

Cálculo integral

Integral por partes

Mariano Real Pérez



Integrales indefinidas

Integración por partes

De la regla para obtener la derivada de un producto

$$\frac{d}{dx} [f(x) g(x)] = \frac{df(x)}{dx} g(x) + f(x) \frac{dg(x)}{dx}$$

se tiene

$$\int \frac{d}{dx} [f(x) g(x)] dx = \int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx + \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$



Integrales indefinidas

Integración por partes

De la regla para obtener la derivada de un producto

$$\frac{d}{dx} [f(x) g(x)] = \frac{df(x)}{dx} g(x) + f(x) \frac{dg(x)}{dx}$$

se tiene

$$\int \frac{d}{dx} [f(x) g(x)] dx = \int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx + \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

pero por la definición misma de la integral indefinida

$$\int \frac{d}{dx} [f(x) g(x)] dx = f(x) g(x)$$



Integrales indefinidas

Integración por partes

De la expresión

$$\int \frac{d}{dx} [f(x) g(x)] dx = \int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx + \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

tenemos entonces

$$f(x) g(x) = \int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx + \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$



Integrales indefinidas

Integración por partes

De la expresión

$$\int \frac{d}{dx} [f(x) g(x)] dx = \int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx + \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

tenemos entonces

$$f(x) g(x) = \int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx + \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

Despejando

$$\int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

que es la formula de integración por partes



Integrales indefinidas

Integración por partes

$$\int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

Ejemplo 1: $\int x e^x dx$



Integrales indefinidas

Integración por partes

$$\int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

Ejemplo 1: $\int x e^x dx$

Identificamos

$$\frac{df(x)}{dx} = e^x \quad y \quad g(x) = x$$



Integrales indefinidas

Integración por partes

$$\int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

Ejemplo 1: $\int x e^x dx$

$$\frac{df(x)}{dx} = e^x \quad \text{y} \quad g(x) = x$$

Entonces

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x \frac{dx}{dx} dx$$



Integrales indefinidas

Integración por partes

$$\int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

Ejemplo 1: $\int x e^x dx$

$$\frac{df(x)}{dx} = e^x \quad y \quad g(x) = x$$

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x \frac{dx}{dx} dx$$

De donde

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx$$



Integrales indefinidas

Integración por partes

$$\int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

Ejemplo 1: $\int x e^x dx$

$$\frac{df(x)}{dx} = e^x \quad \text{y} \quad g(x) = x$$

$$\int x e^x dx = x e^x - \int e^x \frac{dx}{dx} dx = x e^x - \int e^x dx$$

Finalmente

$$\int x e^x dx = x e^x - e^x = (x - 1) e^x$$



Integrales indefinidas

Integración por partes

$$\int \frac{df(x)}{dx} g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) \frac{dg(x)}{dx} dx$$

$$\int x e^x dx = (x - 1) e^x$$

Es muy fácil verificar que el resultado es correcto haciendo la derivada

