$$

Caída libre: Cuerpo que cae

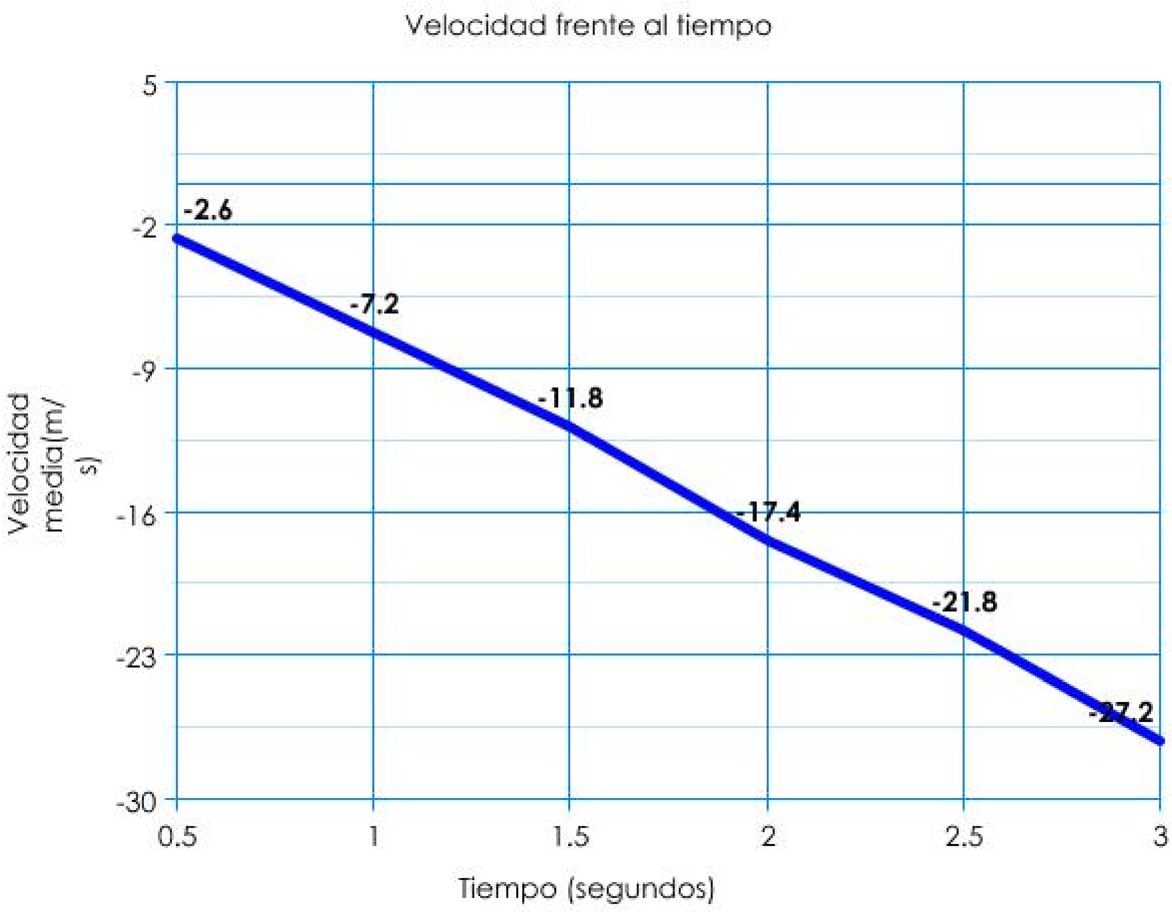
En nuestra vida cotidiana estamos acostumbrados a ver objetos que se mueven en línea recta en dirección vertical. Por ejemplo cuando unas llaves se nos caen de la mano o cuando un niño lanza una pelota hacia arriba. En estos casos los móviles están sujetos a la fuerza de atracción de la Tierra y a la fuerza de rozamiento con el aire. Si despreciamos esa fuerza de rozamiento, el movimiento que describen estos cuerpos es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado cuya aceleración vale 9,8 m/s^2 (aproximadamente 10 m/s^2). Esa aceleración se conoce con el nombre de aceleración de la gravedad y el movimiento recibe el nombre de caída libre.

Bien pues en este apartado vamos a estudiar este tipo de movimientos con detalle y vamos a ver cómo haciendo uso de las ecuaciones del MRUA podemos hacer predicciones y determinar velocidades, posiciones, etc.

Supongamos una bola que describe una caída libre. ¿Cómo se mueve la bola y cómo varían la velocidad y la aceleración?

Como se puede comprobar, se trata de un movimiento cuya velocidad varía con el tiempo y cuya trayectoria es una recta. ¿Se tratará efectivamente de un MRUA? Vamos a comprobarlo.

Si representamos gráficamente los valores de la velocidad media frente al tiempo podríamos observar si efectivamente varía de forma regular, a un mismo ritmo siempre, o no y podremos determinar si efectivamente se trata de un MRUA.



La gráfica tiene este aspecto: prácticamente una línea recta. Estamos ante un MRUA.

Importante

Importante

Dado que la caída libre es un MRUA, podemos utilizar las ecuaciones posición-tiempo y velocidad tiempo adaptadas al eje vertical. Normalmente consideraremos que el origen de nuestro sistema de referencia está en el suelo y que tomaremos como sentido positivo hacia arriba. Así la aceleración será siempre -10m/s^2 y las ecuaciones quedarán de la siguiente forma:

	Posición-tiempo	Velocidad-tiempo
Con t_o no nulo	$y=y_o+v_{yo}\cdot(t-t_o)+\frac{1}{2}\cdot(-10)\cdot(t-t_o)^2$ $y=y_o+v_{yo}\cdot(t-t_o)-5\cdot(t-t_o)^2$	$v_y=v_{yo}+a\cdot(t-0)$ $v_y=v_{yo}-10\cdot t$
Con t_o nulo	$y=y_o+v_{yo}\cdot(t-0)+\frac{1}{2}\cdot(-10)\cdot(t-0)^2$ $y=y_o+v_{yo}\cdot t-5\cdot t^2$	$v_y=v_{yo}+a\cdot(t-t_o)$ $v_y=v_{yo}-10\cdot(t-t_o)$

Veamos ahora cómo varían tanto la posición de un cuerpo que cae sujeto al efecto de la gravedad, como su velocidad y aceleración.

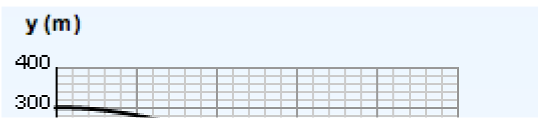
Como puedes observar la posición inicial será la altura a la que se encuentre cuando el tiempo es cero y empieza a decrecer a medida que pasa el tiempo. La forma de la curva es una parábola. Pasado un tiempo, la gráfica corta al eje horizontal. En ese momento la altura "y" se hace cero.

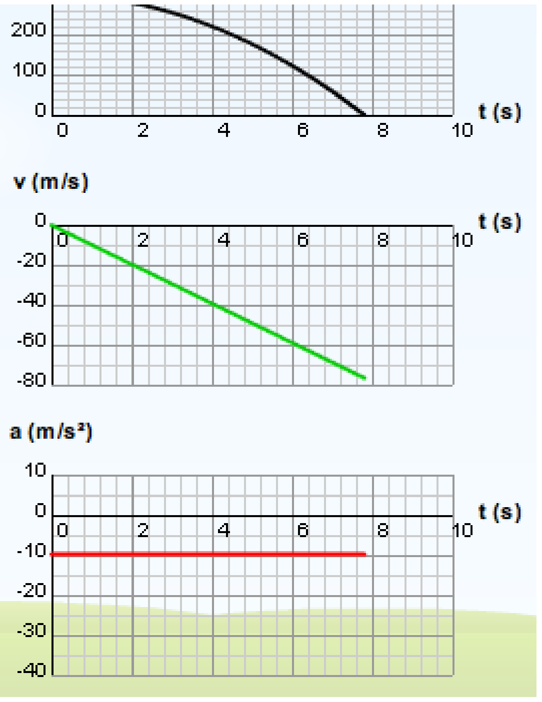
En la gráfica velocidad-tiempo sin embargo vemos una línea recta. Esto significa que la velocidad cambia siempre a un mismo ritmo como le corresponde a un MRUA. La velocidad en el instante inicial es nula y como la bola comienza a bajar y siempre va en ese sentido, la recta se mantiene siempre por debajo de cero. La velocidad en este tipo de movimientos, tal y como hemos elegido el sistema de referencia, son siempre negativas. A medida que pasa el tiempo la velocidad se va haciendo cada vez más negativa, aumentando su magnitud. Esto es coherente con nuestra observación puesto que sabemos que la bola va cada vez más aprisa.

Por último en la gráfica aceleración-tiempo tendremos una recta horizontal a la altura de -10m/s^2. Esto vuelve a decirnos que la aceleración es constante como le corresponde a un MRUA y negativa puesto que apunta hacia el suelo.

Ejercicio resuelto

Hemos vuelto a usar el simulador soltando la bola desde otra posición. ¿Qué gráfica tendrías que consultar para determinar la altura desde la que se soltó la bola? ¿Cuál es esa altura aproximadamente? ¿Y en qué gráfica puedes obtener el momento en que llega al suelo?





Mostrar retroalimentación

La primera de ellas en la que se representa la posición frente al tiempo. La altura desde la que se soltó es aproximadamente 300m. El momento de contacto con el suelo también se puede determinar en la primera gráfica, justo cuando la altura se hace cero.

Ejercicio resuelto

¿Sabrías calcular usando las ecuaciones del MRUA el tiempo que tarda en llegar al suelo un objeto que se deja caer desde una altura de 500 m? ¿Con qué velocidad llega al suelo? Por supuesto suponemos que no existe rozamiento con el aire.

Mostrar retroalimentación

Las ecuaciones de la caída libre son:

$$y = y_o + v_{yo} \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$v_y = v_{yo} - 10 \cdot t$$

En nuestro caso particular la velocidad inicial es cero y la posición inicial es 500m. Por lo tanto las ecuaciones generales quedan así en este caso:

$$y = 500 - 5 \cdot t^2$$

$$v_y = -10 \cdot t$$

Tenemos que calcular el tiempo que tarda el objeto en tocar el suelo. Eso significa que la altura sea cero o lo que es lo mismo que:

$$0 = 500 - 5 \cdot t^2$$

Tenemos una ecuación de segundo grado cuya incógnita es el tiempo y es muy fácil de despejar.

$$5 \cdot t^2 = 500$$
$$t^2 = \frac{500}{5}$$
$$t^2 = 100$$
$$t = \sqrt{100}$$

Obtenemos dos soluciones, pero como la negativa no tiene sentido por tratarse del tiempo,

$$t_1 = 10s \quad t_2 = -10s$$

podemos concluir que nuestro móvil tarda 10 segundos en llegar al suelo.

Para calcular la velocidad con que llega al suelo tengo que utilizar la ecuación de la velocida y sustituir el tiempo por el valor que acabamos de obtener.

$$v_y = -10 \cdot t$$

$$v_y = -10.10 = -100 m/s$$

El móvil llega al suelo con una velocidad de 100m/s.

Caída libre: Lanzamiento vertical

Importante

Al lanzar un cuerpo verticalmente hacia arriba, ¿a qué fuerza está sometido una vez que abandona nuestra mano? A la fuerza de atracción gravitatoria y al rozamiento con el aire, ¿verdad? Si este último es despreciable, ese cuerpo está sometido sólo a la fuerza de atracción de la Tierra y por lo tanto... Efectivamente estamos hablando también de una caída libre.

Ejercicio resuelto

Supongamos que en ausencia de viento y despreciando el rozamiento con el aire lanzamos una piedra hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s. ¿A qué altura máxima llegará la piedra? ¿Con qué velocidad se moverá la piedra en ese momento? ¿En qué momento alcanzará los 25 metros de altura? ¿Y los 15? Supón que la piedra abandona tu mano a 1,50 metros de altura respecto del suelo.

Mostrar retroalimentación

Antes que nada escribimos las ecuaciones del MRUA adaptadas para una caída libre:

$$y = y_o + v_{yo} \cdot t - 5 \cdot t^2$$
$$v_y = v_{yo} - 10 \cdot t$$

Ahora tenemos que leer el enunciado y obtener la información necesaria para obtener las ecuaciones concretas de nuestro caso. Podemos colocar el origen de nuestro sistema de referencia en el suelo, con lo que la piedra al principio estaría a una altura de 1,5 metros o bien colocarlo en la mano justo cuando se produce el lanzamiento y de 1,5 metros o bien colocarlo en la mano justo cuando se produce el lanzamiento y entonces la posición inicial sería 0m. Optamos por la primera opción.

$$y_o = 1{,}5m$$
$$v_{yo} = 20m/s$$

Si sustituimos en las ecuaciones anteriores obtenemos las ecuaciones de nuestro movimiento:

$$y = 1{,}5 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$
$$v_y = 20 - 10 \cdot t$$

A partir de este momento ya estamos preparados para contestar cualquier pregunta sobre nuestro movimiento.

¿A qué altura máxima llega? Bien. Nuestra piedra empieza a subir y sabemos que irá perdiendo velocidad poco a poco hasta pararse. A continuación empezará a caer. Mientras va subiendo la altura va creciendo y llegará a una altura máxima justo antes de volverse. Es decir, cuando se pare. Esto significa que buscamos la altura y cuando la velocidad se hace cero. Si en la ecuación de la velocidad hacemos v_y igual a cero podemos despejar el tiempo:

$$0 = 20 - 10 \cdot t$$
$$-20 = -10 \cdot t$$
$$\frac{-20}{-10} = t$$
$$t = 2s$$

Ya sabemos en qué instante la piedra se para y por tanto alcanza su máxima altura, pero ¿qué valor tiene la altura en ese instante? Para eso basta con sustituir en la ecuación y-t.

$$y = 1{,}5 + 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$$
$$y = 1{,}5 + 40 - 5 \cdot 4$$
$$y = 41{,}5 - 20$$
$$y = 21{,}5m$$

La piedra llega hasta una altura de 21,5 metros respecto del suelo, 20 metros más alto de la altura a la que la soltamos.

¿Con qué velocidad se moverá la piedra en ese momento? A 0 m/s, está parada en ese instante.

¿En qué momento alcanzará los 25 metros de altura? Si la piedra alcanza como máximo 21,5 metros está claro que no va a llegar nunca a los 25 metros de altura. De todos modos vamos a usar las ecuaciones del movimiento a ver qué ocurre.

$$y = 1{,}5 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Buscamos en qué instante (t) la altura (y) es 25 m.

$$25 = 1{,}5 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$0 = -25 + 1{,}5 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$
$$0 = -23{,}5 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$
$$5 \cdot t^2 - 20 \cdot t + 23{,}5 = 0$$

Ahora aplicamos la fórmula para resolver una ecuación de segundo grado:

$$t = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4.5.(23{,}5)}}{2.5}$$
$$t = \frac{20 \pm \sqrt{(400 - 20.(23{,}5)}}{10}$$
$$t = \frac{20 \pm \sqrt{(400 - 470)}}{10}$$
$$t = \frac{20 \pm \sqrt{-70}}{10}$$

Como la raíz cuadrada de un número negativo no existe tenemos que concluir que nuestra piedra en ningún instante alcanza la altura de 25m.

¿Y los 15? Supón que la piedra abandona tu mano a 1,50 metros de altura respecto del suelo.

$$15 = 1{,}5 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$0 = -15 + 1{,}5 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$
$$0 = -13{,}5 + 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$
$$5 \cdot t^2 - 20 \cdot t + 13{,}5 = 0$$

Ahora aplicamos la fórmula para resolver una ecuación de segundo grado:

$$t = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4.5.(13{,}5)}}{2.5}$$
$$t = \frac{20 \pm \sqrt{(400 - 20.(13{,}5)}}{10}$$
$$t = \frac{20 \pm \sqrt{(400 - 270)}}{10}$$
$$t = \frac{20 \pm \sqrt{130}}{10}$$
$$t = \frac{20 \pm\ 11{,}40}{10}$$

Ahora encontramos dos soluciones para el tiempo:

$$t_1 = \frac{20 + 11{,}40}{10} = 3{,}14s$$
$$t_1 = \frac{20 - 11{,}40}{10} = 0{,}86s$$

¿Cómo podemos interpretar esto? Pues muy sencillo. Nuestra piedra pasa dos veces por esa altura: una al subir y otra al bajar. La primera vez pasa a los 0,86 segundos y luego vuelve a pasar a los 3,14 segundos.

Para saber más

Vamos a pensar un poco. Hemos visto que un cuerpo lanzado desde el suelo sube perdiendo velocidad hasta que se para en el punto de máxima altura. Luego ese cuerpo comienza a caer aumentando su velocidad hasta de nuevo llegar a suelo. La pregunta es: ¿son iguales los tiempos de subida y bajada? . Otra más: ¿llega al suelo con más velocidad con la que salió?

Pues bien. Vamos a pensar en un caso concreto para hacer el razonamiento más sencillo. Supongamos que lanzamos desde el suelo un objeto con una velocidad inicial de 20 m/s. Estudiemos primero el ascenso. Las ecuaciones serán:

$$y = 20 \cdot t - 5 \cdot t^2$$
$$v_y = 20 - 10 \cdot t$$

La altura máxima la calculamos imponiendo la condición de que el objeto se para a esa altura.

$$0 = 20 - 10 \cdot t$$
$$-20 = -10 \cdot t$$
$$\frac{-20}{-10} = t$$

$$t = 2s$$

El objeto tarda dos segundos en alcanzar su altura máxima. La altura alcanzada es de:

$$y = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$$
$$y = 40 - 5 \cdot 4$$
$$y = 40 - 20$$
$$y = 20m$$

Por tanto tenemos un objeto que parte del suelo con una velocidad de 20 m/s y debido a la aceleración de la gravedad va perdiendo velocidad hasta pararse a 20 metros del suelo.

Analicemos ahora la caída. Vamos a escribir de nuevo las ecuaciones teniendo en cuenta que ahora partimos del reposo (v_{yo}=0m/s) y de una altura inicial (y_o=20 m) distinta de cero.

$$y = 20 - 5 \cdot t^2$$
$$v_y = -10 \cdot t$$

¿Cuánto tardará el objeto en llegar al suelo? Pues haciendo cero la altura podemos despejar el tiempo.

$$0 = 20 - 5 \cdot t^2$$
$$-20 = -5 \cdot t^2$$
$$\frac{-20}{-5} = t^2$$
$$t^2 = 4$$
$$t = \sqrt{4} = \pm 2s$$

Nos quedamos con el resultado positivo y comprobamos que nuestro objeto tarda el mismo tiempo en subir que en bajar. Vamos a calcular ahora la velocidad al llegar al suelo.

$$y = -10 \cdot 2 = -20m/s$$

Observamos que la velocidad al llegar al suelo es igual, y de signo contrario, a la velocidad con que lo lanzamos.

Vaya frenazo

Vamos ahora a analizar un movimiento que es frecuente observar en nuestra vida cotidiana. Se trata de un móvil que va a una velocidad de 30 m/s cuando ve un obstáculo a 50 metros y frena con una aceleración de -10 m/s^2. Queremos determinar si nuestro móvil chocará con el obstáculo o se parará antes.

Ya conocemos las ecuaciones del MRUA:

$$x = x_o + v_o.t + \frac{1}{2}.a.t^2$$
$$v_x = v_o + a.t$$

En nuestro caso particular esto se concreta en:

$$x = 0 + 30.t + \frac{1}{2}.(-10).t^2$$
$$v_x = 30 - 10.t$$

Necesitamos saber en qué punto se para nuestro móvil. Para ello tenemos que hacer cero la velocidad.

$$0 = 30 - 10.t$$
$$-30 = -10.t$$
$$\frac{-30}{-10} = t$$
$$t = 3s$$

Ahora que sabemos cuándo se para, averiguemos dónde lo hace.

$$x = 30.3 + \frac{1}{2}.(-10).3^2$$
$$x = 90 + \frac{1}{2}.(-10).9$$
$$x = 90 - 45$$
$$x = 45m$$

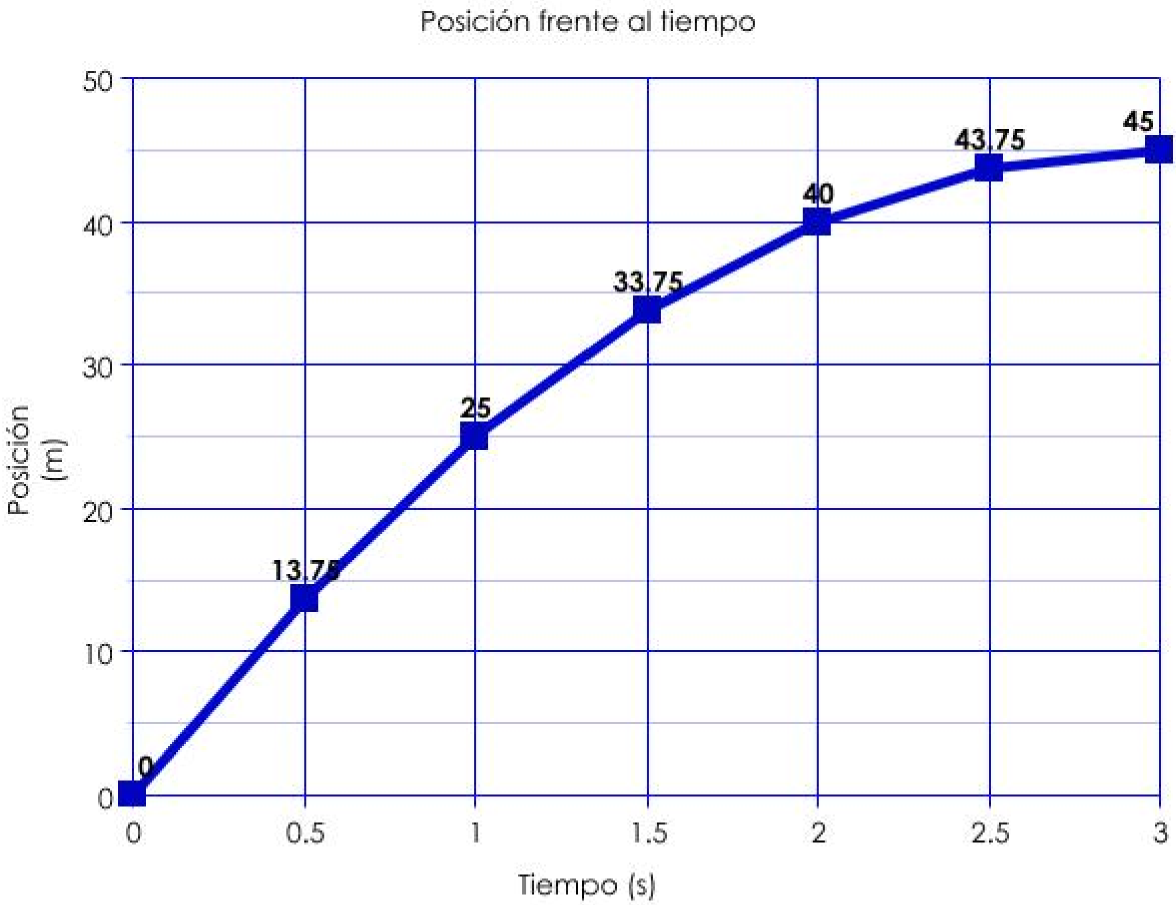
Acabamos de comprobar que nuestro móvil se detiene a 5 metros del obstáculo y consigue evitar la colisión.

Vamos a representar gráficamente la posición, la velocidad y la aceleración de este objeto.

Para representar la posición sustituimos en la ecuación de la posición el tiempo por valores entre 0 y 3 segundos.

Posición x(m)	0.00	13.75	25.00	33.75	40.00	43.75	45.00
Tiempo t(s)	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0

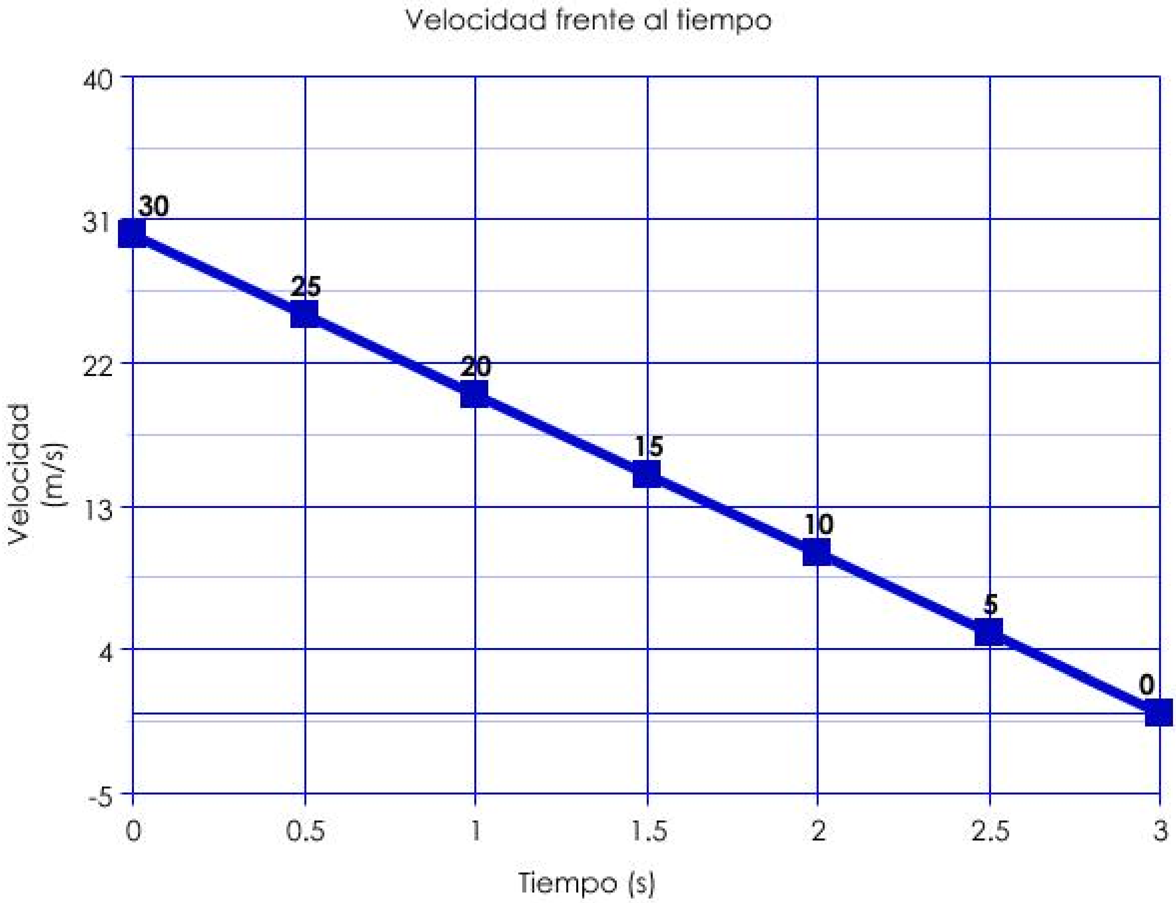
En la gráfica representamos el tiempo en eje x (horizontal) y la posición en el eje y (vertical). La curva es un trozo de parábola. Observa como cada vez la distancia recorrida durante un segundo es menor. Esto es lógico puesto que el móvil cada vez lleva menos velocidad.



Para representar la velocidad frente al tiempo damos valores entre 0 y 3 segundos al tiempo en la ecuación de la velocidad.

Velocidad v_x(m/s)	30.0	25.0	20.0	15.0	10.0	5.00	0.0
Tiempo t(s)	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0

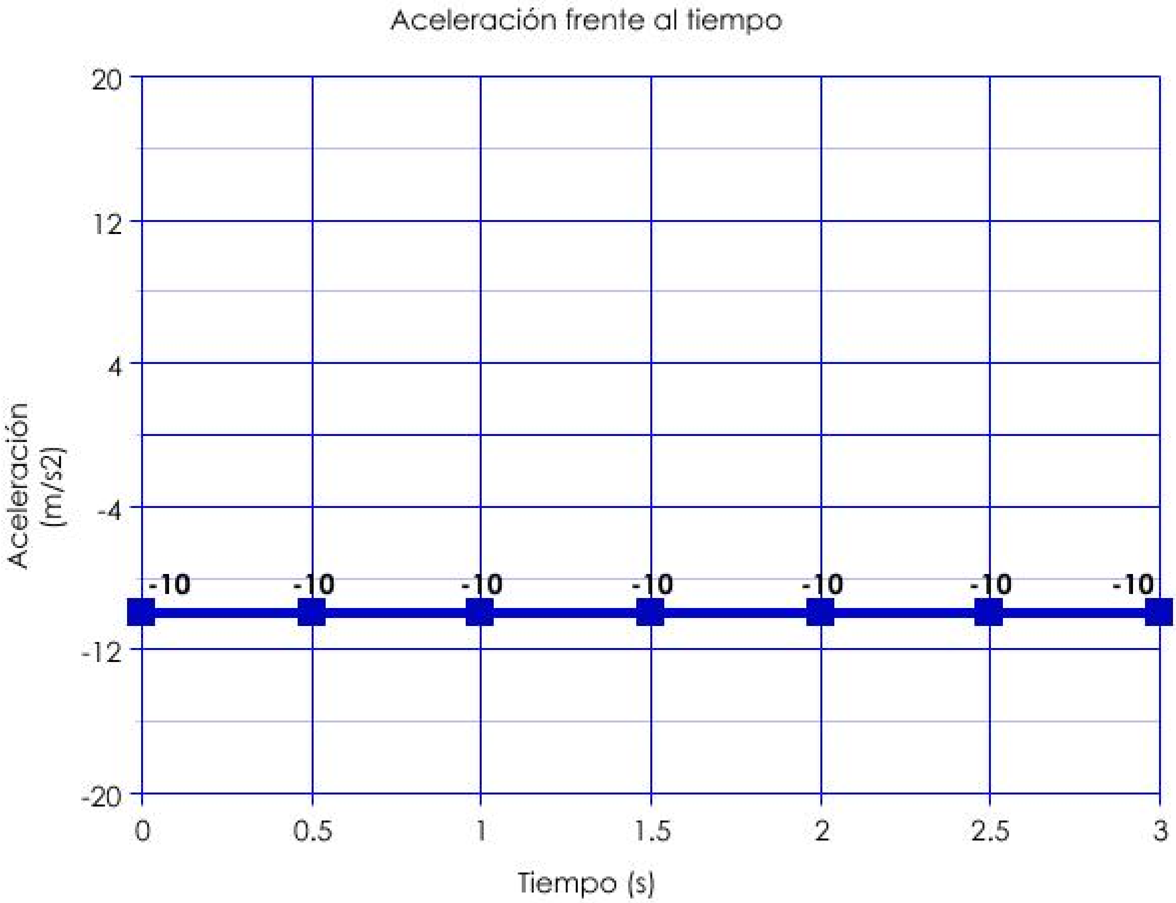
Ahora en el eje vertical representamos la velocidad y en el horizontal el tiempo.



Como en todos los movimientos rectilíneos uniformemente acelerados la gráfica velocidad-tiempo es una recta, debido a que el ritmo de cambio de la velocidad es constante. Cuanto más inclinada es esta mayor es la aceleración.

Representar la aceleración es muy fácil debido a que esta no cambia con el tiempo. Su representación es una línea recta horizontal a la altura del valor de la aceleración.

Aceleración(m/s^2)	-10.0	-10.0	-10.0	-10.0	-10.0	-10.0	-10.0
Tiempo t(s)	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0


Aceleración frente al tiempo
20
12
4
-4
-12
-20
Aceleración (m/s2)
-10
-10
-10
-10
-10
-10
-10
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
Tiempo (s)

Fuentes para el profesorado

Descargar CMAP.

Resumen

Importante

En el lenguaje coloquial utilizamos el término velocidad en lugar de rapidez para referirnos a lo rápido que se desplaza un móvil. Se omite la dirección y el sentido del movimiento porque se entiende que el que nos oye sabe hacia dónde va el móvil.

Importante

A la hora de describir un movimiento tenemos que escoger un sistema de referencia fijo.

Importante

Podemos hablar de aceleración en un movimiento si cambia la rapidez, si cambia la dirección o si lo hacen ambas.

Importante

El signo de la aceleración, por sí solo, no nos da información sobre si el móvil

El signo de la aceleración, por sí solo, no nos da información sobre si el móvil disminuye o aumenta el valor absoluto de su rapidez, es decir sobre si «frena» o «acelera».

Importante

La ecuación de la posición de un MRU viene dada por la expresión $e = e_0 + v \cdot \Delta t$ siendo $\mathrm{v} = \mathrm{v}_0$ y $\vec{\mathrm{a}} = 0$

Importante

En MRUA la trayectoria es una recta y la aceleración es constante, tanto en módulo como en dirección y sentido.

Importante

Bueno ya tenemos las ecuaciones posición-tiempo y velocidad tiempo que nos van a permitir estudiar algunos movimientos rectilíneos que se dan en la naturaleza.

Recordemos las ecuaciones:

$$x = x_o + v_o.(t - t_o) + \tfrac{1}{2}.a.(t - t_o)^2$$
$$v_x = v_o + a.(t - t_o)$$

Importante

Dado que la caída libre es un MRUA, se utilizan las ecuaciones adaptadas al eje vertical y la aceleración será siempre $-10 m/s^2$:

la aceleración será siempre -10m/s^2.

	Posición-tiempo	Velocidad-tiempo
Con t_o no nulo	$y = y_o + v_{yo} \cdot (t - t_o) + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot (t - t_o)^2$ $y = y_o + v_{yo} \cdot (t - t_o) - 5 \cdot (t - t_o)^2$	$v_y = v_{yo} + a \cdot (t - 0)$ $v_y = v_{yo} - 10 \cdot t$
Con t_o nulo	$y = y_o + v_{yo} \cdot (t - 0) + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot (t - 0)^2$ $y = y_o + v_{yo} \cdot t - 5 \cdot t^2$	$v_y = v_{yo} + a \cdot (t - t_o)$ $v_y = v_{yo} - 10 \cdot (t - t_o)$

Ejercicios resueltos

Ahora te toca practicar con los siguientes ejercicios resueltos.

Imagen de silkegb con algunos derechos reservados

Ejercicio 1

Ejercicio resuelto

Imagina que vas conduciendo en tu coche hacia la casa de un amigo.

a) ¿Piensas que el sillón sobre el que estás sentado/a se está moviendo?

b) Y si alguna persona te estuviera viendo desde fuera, por ejemplo, sentada en un parque, ¿qué pensaría?

Mostrar retroalimentación

a) Cuando estamos conduciendo, si nos tomamos a nosotros como sistema de referencia, todo lo que se mueve con nosotros nos parece que está quieto. Así, el sillón estaría quieto.

b) La persona que te ve desde fuera, si se toma ella misma como sistema de referencia y ella está quieta, ve que el coche se mueve, incluyendo todo lo que hay en su interior. Así, tanto el sillón como tú os estaríais moviendo.

Ejercicio 2

Ejercicio resuelto

2. El vector de posición de una partícula es:

$\vec{r}(t)=2t\vec{i}+(3t^2+1)\vec{j}$, en unidades del SI.

Determina:

a) El vector de posición en los instantes t=0 y t=4 s.

b) El vector desplazamiento entre los instantes anteriores y su módulo.

c) La ecuación de la trayectoria. ¿Qué tipo de trayectoria es?

Mostrar retroalimentación

Antes de resolver los apartados, hay que tener en cuenta que la expresión "en unidades del SI" o "en unidades SI" significa que las distintas magnitudes que aparecen en el ejercicio vienen expresadas en las unidades que establece el Sistema Internacional de Unidades (SI) para ellas. Así, en este ejercicio, la posición estará expresada en metros (m) y el tiempo en segundos (s).

a) Para calcular el vector de posición para un valor de tiempo determinado, sólo hay que sustituir dicho valor del tiempo en la ecuación general del vector de posición. (Es decir, donde ponga t debemos poner el valor numérico del tiempo).

Así, para t=0 s, tenemos:

$$\vec{r}(0)=2\cdot 0\vec{i}+(3\cdot 0^2+1)\vec{j}$$

$$\vec{r}(0)=\vec{j}$$

Para t=4 s, tendremos:

$$\vec{r}(4)=2\cdot 4\vec{i}+(3\cdot 4^2+1)\vec{j}$$

$$\vec{r}(4)=8\vec{i}+(3\cdot 16+1)\vec{j}$$

$$\vec{r}(4)=8\vec{i}+(48+1)\vec{j}$$

$$\vec{r}(4)=8\vec{i}+49\vec{j}$$

b) El vector desplazamiento entre t=0 y t=4 s se calcula restando los vectores de posición para dichos valores de tiempo.

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(4)-\vec{r}(0)$$

Dado que conocemos ambos vectores, los sustituimos y operamos:

$$\Delta\vec{r}=8\vec{i}+49\vec{j}-\vec{j}=8\vec{i}+48\vec{j}$$

El módulo de dicho vector se calcula haciendo la raíz cuadrada de la suma de sus componentes al cuadrado.

$$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{8^2+48^2}$$

$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{64+2304}=\sqrt{2368}=48.66$ (en unidades del SI)

c) Para calcular la ecuación de la trayectoria, sólo tenemos que despejar el tiemp (t) de la componente x del vector de posición y sustituir la expresión en la componente y. Así, obtendremos y en función de x.

Veamos:

El vector de posición es: $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + (3t^2 + 1)\vec{j}$

Así, sus componentes son: $x = 2t$

$y = 3t^2 + 1$

Despejaremos t de la ecuación de la componente x. Como $x = 2t$, tenemos: $t = x/2$.

Ahora, sustituiremos el valor de t en la expresión de la componente y:

$$y = 3 \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 1$$

$$y = 3 \cdot \left(\frac{x^2}{4}\right) + 1$$

Ésta es la ecuación de la trayectoria.

Esta ecuación es una ecuación de segundo grado y corresponde a una parábola. Así que el móvil realizaría una trayectoria parabólica. Para comprobarlo, puedes darle valores a x y obtener los correspondientes valores de y y representar dichos puntos. Verás como te sale una parábola.

Ejercicio 3

Ejercicio resuelto

3. El vector de posición de un móvil es:

$\vec{r}(t)=(t^2+3)\vec{i}-(3t-2)\vec{j}$, en unidades del SI.

Determina el vector velocidad media entre los instantes t = 1 s y t = 3 s y su módulo.

Mostrar retroalimentación

La velocidad media mide el desplazamiento efectuado por un cuerpo en la unidad de tiempo.

El vector velocidad media se calcula a partir de la expresión: $\vec{v}_m=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

$\Delta\vec{r}$ representa el vector desplazamiento para los valores de tiempo establecidos.

Δt representa la diferencia de tiempos.

Así, calcularemos primeros los vectores de posición para t=1 s y para t=3 s.

Para t=1 s:

$$\vec{r}(1)=(1^2+3)\vec{i}-(3\cdot1-2)\vec{j}$$
$$\vec{r}(1)=(1+3)\vec{i}-(3-2)\vec{j}$$
$$\vec{r}(1)=4\vec{i}-(1)\vec{j}$$
$$\vec{r}(1)=4\vec{i}-\vec{j}$$

Para t=3 s:

$$\vec{r}(3)=(3^2+3)\vec{i}-(3\cdot3-2)\vec{j}$$
$$\vec{r}(3)=(9+3)\vec{i}-(9-2)\vec{j}$$
$$\vec{r}(3)=12\vec{i}-7\vec{j}$$

Así,

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(3)-\vec{r}(1)$$
$$\Delta\vec{r}=(12\vec{i}-7\vec{j})-(4\vec{i}-\vec{j})$$

Ahora, quitaremos los paréntesis. Como delante del segundo paréntesis hay un signo negativo, debemos cambiar el signo a todo lo que hay dentro del paréntesis.

$$\Delta\vec{r}=12\vec{i}-7\vec{j}-4\vec{i}+\vec{j}$$

Sumamos o restamos por vectores unitarios, es decir, sin mezclarlos entre sí:

$$\Delta\vec{r}=8\vec{i}-6\vec{j}$$

Calcularemos ahora Δt :

$$\Delta t=3-1=2$$

Podemos obtener ya $\vec{v}_m$

Podemos obtener ya $\vec{v}_m$:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{8\vec{i}-6\vec{j}}{2} = 4\vec{i}-3\vec{j}$$

Para calcular el módulo de la velocidad media, operamos de la siguiente manera:

$$\left|\vec{v}_m\right| = \sqrt{4^2+(-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$ (medido en unidades del SI)

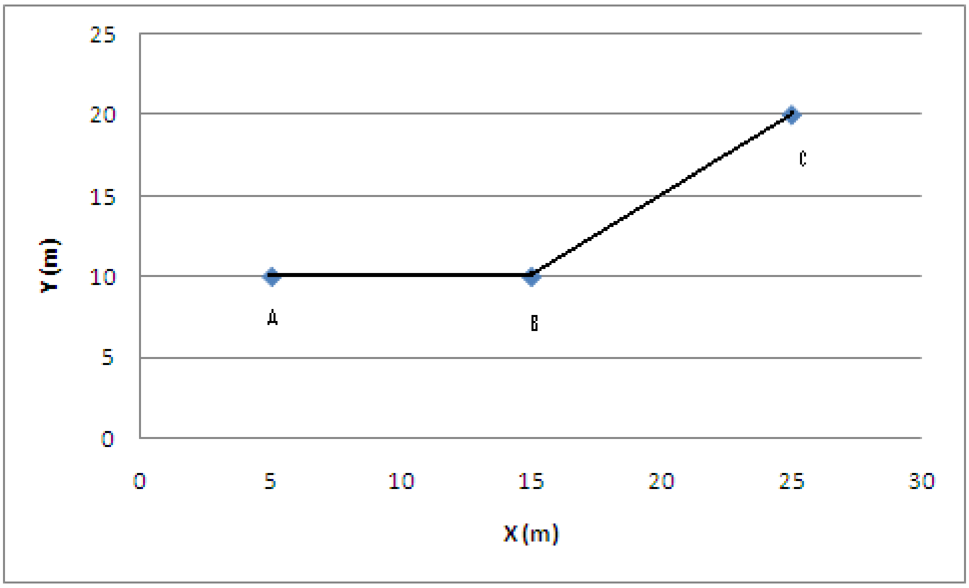
Ejercicio 4

Ejercicio resuelto

4. Un móvil sigue la trayectoria indicada en la figura. Parte del punto A, donde se encuentra en reposo, y tarda 5 s en llegar al punto B. Continúa su marcha sin detenerse y 10 s más tarde se encuentra en el punto C. Calcula:

a) El vector desplazamiento y su módulo en cada una de las dos etapas.

b) El vector velocidad media y su módulo en cada etapa.



Mostrar retroalimentación

a) Para calcular los vectores desplazamientos en las dos etapas (AB y BC) debemos calcular los vectores de posición en los puntos A, B y C. Para ello, debemos fijarnos en que el eje horizontal nos da los valores de la componente x y a partir del eje vertical podemos conocer la componente y.

Para el punto A tenemos: x= 5 ; y= 10

Por tanto, el vector de posición en dicho punto será: $\vec{r}_A = 5\vec{i}+10\vec{j}$

Para el punto B tenemos: x= 15 ; y= 10

Por tanto, el vector de posición en dicho punto será: $\vec{r}_B = 15\vec{i}+10\vec{j}$

Para el punto C tenemos: x= 25 ; y= 20

Por tanto, el vector de posición en dicho punto será: $\vec{r}_C = 25\vec{i}+20\vec{j}$

En la etapa AB, el vector desplazamiento será:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$
$$\Delta\vec{r} = (15\vec{i}+10\vec{j}) - (5\vec{i}+10\vec{j}) = 10\vec{i}$$

En la etapa BC, el vector desplazamiento será:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_C - \vec{r}_B$$

$$\Delta\vec{r} = (25\vec{i} + 20\vec{j}) - (15\vec{i} + 10\vec{j}) = 10\vec{i} + 10\vec{j}$$

b) El vector velocidad media podemos calcularlo a partir de la siguiente fórmula:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Para la etapa AB tenemos:

$$\vec{v}_m = \frac{10\vec{i}}{5} = 2\vec{i}$$

En la etapa BC, la velocidad media será:

$$\vec{v}_m = \frac{10\vec{i} + 10\vec{j}}{10} = \vec{i} + \vec{j}$$

Ejercicio 5

Ejercicio resuelto

5. La expresión del vector velocidad de un cuerpo en movimiento es:

$\vec{v}(t)=6\vec{i}+3t^2\vec{j}$, en unidades SI.

Determina el vector aceleración media entre los instantes t=0 s y t=2 s y su módulo.

Mostrar retroalimentación

La aceleración media mide la variación de la velocidad en la unidad de tiempo.

El vector aceleración media se calcula a partir de la expresión: $\vec{a}_m=\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

$|\vec{v}|=$ cte representa la variación del vector velocidad para los valores de tiempo establecidos.

Δt representa la diferencia de tiempos.

Así, calcularemos primeros los vectores velocidad para t=0 s y para t=2 s.

Para t=0 s:

$|\vec{v}|\neq$ cte.

Para t=2 s:

$$\vec{v}(2)=6\vec{i}+3\cdot 2^2\vec{j}=6\vec{i}+3\cdot 4\vec{j}=6\vec{i}+12\vec{j}$$

Así,

$$\Delta\vec{v}=\vec{v}(2)-\vec{v}(0)$$

$$\Delta\vec{v}=(6\vec{i}+12\vec{j})-(6\vec{i})$$

$$\Delta\vec{v}=12\vec{j}$$

Calcularemos ahora Δt :

$$\Delta t=2-0=2$$

Podemos obtener ya $\vec{a}_m$.

$$\vec{a}_m=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{12\vec{j}}{2}=6\vec{j}$$

Para calcular el módulo de la velocidad media, operamos de la siguiente manera:

$|\vec{a}_m|=\sqrt{6^2}=6$ (medido en unidades del SI)

Ejercicio 6

Ejercicio resuelto

6. Un insecto se mueve sobre el cristal de una ventana siguiendo una trayectoria definida por las siguientes ecuaciones:

$x = t^2$

$y = t + 2$, en unidades SI.

a) Calcula el desplazamiento realizado en el intervalo de tiempo comprendido entre t=1 s y t=3 s.

b) Calcula la velocidad media con que se ha desplazado el insecto durante ese intervalo de tiempo.

Mostrar retroalimentación

a) Para calcular el desplazamiento en ese intervalo de tiempo, debemos calcular primero el vector de posición para t=1 s y para t=3 s.

En este caso, no tenemos directamente el vector de posición, pero tenemos las coordenadas x e y. Por tanto, sólo tendremos que sustituir el valor del tiempo concreto en dichas coordenadas y después podremos determinar el vector de posición.

Así, para t= 1 s, tenemos:

$x = 1^2 = 1$

$y = 1 + 2 = 3$

El vector de posición será, por tanto: $\vec{r}(1) = 1\vec{i} + 3\vec{j} = \vec{i} + 3\vec{j}$

Para t= 3 s, tenemos:

$x = 3^2 = 9$

$y = 3 + 2 = 5$

El vector de posición será, por tanto: $\vec{r}(3) = 9\vec{i} + 5\vec{j}$

El vector desplazamiento lo calcularemos de la siguiente manera:

$\vec{v}$

b) Una vez calculado el vector desplazamiento, resulta muy fácil calcular el vector velocidad media en ese intervalo de tiempo:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{8\vec{i} + 2\vec{j}}{3-1} = \frac{8\vec{i} + 2\vec{j}}{2} = 4\vec{i} + \vec{j}$$

Mapa Conceptual

Mapa conceptual (pdf - 208.05 KB).

Ejercicio 7

Ejercicio resuelto

Imagina cómo se puede dar la posición de un móvil en un instante de su movimiento, en los siguientes casos:

a) Un objeto que se desplaza por una trayectoria conocida (por ejemplo, un coche circulando por una carretera).

b) Un objeto que se mueve en un plano (por ejemplo, un barco navegando).

c) Un objeto cualquiera (por ejemplo, una mosca).

d) Un objeto que realiza un movimiento circular (por ejemplo, la Tierra en órbita, que consideraremos casi circular, alrededor del Sol).

Mostrar retroalimentación

a) En el caso de un objeto moviéndose por una trayectoria conocida, basta con establecer el sistema de referencia y una distancia a ese sistema de referencia. Con un solo dato se establecería la posición del objeto.

b) En el caso de un objeto moviéndose por un plano necesitaremos un sistema de referencia, que puede ser cartesiano y dos coordenadas longitud y latitud.

c) En el caso del vuelo de una mosca necesitaremos un sistema de referencia espacial y tres coordenadas. En el caso de un sistema cartesiano, necesitaríamos longitud, latitud y altura.

d) En el caso de un movimiento circular, si establecemos un sistema de referencia en coordenadas polares, bastará con el radio y el ángulo de giro.

Ejercicio 8

Ejercicio resuelto

Un agente de la guardia civil de tráfico observa, que un vehículo que pasa ante él, comete una infracción y se lanza en su persecución hasta darle alcance. Lo adelanta y le hace detenerse.

Describe en qué momentos tiene el motorista una rapidez mayor, igual o menor que el vehículo.

Mostrar retroalimentación

El guardia civil emprende la persecución desde el reposo y tiene que alcanzar y adelantar al vehículo infractor. Por tanto, para darle alcance y adelantarlo, debe circular a mayor velocidad que el vehículo infractor. Teniendo esto en cuenta, hasta el momento del alcance el guardia civil ha circulado a menor, igual y mayor velocidad que el vehículo infractor. Una vez adelantado, el guardia civil debe adecuar su velocidad a la del vehiculo infractor y ambos llevarán igual velocidad hasta detenerse.

Ejercicio 9

Ejercicio resuelto

El policía de tráfico reanuda su camino y se desplaza con movimiento uniforme a 20m/s a lo largo de 100m. Si en los 100 m siguientes duplica su rapidez, justifica cuál será la velocidad media en todo el trayecto.

Mostrar retroalimentación

La velocidad media en todo el trayecto dependerá del desplazamiento efectuado y el tiempo empleado en ello. Si se trata de un M.R.U. podemos calcular fácilmente el tiempo empleado en cada tramo.

Primer tramo

$\Delta x = 100$ m
$v = 20$ m/s
$\Delta t = 100/20 = 5$ s.

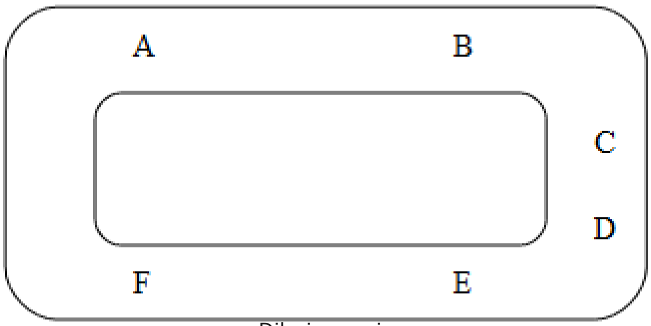
Segundo tramo
$\Delta v = \Delta x/\Delta t$; $\Delta t = \Delta x/v$
$\Delta x = 100$ m
$v = 40$ m/s (el doble que en el primer tramo)
$\Delta t = 100/40 = 2{,}5$ s.

La rapidez media en todo el trayecto ha sido:
$v = \Delta x/\Delta t = 200/7{,}5 = 26{,}7$m /s

Ejercicio 10

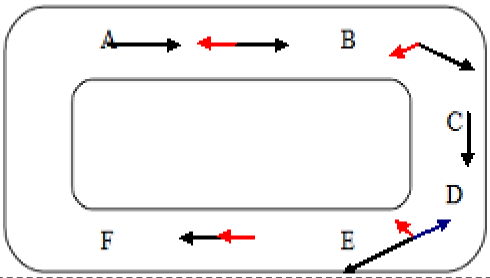
Ejercicio resuelto

Imagina que conduces un vehículo de carreras por un circuito como el representado en el dibujo. La rapidez en cada tramo cumple lo siguiente: en el tamo AB $\vec{v}$ disminuye; en el tramo BC la rapidez es constante; en el tramo CD $\vec{v}$ es constante; en el tramo DE la rapidez disminuye y en el EF $\vec{v}$ aumenta. Dibuja, en el punto medio de cada tramo, el vector velocidad y el vector aceleración.



Dibujo propio

Mostrar retroalimentación



Ejercicio 11

Ejercicio resuelto

5.-Aprovecha los conocimiento demostrados en el anterior apartado para razonar la dirección y sentido del vector aceleración en los siguientes casos:

a) Movimiento rectilíneo con rapidez constante $|\vec{v}| = cte$

b) Movimiento rectilíneo variando $|\vec{v}| \neq cte.$.

c) Movimiento curvilíneo con $|\vec{v}| = cte$.

d) Movimiento curvilíneo variando $|\vec{v}| \neq cte.$

Para resolver cada caso, primero representa el movimiento cualitativamente. Dibuja después el vector velocidad en dos instantes diferentes, t_1 y t_2. Por último, dibuja el vector para ese intervalo de tiempo (t_1, t_2).

Mostrar retroalimentación

a) No hay aceleración
b) El vector aceleración tendrá la misma dirección que el vector velocidad, pudiendo tener igual o diferente sentido.
c) El vector aceleración será perpendicular al vector velocidad y estará dirigido hacia el centro de la curva.
d) El vector aceleración será la suma vectorial de un vector perpendicular al vector velocidad y otro tangencial. Su sentido estará dirigido hacia el centro de la curva.

Ejercicio 12

Un móvil se encuentra en la posición inicial x_0 = 3 m y se mueve en el sentido positivo del eje OX con velocidad constantes de 8 m/s. Calcula:

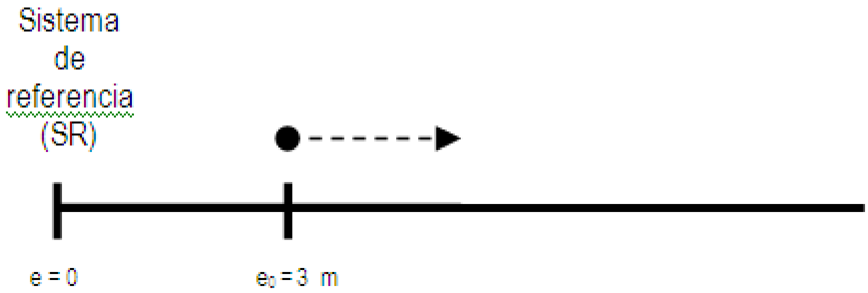
a) Su posición al cabo de 10 s.

b) La distancia recorrida en ese tiempo.

Mostrar retroalimentación

Como el móvil se mueve con velocidad constante, lleva un movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

La situación que se plantea es la siguiente:



a) Aplicando la ecuación que determina el espacio para este movimiento, tenemos:

$e = e_0 + v \cdot t$

$e = 3 + 8t$

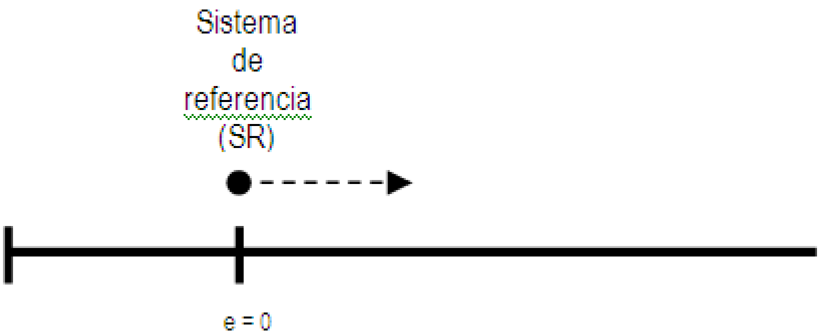
Sustituyendo el valor del tiempo, tenemos:

$e = 3 + 8 \cdot 10 = 3 + 80 = 83$ m

b) Para calcular la distancia recorrida tenemos que restarle a la posición final el valor de la posición inicial:

Distancia recorrida = 83 - 3 = 80 m

Otra forma de plantear el ejercicio es situando el sistema de referencia a los 3 m, con lo que dicha posición sería la posición inicial:



En este caso, la posición al cabo de 10 s sería:

$e = 0 + 8 \cdot 10 = 0 + 80 = 80$ m

Como ahora la posición inicial es 0, la distancia recorrida coincide con el valor de la posición final:

Distancia recorrida = 80 - 0 = 80 m

Vemos que, independientemente de dónde se coloque el SR, el resultado final es el mismo.

Ejercicio 13

Ejercicio resuelto

2.Cierto avión necesita, como mínimo, una velocidad de 300 km/h para iniciar el despegue. Si, partiendo del reposo, tarda 30 s en despegar, calcula:

a) La aceleración, supuesta constante, que proporcionan los motores del avión.

b) La longitud mínima que debe tener la pista de aterrizaje para que pueda despegar.

Mostrar retroalimentación

En este caso, el avión presenta un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Los datos que tenemos son:

$v_0 = 0$

$v = 300$ km/h

$t = 30$ s

Para operar utilizando siempre las mismas unidades, vamos a hacer un cambio de unidades en la velocidad. Vamos a pasarla a m/s. Para ello utilizaremos factores de conversión:

$$300\frac{km}{h}\cdot\frac{1000m}{1km}\cdot\frac{1h}{3600s}=83.3m/s$$

Para obtener la aceleración, utilizamos la fórmula de la velocidad:

$v = v_0 + a \cdot t$

Sustituimos los datos que tenemos (como todas las magnitudes están medidas utilizando las mismas unidades, podemos no ponerlas en la ecuación y simplificar así las operaciones):

$83.3 = 0 + a \cdot 30$

$83.3 = 30a$

$a = 83.3/30$

$\mathbf{a = 2.8\ m/s^2}$

Una vez conocida la aceleración, podemos utilizar la fórmula del espacio para calcular la longitud mínima que debe tener la pista. La longitud de ésta debe ser, como mínimo, la distancia que necesite recorrer un avión con estas características.

$$e=e_0+v_0\cdot t+\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$$

Sustituyendo los valores, tenemos:

$$e=0+0\cdot 30+\frac{1}{2}\cdot 2.8\cdot 30^2$$

$e = 0 + 0 + 1250$

e = 1250 m (Ésta es la longitud mínima que debe tener la pista).

Ejercicio 14

Ejercicio resuelto

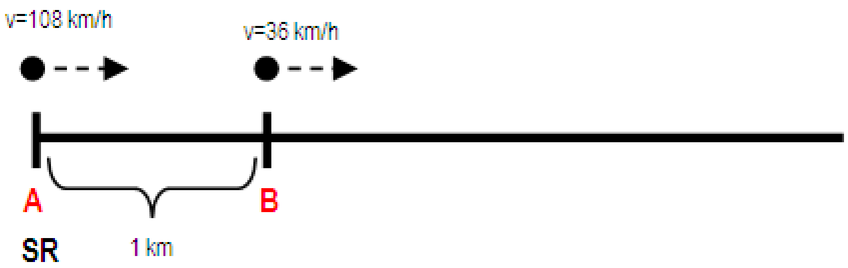
3. Desde dos pueblos, A y B, separados 1 km, parten dos coches en el mismo instante con velocidades constantes de 108 km/h y 36 km/h, en la misma dirección y sentido de A a B. Calcula:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.

b) La distancia a la cual se encuentran, medida desde A.

Mostrar retroalimentación

La situación que se plantea es la siguiente:



Vamos a trabajar considerando la distancia en kilómetros y el tiempo en horas.

Consideraremos la ecuación del movimiento para ambos móviles. Como la velocidad es constante en los dos casos, ambos llevan un MRU.

Móvil 1	Móvil 2
$e = e_0 + v \cdot t$	$e = e_0 + v \cdot t$
$e = 0 + 108t$	$e = 1 + 36t$

Para que dos móviles se encuentren, deben estar en el mismo sitio al mismo tiempo.

Así: e (móvil 1) = e (móvil 2)

$108t = 1 + 36t$

$108t - 36t = 1$

$72t = 1$

$t = 1/72$

$t = 0.0139$ h

Si quisiéramos pasar esta cantidad a minutos, habría que multiplicar por 60 y si la quisiéramos en segundos, por 3600.

Para calcular el punto de encuentro, sólo hay que sustituir el tiempo en alguna de las ecuaciones de posición.

Si la sustituimos en el móvil 1:

$e = 108 \cdot 0.0139 = 1.5$ km

Si la sustituimos en el móvil 2:

$e = 1 + 36 \cdot 0.0139 = 1.5$ km

Como vemos, el resultado es el mismo.

Así que los móviles se encontrarán a los 1.5 km, desde el SR.

Ejercicio 15

Ejercicio resuelto

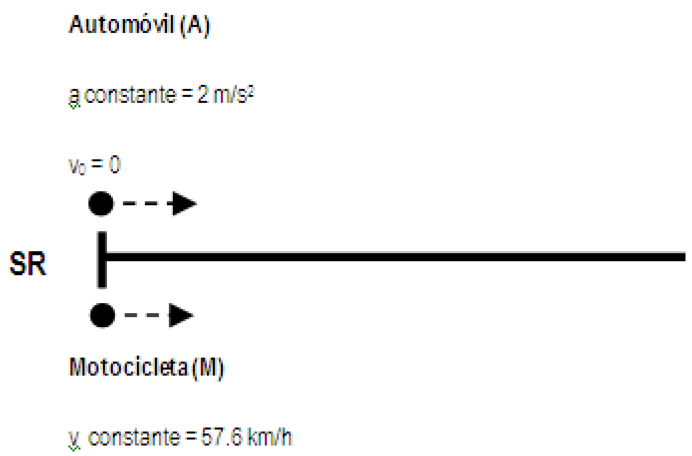
4. En el momento en que un semáforo cambia a verde, un automóvil arranca con aceleración constante de 2 m/s^2. En ese mismo instante, el automóvil es adelantado por una motocicleta que circula a una velocidad constante de 57.6 km/h. Calcula:

a) La distancia, medida desde el semáforo, a la cual el coche alcanza a la motocicleta.

b) La velocidad del coche en el instante del encuentro.

Mostrar retroalimentación

La situación que se plantea en el problema es la siguiente:



El automóvil lleva un MRUA mientras que la motocicleta lleva un MRU.

Debemos pasar la velocidad de la motocicleta de km/h a m/s para trabajar con las mismas unidades.

$$57.6km/h = \frac{57.6km}{1h} \cdot \frac{1000m}{1km} \cdot \frac{1h}{3600s} = 16m/s$$

Las ecuaciones que determinan la posición de ambos móviles son:

Automóvil (MRUA)	Motocicleta (MRU)
$e = e_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$	$e = e_0 + v \cdot t$
$e = 0 + 0 + 1/2 \cdot 2 \cdot t^2$	$e = 0 + 16t$
$e = t^2$	$e = 16\,t$

Para que los dos móviles se encuentren, deben estar en el mismo sitio al mismo tiempo. Por tanto, igualamos las ecuaciones de la posición de ambos móviles:

$t^2 = 16t$

Pasamos los dos miembros a un lado:

$t^2 - 16t = 0$

Para resolver esta ecuación de segundo grado, podemos actuar de varias maneras. Lo más fácil es sacar t como factor común:

$t \cdot (t - 16) = 0$

Esta ecuación tiene dos soluciones: $t = 0$

$t - 16 = 0;\ t = 16$ s

Los dos móviles se encontrarán a los 16 s.

Para calcular el punto en el que se encuentran, debemos sustituir este valor del tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones de la posición.

$e = 16^2 = 256$ m

La velocidad del automóvil cuando se encuentran ambos móviles será:

$v = v_0 + a \cdot t$

$v = 0 + 2 \cdot 16$

$v = 32$ m/s

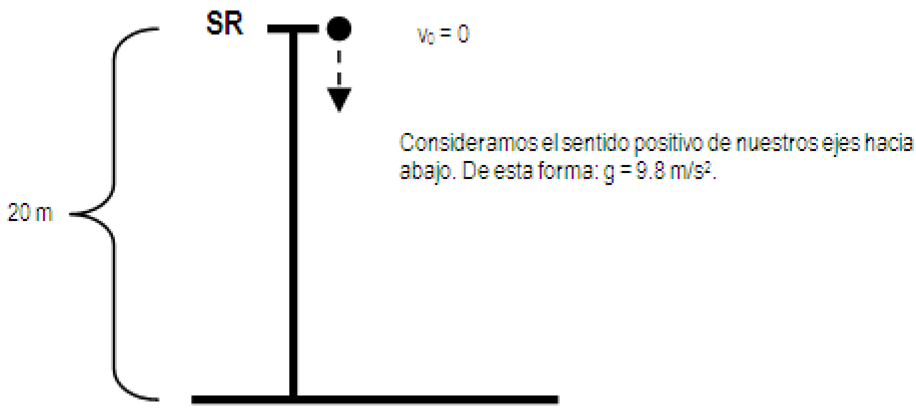
Ejercicio 16

Ejercicio resuelto

5. ¿Cuál es la velocidad con la que llega al suelo una pelota que se ha dejado caer libremente desde 20 m de altura? ¿Qué tiempo tarda en llegar?

Mostrar retroalimentación

El esquema del problema es el siguiente:



Se trata de un MRUA, en concreto, de un movimiento de caída libre.

Como no conocemos ni la velocidad final de la pelota ni el tiempo que tarda en llegar al suelo, utilizaremos la siguiente ecuación:

$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$

$v^2 = 0 + 2 \cdot 9.8 \cdot 20$

$v^2 = 392$

$v = \pm\sqrt{392}$ (Según nuestro criterio de elección de ejes, sólo nos vale la solución positiva).

v = 19.8 m/s

Una vez que conocemos la velocidad final, si la sustituimos en la siguiente ecuación, podemos calcular el tiempo de caída:

$v = v_0 + a \cdot t$

$19.8 = 0 + 9.8 \cdot t$

$t = 19.8/9.8$

t = 2.02 s

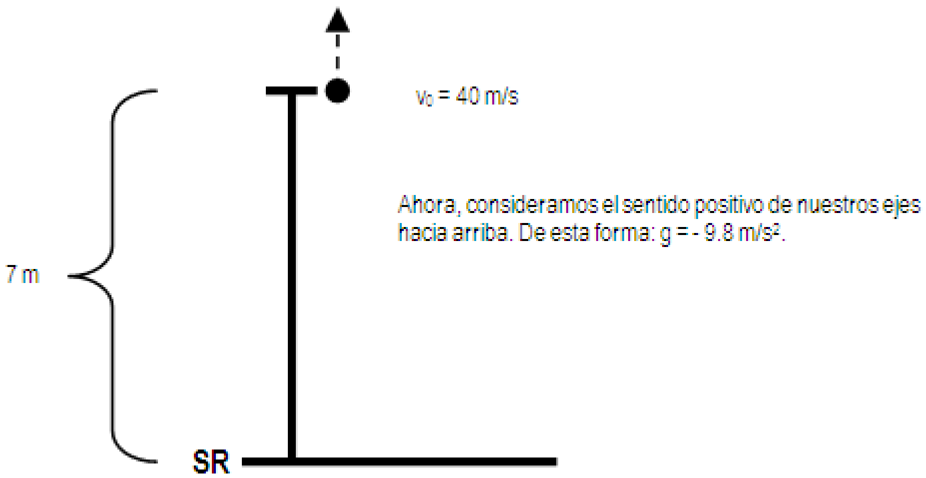
Ejercicio 17

Ejercicio resuelto

6. Desde una altura de 7 m lanzamos verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 40 m/s. Calcula la altura máxima que alcanza, medida desde el suelo, y el tiempo que tarda en alcanzar dicha altura.

Mostrar retroalimentación

El problema que se nos plantea podemos representarlo de la siguiente manera:



Debemos calcular la altura máxima que alcanza la pelota y el tiempo que tarda en alcanzar dicha altura.

Tenemos que tener en cuenta que cuando la pelota alcanza su altura máxima, su velocidad se hace 0. Utilizando la ecuación de la velocidad para un MRUA, tenemos:

$v = v_0 + a \cdot t$

$0 = 40 + (-9.8) \cdot t$

$0 = 40 - 9.8t$

$9.8t = 40$

$t = 40/9.8$

$t = 4.08$ s

Ahora, sustituiremos los datos que conocemos en la ecuación del espacio para conocer la altura máxima:

$e = e_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$

$e = 7 + 40 \cdot 4.08 + 1/2 \cdot (-9.8) \cdot 4.08^2$

$e = 7 + 163.2 - 81.6$

$e = 88.6$ m

Ejercicio 18

Ejercicio resuelto

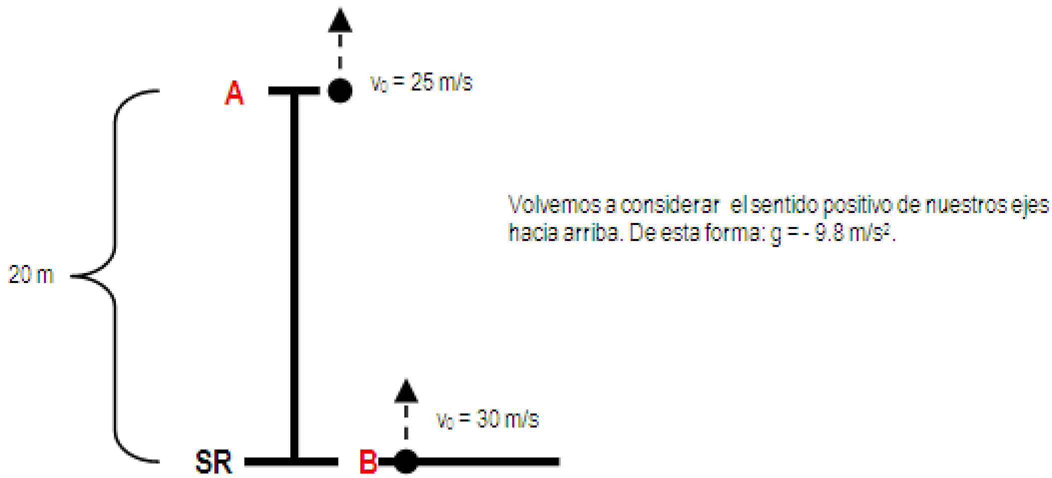
7. Desde una azotea a 20 m de altura del suelo se lanza hacia arriba una piedra con una velocidad de 25 m/s. Al mismo tiempo, desde el suelo, se lanza otra piedra, también hacia arriba, con una velocidad de 30 m/s. Calcula:

a) La distancia del suelo a la que se cruzan y el tiempo que tardan en cruzarse.

b) Las velocidades de cada piedra en ese instante.

Mostrar retroalimentación

La situación que se plantea es la siguiente:



Debemos calcular el punto en el que se encuentran las piedras, el tiempo que tardan en encontrarse y las velocidades de ambos móviles en el punto de encuentro.

Ambos móviles llevan un MRUA (se trata de caídas libres).

Escribiremos las ecuaciones del espacio para ambas piedras:

Móvil A	Móvil B
$e = e_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$	$e = e_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$
$e = 20 + 25t + 1/2\ (-9.8)t^2$	$e = 0 + 30t + 1/2\ (-9.8)t^2$
$e = 20 + 25t - 4.9t^2$	$e = 30t - 4.9t^2$

Para que las dos piedras se encuentren, deben estar en el mismo sitio en el mismo tiempo. Por tanto, igualamos las ecuaciones del espacio de ambos móviles:

$20 + 25t - 4.9t^2 = 30t - 4.9t^2$

Podemos simplificar esta ecuación y tenemos:

$20 + 25t = 30t$

$20 = 30t - 25t$

$20 = 5\ t$

$t = 20/5$

$\mathbf{t = 4\ s}$

Si sustituimos este valor del tiempo en cualquiera de las ecuaciones del espacio, obtenemos el punto en el que se encuentran ambas piedras:

$e = 30 \cdot 4 - 4.9 \cdot 4^2$

$e = 120 - 78.4$

$e = 41.6$ m (Esta distancia debe considerarse desde el SR)

Ahora calcularemos la velocidad de cada piedra a t= 4s.

$v = v_0 + a \cdot t$

Para el móvil A:

$v = 25 - 9.8 \cdot 4$; $v = -14.2$ m/s

Para el móvil B:

$v = 30 - 9.8 \cdot 4$; $v = -9.2$ m/s

El sentido negativo de la ambas velocidades indica que ambas piedras van cayendo cuando se encuentran.

Ejercicio 19

Ejercicio resuelto

¿Has contado alguna vez las veces que coges el coche al día? Los viajes en coche son algo cotidiano hoy en día. Pero seguro que nunca habrás analizado un viaje en coche como lo vamos a hacer ahora. Eso sí, vamos a suponer que todo nuestro viaje va en línea recta (cosa que no es cierta, porque ya sabemos que en las carreteras hay curvas). ¡Pero ya verás todo lo que vamos a aprender sobre nuestro viaje!

Imagen de ayuri21_8 con algunos derechos reservados.

1. Coges el coche del aparcamiento y, antes de incorporarte a la autovía, recorres 250 m con aceleración constante durante 20 s. Calcula la aceleración que adquiere el coche.

Mostrar retroalimentación

1. Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. La ecuación de este movimiento se puede expresar de la siguiente forma:

$$x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + ½ \cdot a \cdot \Delta t^2$$

Teniendo en cuenta los valores iniciales (x_0= 0 m, v_0= 0 m/s y t_0 = 0 s) podemos despejar la aceleración:

$$a = \frac{2x}{\Delta t^2} = \frac{2 \cdot 250}{20^2} = 1{,}25\ m/s^2$$

2. Calcula la velocidad con la que te incorporas a la autovía. Expresa el resultado en km/h.

Mostrar retroalimentación

Para calcular la velocidad con la que se incorpora a la autopista, utilizaremos la ecuación del MRUA:

$$v = v_0 + a\ \Delta t$$

Si sustituimos losvalores iniciales, podemos calcular lavelocidad con la que se incorpora a la autovía:

$v = 0 + 1{,}25 \cdot 20 = 25$ m/s

Expresamos esta velocidd en km/k. Para ello utilizaremos factores de conversión:

$$25\frac{m}{s}\cdot\frac{1\ km}{1000\ m}\cdot\frac{3600\ s}{1} = 90\ \frac{km}{h}$$

La velocidad con la que se incorpora a la vía es de 90 km/h.

3. Imagina que recorres 25 km circulando con esa velocidad constante por la autovía. ¿Cuánto tiempo habrás tardado en recorrer dicha distancia?

Mostrar retroalimentación

El movimiento que realiza el móvil se puede considerar como un MRU.

Las ecuaciones que vamos a aplicar son:

$$x = x_0 + \Delta t$$

Despejamos el tiempo de esta ecuación:

$$\Delta t = \frac{x.x_0}{v} = \frac{25-0}{90} = 0{,}28\ h$$

El coche tarda 0,28 h en recorrer 25 km. Podemos expresar este tiempo en segundo:

$$0{,}28\ h\cdot\frac{3600\ s}{1\ h} = 1000\ s$$

4. Tras tu recorrido en la autovía, decides salirte y parar a repostar. Si tardas 30 s en recorrer la distancia que te separa de la gasolinera (600 m), ¿cuál será ahora el valor de la aceleración?

Mostrar retroalimentación

Podemos suponer que el movimiento que realiza el coche es rectilíneo uniformemente decelerado.

Los valores que conocemos son:

$x_0 = 0$ m

$x = 600$ m

$v = 0$ m/s

$\Delta t = 30$ s

Las ecuaciones del movimiento son:

$$x = x_0 + v_0\ \Delta t + ½\cdot a\ \Delta t^2\ [1]$$

$$v = v_0 + a\ \Delta t\ [2]$$

Despejamos la velocidad inicial de la segunda ecuación:

$$v_0 = -a\cdot\Delta t$$

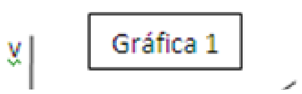
Sustituimos en la primera ecuación:

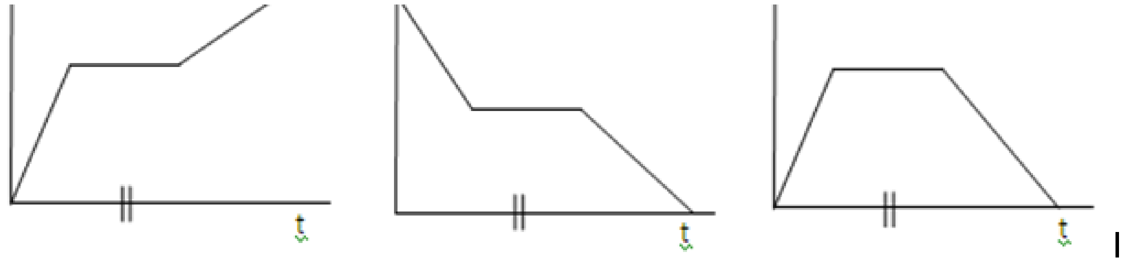
$$x = (-a\cdot\Delta t)\cdot\Delta t + ½\ a\cdot\Delta t^2 = -a\Delta t^2 + ½\ a\Delta t^2 = -½\ a\Delta t^2$$

Despejamos la aceleración

$$a = \frac{-2x}{\Delta t^2} = \frac{-2\cdot 600}{30^2} = -1{,}33\ m/s^2$$

5. Justifica cuál de las siguientes gráficas representa el movimiento que has llevado hasta ahora en las distintas etapas.





Mostrar retroalimentación

La gráfica 3 representa el movimiento descrito. Ya que en el primer tramo se trata de un MRUA, en segundo de un MRU y en el tercero un MRUD. La velocidad en el primer tramo aumenta de forma uniforme, en el segundo permanece constante y en el tercer disminuye de forma uniforma.

6. Imagina que ya vas circulando dentro de tu ciudad, de manera que vas a 50 km/h (las leyes no permiten ir a más velocidad dentro de poblado). De repente, un niño atraviesa la calle tras su pelota. Afortunadamente, logras detener el coche sin atropellar al niño. Sabiendo que tardas 0.8 s en reaccionar y pisar el freno y que, una vez que pisas el freno, la aceleración de frenado es de -20 m/s^2, ¿qué distancia recorre tu coche desde que ves al niño hasta que terminas por pararte?

Mostrar retroalimentación

Podemos suponer que el movimiento que realiza el coche es rectilíneo uniformemente decelerado. Los valores que conocemos son:

x_0 = 0 m

v_0 = 50 km/h = 13,9 m/s

a = - 20 m/s^2

Sabemos que el tiempo de reacción es de 0,8 s. Durante este tiempo el coche se mueve con MRU. Para calcular la distancia recorrida dividiremos el movimiento en dos tramos:

Primer tramo (MRU)

$x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t$

$x_1 = 0 + 13.9 \cdot 0.8 = 11.12$ m

Segundo tramo (MRUA)

$$x = x_0 + v_0\, \Delta t + ½ \cdot a\, \Delta t^2 \; [1]$$
$$v = v_0 + a\, \Delta t \; [2]$$

Calculamos el tiempo que tarda en detenerse:

$$v = v_0 + a\, \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 13.9}{-20} = 0.69\ s$$

Calculado el tiempo que tarda en detanerse lo sustituimos en la primera ecuación, considerando como posición inicial la posición alcanzada en el primer tramo:

$$x_2 = 11.12 + 13.9 \cdot 0.69 - 1/2\ (-20)(0.69)^2 = 16.36 \text{ m}$$

El coche recorre 13.36 m antes de detenerse.

7. Por fin llegas a casa y bajas del coche. Para tu próximo viaje, te gustaría elegir otro destino, pero estás indeciso entre dos. Por ello, lo decides a cara o cruz. Lanzas

destino, pero estás indeciso entre dos. Por ello, lo decides a cara o cruz. Lanzas verticalmente hacia arriba una moneda; desde que la lanzas hasta que vuelve a caer sobre tu mano (suponiendo que no mueves la mano desde tu lanzamiento) la moneda tarda 8 s. ¿Con qué velocidad lanzaste la moneda?

Mostrar retroalimentación

Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Las ecuaciones en ele eje Y vendrán dadas por:

$$y = y_0 + v_0\ \Delta t + ½\cdot g\ \Delta t^2\ [1]$$

$$v = v_0 + g\ \Delta t\ [2]$$

Si la moneda sale y llega al mismo sitio, la velocidad final será igual a la velocidad de lanzamiento, salvo por el signo "-" que indica que se mueve hacia abajo.

$$v = -v_0$$

Sustituimos en la ecuación y despejamos en [2]

$$-\ v_0 = v_0 + g\cdot\Delta t$$

$$-2v_0 = g\cdot\Delta t$$

$$v_0 = \frac{g\cdot\Delta t}{-2} = \frac{-9.8\cdot 8}{-2} = 39.2\ m/s$$

La moneda se lanza con una velocidad de 39,2 m/s

Aviso Legal

El presente texto (en adelante, el "**Aviso Legal**") regula el acceso y el uso de los contenidos desde los que se enlaza. La utilización de estos contenidos atribuye la condición de usuario del mismo (en adelante, el "**Usuario**") e implica la aceptación plena y sin reservas de todas y cada una de las disposiciones incluidas en este Aviso Legal publicado en el momento de acceso al sitio web. Tal y como se explica más adelante, la autoría de estos materiales corresponde a un trabajo de la **Comunidad Autónoma Andaluza, Consejería de Educación y Deporte (en adelante Consejería de Educación y Deporte**).

Con el fin de mejorar las prestaciones de los contenidos ofrecidos, la Consejería de Educación y Deporte se reserva el derecho, en cualquier momento, de forma unilateral y sin previa notificación al usuario, a modificar, ampliar o suspender temporalmente la presentación, configuración, especificaciones técnicas y servicios del sitio web que da soporte a los contenidos educativos objeto del presente Aviso Legal. En consecuencia, se recomienda al Usuario que lea atentamente el presente Aviso Legal en el momento que acceda al referido sitio web, ya que dicho Aviso puede ser modificado en cualquier momento, de conformidad con lo expuesto anteriormente.

Régimen de Propiedad Intelectual e Industrial sobre los contenidos del

Imprimible

Descargar imprimible (pdf - 3249.1 KB).