FUNCIONES POLINÓMICAS

- Una función polinómica de grado "n" es de la forma
  $f(x) = P(x)$, siendo $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$, con $n \in \mathbb{N}$, con $a_i \in \mathbb{R}$ y $a_n \neq 0$
- El dominio de estas funciones son todos los números reales: $Dom\ f = \mathbb{R}$. Son continuas en $\mathbb{R}$

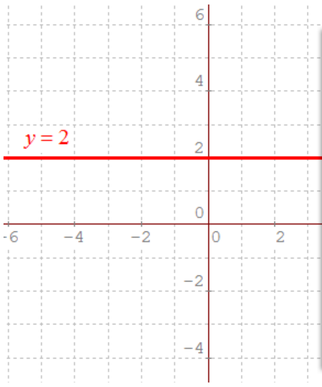
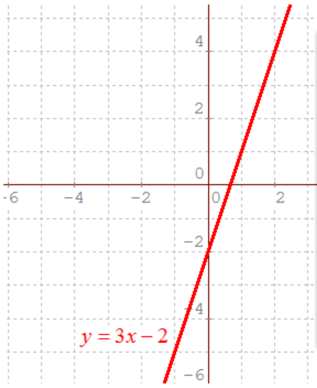
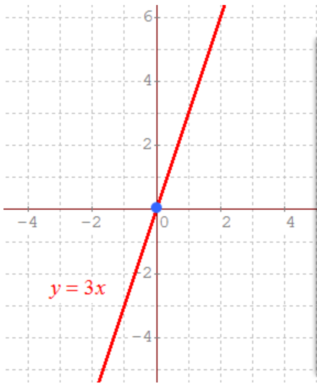
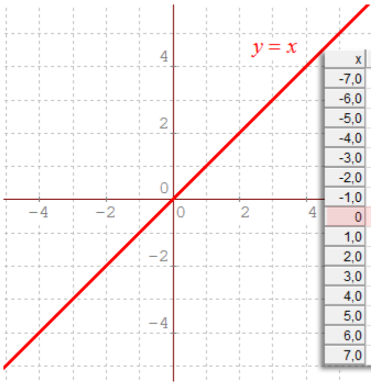
Tipo de Función	**Expresión algebraica y Clase de gráfica**	**Características y Observaciones**	**Representación gráfica y Tabla de valores**	**Algunos Ejemplos**
Función **constante**	$\boxed{y = k}$ $\forall k \in \mathbb{R}$ $Dom\ f = \mathbb{R}$ Su gráfica es una **recta**	- Su gráfica es una recta horizontal paralela al eje de abscisas (eje X). - Si k > 0 entonces la recta está por encima del eje X - Si k < 0 entones la recta está por debajo del eje X NOTA: las rectas verticales, paralelas al eje Y, tienen como expresión algebraica $\boxed{x = k}$	 (Tabla 1)	$y = 3$ $y = -2$ ……
Funciones polinómicas de 1º grado Función **afín**	$\boxed{y = mx + b}$ $\forall\ m, b \in \mathbb{R}\ ;\ m \neq 0$ $Dom\ f = \mathbb{R}$ $Im\ f = \mathbb{R}$ Su gráfica es una **recta**	- Su gráfica es una recta oblicua - Queda definida por dos puntos - La pendiente de la recta es "m" - La constante "b" es el punto de corte con el eje Y, pasa por el punto Q(0,b) - Cuando mayor es |m| más cerca del eje de ordenadas (eje Y) está y viceversa. - Si m > 0 se sitúa en los cuadrantes 1º y 3º - Si m < 0 se sitúa en los cuadrantes 2º y 4º - La inclinación de la recta depende del valor de la pendiente.	 (Tabla 2)	$y = 2x - 3$ $y = -x + 2$ ……
Funciones polinómicas de 1º grado Función **lineal**	$Dada\ \ y = mx + b$ $Si\ b = 0\ entonces$ $\boxed{y = mx}$ Su gráfica es una **recta**	- Se denomina también de proporcionalidad directa - Siempre pasa por el origen de coordenadas O(0,0)	 (Tabla 3)	$y = \frac{2}{3}x$ $y = -x$ ……
Funciones polinómicas de 1º grado Función **identidad**	$Dada\ \ y = mx + b$ $Si\ m = 1\ y\ b = 0$ $entonces\ \boxed{y = x}$ Su gráfica es una **recta**	- Su pendiente es m = 1 Es la bisectriz del 1º y 3º cuadrante y forma un ángulo de 45º con el eje X Siempre pasa por el origen de coordenadas O(0,0) $\boxed{y = -x}$ Es la bisectriz del 2º y 4º cuadrante	 (Tabla 4)	

Tabla 1

x	y
-7,0	2,0
-6,0	2,0
-5,0	2,0
-4,0	2,0
-3,0	2,0
-2,0	2,0
-1,0	2,0
0	2,0
1,0	2,0
2,0	2,0
3,0	2,0
4,0	2,0
5,0	2,0
6,0	2,0
7,0	2,0
8,0	2,0

Tabla 2

x	y
-7,0	-23,0
-6,0	-20,0
-5,0	-17,0
-4,0	-14,0
-3,0	-11,0
-2,0	-8,0
-1,0	-5,0
0	-2,0
1,0	1,0
2,0	4,0
3,0	7,0
4,0	10,0
5,0	13,0
6,0	16,0
7,0	19,0

Tabla 3

x	y
-7,0	-21,0
-6,0	-18,0
-5,0	-15,0
-4,0	-12,0
-3,0	-9,0
-2,0	-6,0
-1,0	-3,0
0	0
1,0	3,0
2,0	6,0
3,0	9,0
4,0	12,0
5,0	15,0
6,0	18,0
7,0	21,0
8,0	24,0

Tabla 4

x	y
-7,0	-7,0
-6,0	-6,0
-5,0	-5,0
-4,0	-4,0
-3,0	-3,0
-2,0	-2,0
-1,0	-1,0
0	0
1,0	1,0
2,0	2,0
3,0	3,0
4,0	4,0
5,0	5,0
6,0	6,0
7,0	7,0

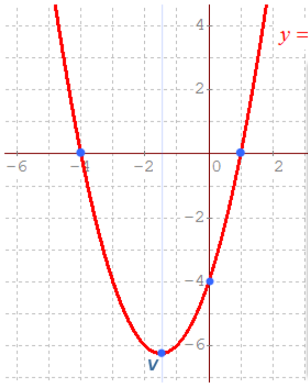
<table>
<tr><th>Tipo de Función</th><th>Expresión algebraica y Clase de gráfica</th><th>Características y Observaciones</th><th>Representación gráfica y Tabla de valores</th><th>Algunos Ejemplos</th></tr>
<tr>
<td>Funciones polinómicas de 2º grado

Función cuadrática</td>
<td>$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$

$\forall a,b,c \in \mathbb{R}$
$a \neq 0$

$Dom\ f = \mathbb{R}$

Su gráfica es una curva llamada parábola

Tienen ramas parabólicas</td>
<td>- Vértice en el punto $V\left(\frac{-b}{2a}, f(\frac{-b}{2a})\right)$
- Eje de simetría en $x = -\frac{b}{2a}$
- <u>Puntos de corte con el eje X</u>: se obtienen resolviendo la ecuación de 2º grado asociada $ax^2 + bx + c = 0$
- <u>Punto de corte con el eje Y</u>: calculamos f(0), siendo Q(0,c)
- Si a > 0 las ramas parabólicas están hacia arriba (el vértice es un mínimo)
- Si a < 0, las ramas parabólicas están hacia abajo (el vértice es un máximo)
- Cuanto mayor sea |a| más próximas están las ramas al eje de ordenadas (eje Y) y viceversa</td>
<td>

<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-7,0</td><td>24,0</td></tr>
<tr><td>-6,0</td><td>14,0</td></tr>
<tr><td>-5,0</td><td>6,0</td></tr>
<tr><td>-4,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>-3,0</td><td>-4,0</td></tr>
<tr><td>-2,0</td><td>-6,0</td></tr>
<tr><td>-1,0</td><td>-6,0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>-4,0</td></tr>
<tr><td>1,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>2,0</td><td>6,0</td></tr>
<tr><td>3,0</td><td>14,0</td></tr>
<tr><td>4,0</td><td>24,0</td></tr>
<tr><td>5,0</td><td>36,0</td></tr>
<tr><td>6,0</td><td>50,0</td></tr>
<tr><td>7,0</td><td>66,0</td></tr>
</table></td>
<td>$y = x^2 - 5x + 6$
$y = -x^2 - x + 12$
……</td>
</tr>
<tr>
<td>Funciones polinómicas de 3º grado

Función cúbica</td>
<td>$\boxed{y = ax^3 + bx^2 + cx + d}$

$\forall a,b,c,d \in \mathbb{R}$
$a \neq 0$

$Dom\ f = \mathbb{R}$

Su gráfica es una curva
Tienen ramas parabólicas</td>
<td>A veces, y con 3 raíces reales, la curva toma las siguientes formas:
- Si a > 0 la curva tiene forma parecida a una N mayúsculas
- Si a < 0 tiene forma parecida a una N mayúsculas invertida
- Cuanto mayor es |a| más estilizada es la curva y viceversa

<u>Los puntos de corte con el eje X</u>: se obtienen resolviendo la ecuación de 3º grado asociada

<u>El punto de corte con el eje Y</u>: se obtiene calculando f(0), siendo Q(0, d)</td>
<td>

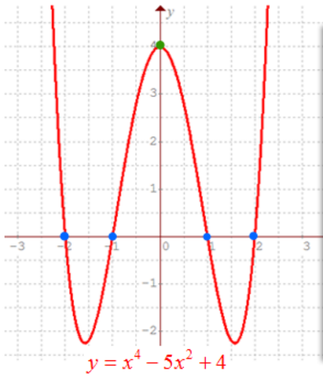
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-3,5</td><td>-73,125</td></tr>
<tr><td>-3,0</td><td>-48,0</td></tr>
<tr><td>-2,5</td><td>-28,875</td></tr>
<tr><td>-2,0</td><td>-15,0</td></tr>
<tr><td>-1,5</td><td>-5,625</td></tr>
<tr><td>-1,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>-0,5</td><td>2,625</td></tr>
<tr><td>0</td><td>3,0</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>1,875</td></tr>
<tr><td>1,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1,5</td><td>-1,875</td></tr>
<tr><td>2,0</td><td>-3,0</td></tr>
<tr><td>2,5</td><td>-2,625</td></tr>
<tr><td>3,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>3,5</td><td>5,625</td></tr>
<tr><td>4,0</td><td>15,0</td></tr>
</table></td>
<td>$y = -x^3 + 2x^2 + 5x - 6$
$y = x^3 - 4x^2 - x + 4$
……</td>
</tr>
<tr>
<td>Funciones polinómicas de 4º grado</td>
<td>$\boxed{y = a_4x^4 + \ldots + a_1x + a_0}$

$\forall a_i \in \mathbb{R}\ ;\ a_4 \neq 0$

$Dom\ f = \mathbb{R}$

Su gráfica es una curva
Tienen ramas parabólicas</td>
<td>A veces, y con 4 raíces reales, la curva toma las siguientes formas:
- Si a > 0 la curva tiene una forma parecida a una W mayúsculas
- Si a < 0 tiene forma parecida a una M mayúsculas
- Cuanto mayor es |a| más estilizada es la curva y viceversa

<u>Los puntos de corte con el eje X</u>: se obtienen resolviendo la ecuación de 4º grado asociada igualada a 0

<u>El punto de corte con el eje Y</u>: se obtiene hallando f(0), siendo Q(0, a_0)</td>
<td>

<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-3,5</td><td>92,8125</td></tr>
<tr><td>-3,0</td><td>40,0</td></tr>
<tr><td>-2,5</td><td>11,8125</td></tr>
<tr><td>-2,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>-1,5</td><td>-2,1875</td></tr>
<tr><td>-1,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>-0,5</td><td>2,8125</td></tr>
<tr><td>0</td><td>4,0</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>2,8125</td></tr>
<tr><td>1,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1,5</td><td>-2,1875</td></tr>
<tr><td>2,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>2,5</td><td>11,8125</td></tr>
<tr><td>3,0</td><td>40,0</td></tr>
<tr><td>3,5</td><td>92,8125</td></tr>
<tr><td>4,0</td><td>180,0</td></tr>
</table></td>
<td>$y = x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 6$
$y = -x^4 + 9x^2 + 4x - 12$
……</td>
</tr>
<tr>
<td>Funciones polinómicas de grado “n”</td>
<td>$y = a_nx^n + \ldots + a_1x + a_0$

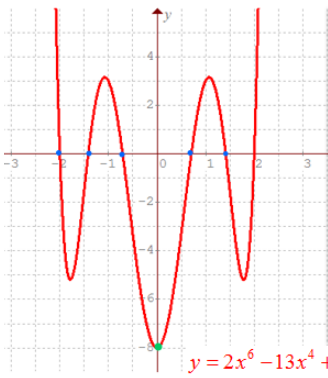
$\forall a_i \in \mathbb{R}\ ;\ a_n \neq 0$
$Dom\ f = \mathbb{R}$

Su gráfica es una curva

se sigue cumpliendo que se dobla una vez menos que el grado de la función</td>
<td>Las funciones polinómicas no tienen asíntotas, tienen ramas parabólicas

Cuanto mayor es |a_n| (coeficiente de la x de mayor grado) más estilizada es la curva y viceversa

<u>Los puntos de corte con el eje X</u>: se obtienen resolviendo la ecuación asociada igualada a 0

<u>El punto de corte con el eje Y</u>: es Q(0, a_0), es decir para x = 0 calculamos el valor de y</td>
<td>

<table>
<tr><th>x</th><th>y</th></tr>
<tr><td>-3,5</td><td>1987,2...</td></tr>
<tr><td>-3,0</td><td>595,0</td></tr>
<tr><td>-2,5</td><td>109,96...</td></tr>
<tr><td>-2,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>-1,5</td><td>-1,5313</td></tr>
<tr><td>-1,0</td><td>3,0</td></tr>
<tr><td>-0,5</td><td>-3,2813</td></tr>
<tr><td>0</td><td>-8,0</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>-3,2813</td></tr>
<tr><td>1,0</td><td>3,0</td></tr>
<tr><td>1,5</td><td>-1,5313</td></tr>
<tr><td>2,0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>2,5</td><td>109,96...</td></tr>
<tr><td>3,0</td><td>595,0</td></tr>
<tr><td>3,5</td><td>1987,2...</td></tr>
<tr><td>4,0</td><td>5208,0</td></tr>
</table></td>
<td>$y = (x-2)^3(x+1)^2$
$y = -x^6 - x^3 + 10$
……</td>
</tr>
</table>